

OPTIMASI MASALAH PEMBIAYAAN LAYANAN INFORMASI BERBASIS FUNGSI UTILITAS

Oleh:
Indrawati, M.Si
Dr. Fitri Maya Puspita, M.Sc
Dr. Evi Yuliza, M.Si
Oki Dwipurwani, M.Si
Sisca Octarina, M.Sc
Resmadona, S.Si

OPTIMASI MASALAH PEMBIAYAAN LAYANAN INFORMASI BERBASIS FUNGSI UTILITAS

**Indrawati, M.Si
Dr. Fitri Maya Puspita, M. Sc
Dr. Evi Yuliza, M. Si
Oki Dwipurwani, M.Si
Sisca Octarina, M. Sc
Resmadona, S.Si**

Optimasi Masalah Pembiayaan Layanan Informasi Berbasis Fungsi Utilitas

copyright © September 2022

Penulis : Indrawati, M.Si
Dr. Fitri Maya Puspita, M. Sc
Dr. Evi Yuliza, M. Si
Oki Dwipurwani, M.Si
Sisca Octarina, M. Sc
Resmadona, S.Si

Setting Dan Layout : Ardatia Murty, S.Pd

Desain Cover : Armita Mukromah, S.Pd

Hak Penerbitan ada pada © Bening media Publishing 2022 dan
bekerja sama dengan FMIPA Universitas Sriwijaya
Anggota IKAPI No. 019/SMS/20

Hakcipta © 2022 pada penulis
Isi diluar tanggung jawab percetakan

Ukuran 16,25 cm x 25 cm

Halaman : vi + 256 hlm

Hak cipta dilindungi Undang-undang
Dilarang mengutip, memperbanyak dan menerjemahkan sebagian
atau seluruh isi buku ini tanpa izin tertulis dari Bening media
Publishing

Cetakan I, September 2022



Jl. Padat Karya

Palembang – Indonesia

Telp. 0823 7200 8910

E-mail : bening.mediapublishing@gmail.com

Website: www.bening-mediapublishing.com

ISBN : 978-623-8006-10-6

KATA PENGANTAR

Puji syukur selalu dipanjatkan kepada Tuhan Yang Maha Esa atas rahmat dan kesempatan-Nya, Tim Penyusun dapat menerbitkan Buku Referensi mengenai Optimasi Masalah Pembiayaan Layanan Informasi Berbasis Fungsi Utilitas. Buku referensi ini disusun guna sebagai salah satu acuan bagi mahasiswa terkhusus Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Sriwijaya dan para dosen dalam pembuatan tugas akhir.

Penyusunan buku referensi ini bertujuan sebagai acuan mahasiswa dalam meningkatkan motivasi dalam pembuatan tugas akhir. Mengembangkan ide-ide mahasiswa dalam mencari topik guna penyelesaian tugas akhir. Oleh karena itu setelah adanya buku referensi ini diharapkan mempermudah bermunculannya buku ini mengembangkan ide-ide serta karya-karya mahasiswa terkhusus tugas akhir.

Ucapan terima kasih kepada Universitas Sriwijaya yang telah membiayai publikasi buku referensi ini melalui : Anggaran DIPA Badan Layanan Umum Universitas Sriwijaya Tahun anggaran 2021. Nomor SP DIPA-023.172.677515/2021, tanggal 23 November 2020. Sesuai dengan SK Rektor 0010/UN9/SK.LP2M.PT/2021 tanggal 28 April 2021.

Indralaya, 22 April 2022

Tim Penulis

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR.....	iii
DAFTAR ISI	iv
DAFTAR TABEL.....	x
BAB I OPTIMASI MODEL SKEMA PEMBIAYAAN INTERNET BERDASARKAN FUNGSI UTILITAS COBB-DOUGLASS DAN QUASI-LINEAR	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Perumusan Masalah.....	2
1.3 Pembatasan Masalah	3
1.4 Tujuan	3
1.5 Manfaat	4
1.6 Model Pasar untuk Penyedia Layanan.....	4
1.6.1 Optimasi Masalah Konsumen	4
1.6.2 Optimasi Masalah Produsen.....	6
1.7 Penelitian Wu dan Banker	7
1.8 Fungsi Utilitas.....	8
1.8.1 Fungsi Utilitas berdasarkan <i>Cobb-Douglass</i> ...	8
1.8.2 Fungsi Utilitas berdasarkan <i>Quasi-Linear</i>	8
1.9 Internet	9
1.10 Layanan Informasi.....	9
1.11 Internet Service Providers (ISP)	9
1.12 Fungsi Utilitas Cobb-Douglass pada Konsumen Homogen	10
1.13 Fungsi Utilitas Berdasarkan Quasi-Linear	29
1.13.1 Fungsi Utilitas <i>Cobb-Douglass</i> Pada Konsumen Heterogen Golongan Atas dan Golongan Bawah.....	30
1.13.2 Fungsi Utilitas <i>Cobb-Douglass</i> Pada Konsumen Heterogen Tingkat Pemakaian Tinggi dan Tingkat Pemakaian Rendah	34
1.14 Rekapitulasi Skema Pembiayaan Optimal.....	46
1.15 Aplikasi Model pada Data Server Lokal.....	47
1.16 Pengolahan Data <i>Traffic</i>	56
1.17 Kesimpulan.....	61
1.18 Saran	62

BAB II OPTIMASI MODEL SKEMA PEMBIAYAAN INTERNET BERDASARKAN FUNGSI UTILITAS PERFECT SUBSTITUTE DAN FUNCTIONS OF BANDWIDTH DIMINISHED WITH INCREASING BANDWIDTH	63
2.1 Latar Belakang	63
2.2 Perumusan Masalah.....	65
2.3 Pembatasan Masalah	65
2.4 Tujuan	65
2.5 Manfaat	66
2.6 Internet (<i>Interconnected Network</i>).....	66
2.7 Penyedia Layanan Internet (<i>Internet Service Provider, ISP</i>)	67
2.8 Quality of Service (QoS)	68
2.9 Model Pasar untuk Penyedia Layanan Internet.....	68
2.9.1 Optimasi Masalah Konsumen.....	68
2.9.2 Optimasi Masalah Produsen	70
2.10 Fungsi Utilitas.....	71
2.10.1 Fungsi Utilitas <i>Perfect Substitute</i>	71
2.10.2 Functions of Bandwidth Diminished with Increasing Bandwidth	72
2.11 Parameter.....	73
2.11.1 Masalah Konsumen	73
2.11.2 Masalah Produsen.....	74
2.12 Fungsi Utilitas Perfect Substitute	75
2.12.1 Fungsi Utilitas Perfect Substitute pada Konsumen Homogen	75
2.12.2 Fungsi Utilitas Perfect Substitute pada Konsumen Heterogen.....	78
2.12.2.1 Konsumen Heterogen : High-end dan Low-end	78
2.12.2.2 Konsumen Heterogen : High- demand dan Low-demand.....	81
2.13 <i>Function of Bandwidth Diminished with Increasing Bandwidth</i>	84
2.13.1 Function of Bandwidth Diminished with Increasing Bandwidth pada Konsumen	

Homogen	85
2.13.2 Function of Bandwidth Diminished with Increasing Bandwidth pada Konsumen Heterogen.....	89
2.13.2.1 Konsumen Heterogen : <i>High-end</i> <i>dan Low-end</i>	89
2.13.2.2 Konsumen Heterogen : <i>High</i> <i>demand dan Low-demand</i>	94
2.14 Analisis Model Skema Pembiayaan Optimal.....	100
2.15 Data Pemakaian Internet	102
2.15.1 Data Pemakaian Internet untuk <i>Web</i>	103
2.15.2 Data Pemakaian Internet untuk <i>Mails</i>	105
2.15.3 Data Pemakaian Internet untuk <i>Files</i>	108
2.16 Skema Pembiayaan Optimal untuk Konsumen Homogen	111
2.16.1 Keuntungan Maksimum pada Konsumen Homogen untuk Data <i>Web</i>	112
2.16.2 Keuntungan Maksimum pada Konsumen Homogen untuk Data <i>Mails</i>	113
2.16.3 Keuntungan Maksimum pada Konsumen Homogen untuk Data <i>Files</i>	115
2.17 Skema Pembiayaan Optimal untuk Kasus Konsumen Heterogen : <i>High- end dan Low-end</i>	117
2.17.1 Keuntungan Maksimum pada Konsumen High-end dan Low-end untuk Data <i>Web</i>	117
2.17.2 Keuntungan Maksimum pada Konsumen High-end dan Low-end untuk Data <i>Mails</i>	119
2.17.3 Keuntungan Maksimum pada Konsumen High-end dan Low-end untuk Data <i>Files</i>	120
2.18 Skema Pembiayaan Optimal untuk Kasus Konsumen Heterogen : <i>High Demand dan Low</i> <i>Demand</i>	122
2.19 Kesimpulan.....	128
2.20 Saran	128

**BAB III LAYANAN INFORMASI DENGAN BIAYA MARJINAL
DAN BIAYA PENGAWASAN UNTUK FUNGSI
UTILITAS *COBB-DOUGLAS* DAN FUNGSI**

<i>BANDWIDTH</i>	129
3.1 Latar Belakang	129
3.2 Perumusan Masalah.....	130
3.3 Pembatasan Masalah	131
3.4 Tujuan	131
3.5 Manfaat	132
3.6 Internet (<i>Interconnected Network</i>).....	132
3.7 <i>Quality of Service (QoS)</i>	133
3.8 Penyedia Layanan Internet (ISP).....	133
3.9 Biaya Pengawasan dan Biaya Marginal.....	134
3.10 Model Pasar Untuk Penyedia Layanan Internet.....	134
3.10.1 Optimasi Masalah Konsumen.....	134
3.10.2 Optimasi Masalah Produsen	136
3.11 Fungsi Utilitas.....	137
3.11.1 Fungsi Utilitas Berdasarkan <i>Cobb-Douglas</i> ...	137
3.11.1.1 Konsumen Homogen	138
3.11.1.2 Konsumen Heterogen High-End dan <i>Low-End</i>	138
3.11.1.3 Konsumen Heterogen High-Demand dan <i>Low-Demand</i>	139
3.11.2 Fungsi Bandwidth	139
3.12 Fungsi Utilitas Berdasarkan <i>Cobb-Douglas</i>	141
3.12.1 Fungsi Utilitas <i>Cobb-Douglas</i> Pada Konsumen Homogen	141
3.12.2 Fungsi Utilitas Cobb-Douglas pada Konsumen Heterogen Golongan Atas (<i>High</i> <i>end</i>) dan Golongan Bawah (<i>Low-end</i>)	149
3.12.3 Fungsi Utilitas Cobb-Douglas pada Konsumen Heterogen Tingkat Pemakaian Tinggi (<i>High-demand</i>) dan Tingkat Pemakaian Rendah (<i>Low-demand</i>).....	159

BAB IV IMPROVED MODEL PADA SKEMA PEMBIAYAAN	
LAYANAN INFORMASI DENGAN BIAYA	
PENGAWASAN (MONITORING COST) DAN BIAYA	
MARJINAL (MARGINAL COST) UNTUK FUNGSI	
UTILITAS PERFECT SUBSTITUTE DAN FUNGSI	
UTILITAS QUASI-LINIER.....	167
4.1 Latar Belakang.....	167
4.2 Perumusan Masalah.....	169
4.3 Pembatasan Masalah.....	169
4.4 Tujuan.....	170
4.5 Manfaat.....	170
4.6 Internet Service Provider (ISP).....	170
4.7 Quality of Services (Qos).....	172
4.8 Fungsi Utilitas.....	172
4.8.1 Fungsi Utilitas Perfect Substitute.....	173
4.8.2 Fungsi Utilitas berdasarkan Quasi-Linier.....	173
4.9 Pengertian Biaya Marjinal dan Biaya Pengawasan....	174
4.10 Model Pasar untuk Penyedia Layanan Internet.....	174
4.10.1 Optimasi Masalah Konsumen.....	174
4.10.2 Optimasi Masalah Produsen.....	176
4.11 Fungsi Utilitas Perfect Substitute.....	178
4.11.1 Fungsi Utilitas Perfect Substitute pada Konsumen Homogen.....	178
4.11.2 Fungsi Utilitas Perfect Substitute pada Konsumen Heterogen <i>high-end</i> dan <i>low-end</i>	183
4.11.3 Fungsi Utilitas Perfect Substitute pada Konsumen Heterogen: High-Demand dan Low-Demand.....	189
4.12 Fungsi Utilitas Berdasarkan Quasi-Linier.....	194
4.12.1 Fungsi Utilitas Quasi-Linier pada Konsumen Homogen.....	195
4.12.2 Fungsi Utilitas Quasi-Linier pada Konsumen Heterogen <i>High-End</i> dan <i>Low-End</i>	200
4.12.3 Fungsi Utilitas Quasi-Linear pada Konsumen Heterogen <i>High-Demand</i> dan	

Konsumen Heterogen <i>Low-Demand</i>	207
4.13 Rekapitulasi Skema Pembiayaan Optimal	212
4.14 Data Pemakaian Internet pada Server Lokal	214
4.15 Pengolahan Data <i>Traffic</i>	224
4.16 Data Untuk Pemakaian <i>Mail</i>	225
4.16.1 Skema Pembiayaan Optimal untuk Konsumen Homogen	225
4.16.2 Skema Pembiayaan Optimal untuk Konsumen Heterogen (<i>High-End dan Low End</i>)	228
4.16.3 Skema Pembiayaan Optimal untuk Konsumen Heterogen (<i>High-Demand dan Low-Demand</i>)	229
4.17 Data Untuk Pemakaian <i>Files</i>	230
4.17.1 Skema Pembiayaan untuk Konsumen Homogen	231
4.17.2 Skema Pembiayaan Optimal untuk Konsumen	232
4.17.3 Skema Pembiayaan Optimal untuk Konsumen Heterogen (<i>High-Demand dan Low-Demand</i>)	233
4.18 Kesimpulan	235
4.19 Saran	235
DAFTAR PUSTAKA	236

DAFTAR TABEL

Tabel 1.1 Perbandingan skema pembiayaan untuk konsumen homogen berdasarkan fungsi utilitas <i>Cobb-Douglass</i>	15
Tabel 1.2 Perbandingan skema pembiayaan untuk konsumen heterogen golongan atas dan golongan bawah berdasarkan fungsi utilitas <i>Cobb-Douglass</i>	22
Tabel 1.3 Perbandingan skema pembiayaan untuk konsumen heterogen tingkat pemakaian tinggi dan tingkat pemakaian rendah berdasarkan fungsi utilitas <i>Cobb Douglass</i>	29
Tabel 1. 4 Perbandingan skema pembiayaan untuk konsumen homogen berdasarkan fungsi utilitas <i>Quasi-Linear</i> .	33
Tabel 1.5 Perbandingan skema pembiayaan internet untuk masalah konsumen heterogen golongan atas atau golongan bawah berdasarkan fungsi utilitas <i>Quasi-Linear</i>	39
Tabel 1. 6 Perbandingan skema pembiayaan untuk konsumen heterogen tingkat pemakaian tinggi dan tingkat pemakaian rendah berdasarkan fungsi utilitas <i>Quasi Linear</i>	45
Tabel 1.7 Rekapitulasi skema pembiayaan optimal pada setiap jenis konsumen berdasarkan fungsi utilitas <i>Cobb-Douglass</i> dan <i>Quasi-Linear</i>	46
Tabel 1.8 <i>Traffic</i> pada mail untuk data pada saat jam sibuk	47
Tabel 1.9 <i>Traffic</i> pada mail untuk data pada saat jam tidak sibuk	48
Tabel 1.10 <i>Traffic</i> pada web untuk data pada saat jam sibuk...	50
Tabel 1.11 <i>Traffic</i> pada web untuk data pada saat jam tidak sibuk.....	51
Tabel 1.12 <i>Traffic</i> pada files untuk data pada saat jam sibuk...	52
Tabel 1.13 <i>Traffic</i> pada files untuk data pada saat jam tidak sibuk.....	54
Tabel 1.14 Rekapitulasi pemakaian (dalam kilobyte) selama 31 hari.....	55

Tabel 1.15 Nilai X^* dan nilai Y^* yang diterapkan pada skema pembiayaan optimal.....	57
Tabel 1.16 Solusi dari model skema pembiayaan yang optimal.....	57
Tabel 1.17 Perbandingan fungsi utilitas Cobb-Douglass dan Quasi-Linear dengan data mail untuk konsumen homogen	58
Tabel 1.18 Perbandingan fungsi utilitas Cobb-Douglass dan <i>Quasi Linear</i> dengan data mail untuk konsumen heterogen golongan atas dan <i>low-end</i>	59
Tabel 1.19 Perbandingan fungsi utilitas Cobb-Douglass dan Quasi Linear dengan data mail untuk konsumen heterogen tingkat pemakaian tinggi dan tingkat pemakaian rendah	60
Tabel 1.20 Rekapitulasi skema-skema pembiayaan untuk setiap jenis konsumen	100
Tabel 1.21 Data pemakaian internet untuk web pada jam sibuk.....	103
Tabel 1.22 Data pemakaian internet untuk web pada jam tidak sibuk.....	104
Tabel 1.23 Data pemakaian internet untuk mails pada jam sibuk.....	106
Tabel 1.24 Data pemakaian internet untuk mails pada jam tidak sibuk.....	107
Tabel 1.25 Data pemakaian internet untuk files pada jam sibuk.....	108
Tabel 1.26 Data pemakaian internet untuk files pada jam tidak sibuk	109
Tabel 1.27 Data pemakaian internet untuk jam sibuk (X) dan jam tidak sibuk (Y).....	111
Tabel 1.28 Model skema pembiayaan untuk konsumen homogen	112
Tabel 1.29 Konsumen homogen dengan data pemakaian untuk web.....	113
Tabel 1.30 Konsumen homogen dengan data pemakaian untuk mails	114

Tabel 1.31 Konsumen homogen dengan data pemakaian untuk <i>files</i>	115
Tabel 1.32 Rekapitulasi keuntungan maksimum untuk kasus konsumen homogen	116
Tabel 1.33 Model skema pembiayaan untuk konsumen heterogen : <i>high end</i> dan <i>low end</i>	117
Tabel 1.34 Konsumen heterogen : <i>high end</i> dan <i>low end</i> dengan data pemakaian untuk web	118
Tabel 1.35 Konsumen heterogen : <i>high end</i> dan <i>low end</i> dengan data pemakaian untuk mails.....	119
Tabel 1.36 Konsumen heterogen : <i>high end</i> dan <i>low end</i> dengan data pemakaian untuk files	120
Tabel 1.37 Rekapitulasi keuntungan maksimum untuk kasus konsumen heterogen: <i>high end</i> dan <i>low end</i>	121
Tabel 1.38 Model skema pembiayaan untuk konsumen heterogen : <i>high demand</i> dan <i>low demand</i>	122
Tabel 1.39 Konsumen heterogen : <i>high demand</i> dan <i>low</i> <i>demand</i> dengan data pemakaian untuk <i>web</i>	124
Tabel 1.40 Konsumen heterogen : <i>high demand</i> dan <i>low</i> <i>demand</i> dengan data pemakaian untuk <i>mail</i>	125
Tabel 1.41 Konsumen heterogen: <i>high demand</i> dan <i>low</i> <i>demand</i> dengan data pemakaian untuk <i>files</i>	126
Tabel 1.42 Rekapitulasi keuntungan maksimum untuk kasus konsumen heterogen: <i>high demand</i> dan <i>low</i> <i>demand</i>	127
Tabel 1.43 Perbandingan skema pembiayaan untuk konsumen homogen berdasarkan fungsi utilitas <i>Cobb-Douglas</i>	149
Tabel 1.44 Perbandingan skema pembiayaan untuk konsumen heterogen Golongan Atas (<i>High-end</i>) dan Golongan Bawah (<i>Low-end</i>) berdasarkan fungsi utilitas <i>Cobb</i> <i>Douglas</i>	158
Tabel 1.45 Perbandingan skema pembiayaan untuk konsumen heterogen Tingkat Pemakaian Tinggi (<i>High-demand</i>) dan Tingkat Pemakaian Rendah (<i>Low-demand</i>) berdasarkan fungsi utilitas <i>Cobb-Douglas</i>	166

Tabel 1.46 Perbandingan Skema Pembiayaan untuk konsumen Homogen Berdasarkan Fungsi Utilitas Perfect Substitute dengan Biaya Marjinal dan Biaya Pengawasan..... 183

Tabel 1.47 Perbandingan Skema Pembiayaan untuk Konsumen Heterogen (High-End dan Low-End) Berdasarkan Fungsi Utilitas Perfect Substitute dengan Biaya Marjinal dan Biaya Pengawasan..... 189

Tabel 1.48 Perbandingan Skema Pembiayaan untuk Konsumen Heterogen (High-Demand dan Low-Demand) Berdasarkan Fungsi Utilitas Perfect Substitute dengan Biaya Marjinal dan Biaya Pengawasan 194

Tabel 1.49 Perbandingan Skema Pembiayaan untuk Konsumen Homogen Berdasarkan Fungsi Utilitas Quasi-Linier dengan Biaya Marjinal dan Biaya Pengawasan 200

Tabel 1.50 Perbandingan Skema Pembiayaan Internet untuk Masalah Konsumen Heterogen (High-End dan Low-End) Berdasarkan Fungsi Utilitas Quasi-Linier dengan Biaya Marjinal dan Biaya Pengawasan 206

Tabel 1.51 Perbandingan Skema Pembiayaan untuk Konsumen Heterogen (High-Demand dan Low-Demand) Berdasarkan Fungsi Utilitas Quasi-Linier dengan Biaya Marjinal dan Biaya Pengawasan 211

Tabel 1.52 Rekapitulasi Skema-Skema Pembiayaan untuk setiap Jenis Konsumen 212

Tabel 1.53 Traffic pada Mail untuk Data Saat Jam Sibuk 214

Tabel 1.54 Traffic pada Mail untuk Data Saat Jam Tidak Sibuk..... 215

Tabel 1.55 Traffic pada Digilib untuk Data Saat Jam Sibuk..... 217

Tabel 1.56 Traffic pada Digilib untuk Data Saat Jam Tidak Sibuk..... 218

Tabel 1.57 Traffic pada Files untuk Data Saat Jam Sibuk 220

Tabel 1.58 Traffic pada Files untuk Data Saat Jam Tidak Sibuk..... 222

Tabel 1.59 Nilai X^* dan Nilai Y^* yang Diterapkan pada Skema Pembiayaan Optimal..... 224

Tabel 1.60 Konsumen Homogen dengan Data Pemakaian untuk
Mail 227

Tabel 1.61 Konsumen Heterogen (*High-End dan Low-End*)
dengan Data Pemakaian untuk Digilib..... 228

Tabel 1.62 Konsumen Heterogen (*High-Demand dan
Low-Demand*) dengan Data Pemakaian untuk
Digilib 230

Tabel 1.63 Konsumen Homogen dengan Data Pemakaian
untuk *Files* 231

Tabel 1.64 Konsumen Heterogen (*High-End dan Low-End*)
dengan Data Pemakaian untuk *Files* 232

Tabel 1.65 Konsumen Heterogen (*High-Demand dan
Low-Demand*) dengan Data Pemakaian untuk
Files..... 233

1.1 Latar Belakang

Perkembangan internet semakin pesat sehingga konsumen internet semakin melonjak. Konsumennya dari berbagai golongan usia dan tingkat pekerjaan, dari muda hingga tua dan dari golongan kelas menengah ke bawah hingga golongan kelas atas. Penggunaan internet oleh sebagian besar konsumen memberikan peranan penting dalam kehidupan ekonomi. Internet merupakan fasilitator informasi dan komunikasi bagi masyarakat. Informasi yang cepat dan komunikasi yang lancar membuat konsumennya tertarik untuk menjadi konsumen jasa layanan internet. Penyedia Layanan Internet atau Internet Service Provider (ISP) berlomba-lomba untuk menyediakan jasanya dengan kualitas yang terbaik dan harga yang optimal untuk konsumen.

Menurut Wang dan Schulzrinne (2001), fungsi utilitas biasanya berhubungan dengan tingkat kepuasan yang didapatkan konsumen atas konsumsi layanan informasi yang dapat memaksimalkan keuntungan untuk mencapai tujuan tertentu. Oleh karena itu, saat ini ISP membutuhkan fungsi utilitas yang terbaik yang tidak hanya dapat menguntungkan ISP tetapi juga bagi konsumen dengan cara mendapatkan pelayanan terbaik.

Asumsi yang digunakan dalam fungsi utilitas oleh para peneliti adalah sebagai fungsi bandwidth dengan nilai loss dan delay (waktu tunggu) yang tetap dan mengikuti aturan bahwa utilitas marjinal sebagai fungsi bandwidth yang berkurang dengan bandwidth yang meningkat (Yang et al., 2003) dan (Puspita et al., 2013c), artinya jika nilai loss dan waktu tunggu tidak tetap maka konsumen tidak tertarik dengan layanan ini sehingga produsen tidak memperoleh keuntungan maksimum. Asumsi lainnya adalah fungsi naik dan diferensiabel. Alasan lain sehubungan dengan pemilihan fungsi utilitas adalah fungsi tersebut mudah disederhanakan derivasinya

dan mudah dianalisis homogenitas dan heterogenitasnya (Wu et al., 2010). Kelly (1997) juga menekankan bahwa fungsi utilitas dapat juga diasumsikan sebagai fungsi naik, strictly konkaf, dan diferensiabel secara kontinu.

Terdapat beberapa fungsi utilitas diantaranya adalah fungsi utilitas Cobb-Douglass, Quasi-Linear, dan Perfect-Complements, yang belum diteliti dengan tujuan untuk memenuhi tujuan penyedia layanan yaitu menghasilkan keuntungan maksimum dengan menetapkan harga yang optimal. Sebelumnya, penelitian pada fungsi utilitas untuk memperoleh solusi optimal ini sudah digunakan oleh Wu dan Banker (2010). Dalam penjelasannya, digunakan tiga metode dalam pembiayaan internet yaitu flat-fee, usage-based, dan two-part tariff dengan mengaplikasikan fungsi utilitas Cobb-Douglass yang dimodifikasi untuk memaksimalkan keuntungan penyedia jasa layanan. Hasil analisis yang diperoleh adalah pembiayaan dengan flat fee dan two-part tariff lebih optimal dibandingkan dengan usage-based.

Walaupun fungsi utilitas menurut Cobb-Douglass modifikasi oleh Wu dan Banker (2010) telah diteliti, tetapi banyak fungsi utilitas lain, seperti fungsi utilitas Cobb-Douglass tanpa modifikasi, Quasi-Linear, Perfect-Complements, dan lain-lain, yang dapat dianalisis guna memperoleh tujuan ISP yang bukan hanya mengejar keuntungan bagi ISP saja ataupun meminimalkan biaya yang dikeluarkan konsumen tetapi dapat juga mengurangi waktu tunggu dalam penggunaan internet misalnya saat mengunduh. Oleh karena itu, pada penelitian ini diteliti tiga skema pembiayaan internet yaitu flat fee, usage-based, dan two-part tariff untuk konsumen heterogen dan konsumen homogen berdasarkan fungsi utilitas Cobb-Douglass dan Quasi-Linear yang menghasilkan solusi optimal yang sesuai dengan tujuan penyedia layanan.

1.2 Perumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah dijelaskan dapat dirumuskan masalah dalam penelitian ini sebagai berikut :

1. Formulasi model skema pembiayaan berdasarkan fungsi utilitas Cobb-Douglass dan Quasi-Linear dengan tipe

- pembiayaan flat fee, usage-based, dan two-part tariff untuk masalah konsumen homogen dan konsumen heterogen.
2. Perbandingan model skema pembiayaan yang optimal berdasarkan fungsi utilitas Cobb-Douglass dan Quasi-Linear dengan tipe pembiayaan flat fee, usage-based, dan two-part tariff untuk masalah konsumen homogen dan konsumen heterogen.

1.3 Pembatasan Masalah

Masalah pada penelitian ini dibatasi pada :

1. Pembentukan formulasi fungsi utilitas berdasarkan Cobb-Douglass dan Quasi-Linear secara analitik menggunakan diferensial.
2. Fungsi non linear yang digunakan dalam fungsi utilitas Quasi-Linear adalah $f(Y) = Y^b$; b suatu konstanta.
3. Aplikasi model skema pembiayaan diterapkan pada data server lokal di Palembang, yang meliputi data mail, files dan web dalam bentuk kapasitas pemakaian dengan satuan kilobyte dengan pengamatan selama 31 hari pada waktu jam sibuk dan jam tidak sibuk.
4. Konsumen heterogen dibedakan menjadi 2 tipe yaitu heterogen berdasarkan kemauan untuk membayar yang ditetapkan oleh ISP (konsumen golongan atas dan golongan bawah) dan berdasarkan tingkat permintaan yang diukur dari banyaknya pemakaian konsumen (tingkat pemakaian tinggi dan tingkat pemakaian rendah).

1.4 Tujuan

Tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Memformulasikan model skema pembiayaan berdasarkan fungsi utilitas Cobb-Douglass dan Quasi-Linear dengan tipe pembiayaan flat fee, usage-based, dan two-part tariff untuk masalah konsumen homogen dan konsumen heterogen.

2. Membandingkan model skema pembiayaan internet yang optimal model skema pembiayaan berdasarkan fungsi utilitas Cobb-Douglass dan Quasi-Linear dengan tipe pembiayaan flat fee, usage-based, dan two-part tariff untuk masalah konsumen homogen dan konsumen heterogen.

1.5 Manfaat

Penelitian ini diharapkan dapat memberi manfaat kepada pembaca khususnya ISP, diantaranya :

1. Model skema pembiayaan internet yang diperoleh dapat digunakan oleh ISP untuk memaksimalkan pendapatan dengan memperhatikan kepuasan konsumen.
2. Dapat memberikan wawasan ilmu optimasi dalam bidang komputasi mengenai model skema pembiayaan internet yang optimal berdasarkan fungsi utilitas Cobb-Douglass dan Quasi-Linear.

1.6 Model Pasar untuk Penyedia Layanan

1.6.1 Optimasi Masalah Konsumen

Berdasarkan Wu dan Banker (2010), dijelaskan bahwa pada skema pembiayaan (flat fee, usage-based dan two-part tariff) dan harga yang ditetapkan oleh penyedia layanan informasi, konsumen menentukan untuk bergabung dengan program layanan (misalnya, untuk membeli layanan informasi) atau tidak dan menentukan tingkat konsumsi layanan pada jam sibuk dan jam tidak sibuk untuk memaksimalkan total utilitasnya. Jam sibuk diasumsikan pada jam jam 09.00-16.59 WIB dan jam tidak sibuk diasumsikan pada jam 17.00-08.59 WIB.

Parameter-Parameter yang diberikan :

- P : Biaya yang akan dikeluarkan konsumen untuk mengikuti layanan.
- P_X : Harga satuan yang ditetapkan oleh penyedia layanan di jam sibuk.
- P_Y : Harga satuan yang ditetapkan oleh penyedia layanan di jam tidak sibuk.

$U_{i(X_i, Y_i)}$: Fungsi utilitas konsumen i pada tingkat konsumsi di jam sibuk dan di jam tidak sibuk dengan X_i merupakan tingkat konsumsi maksimum konsumen i pada layanan di jam sibuk dan Y_i merupakan tingkat konsumsi maksimum konsumen i pada layanan di jam tidak sibuk.

Variabel Keputusan:

X_i : Tingkat konsumsi konsumen i pada layanan di jam sibuk.

Y_i : Tingkat konsumsi konsumen i pada layanan di jam tidak sibuk.

Z_i : Variabel keputusan yang bernilai 1 jika konsumen memilih untuk bergabung dengan program dan bernilai 0 jika tidak ingin bergabung.

$\bar{X}_i$: Tingkat konsumsi maksimum konsumen i pada layanan di jam sibuk.

$\bar{Y}_i$: Tingkat konsumsi maksimum konsumen i pada layanan di jam tidak sibuk.

Optimasi Masalah Konsumen:

$$\max_{X_i, Y_i, Z_i} U_{i(X_i, Y_i)} - P_X X_i - P_Y Y_i - P Z_i \quad (1.1)$$

dengan kendala:

$$X_i \leq \bar{X}_i Z_i \quad (1.2)$$

$$Y_i \leq \bar{Y}_i Z_i \quad (1.3)$$

$$U_{i(X_i, Y_i)} - P_X X_i - P_Y Y_i - P Z_i \geq 0 \quad (1.4)$$

$$Z_i = 0 \text{ atau } 1 \quad (1.5)$$

Fungsi tujuan (2.1) adalah untuk memaksimalkan kelebihan pemakai berdasarkan harga yang ditetapkan oleh penyedia layanan informasi. Dalam model ini tidak dipertimbangkan biaya awal bagi konsumen untuk bergabung dalam program, kecuali pertimbangan hubungan jangka panjang antara penyedia dan konsumen yang tidak boleh menggunakan biaya untuk jangka waktu pendek atau jangka waktu tertentu.

Skema pembiayaan yang dipilih disesuaikan dengan variabel P , P_X , dan P_Y dengan tiga skema pembiayaan yaitu :

1. Skema pembiayaan flat fee, jika P_X dan P_Y keduanya bernilai nol dan P adalah positif.
2. Skema pembiayaan usage-based, jika P_X dan P_Y positif dan P bernilai nol

3. Skema pembiayaan two-part tariff, jika P , P_X dan P_Y semuanya bernilai positif

Fungsi (2.5) ditentukan oleh konsumen i , jika konsumen i memilih tidak bergabung dengan program maka Z_i bernilai 0 sehingga Kendala (2.2) dan (2.3) bernilai nol untuk tingkat konsumsinya (X_i dan Y_i) dan utilitas total serta biaya keduanya bernilai nol. Jika konsumen i memutuskan untuk bergabung dengan program ini dan memilih $Z_i = 1$, maka konsumen tersebut harus memutuskan tingkat konsumsi optimal X_i dan Y_i , yang tidak bisa melebihi batas atasnya $\bar{X}_i$ dan $\bar{Y}_i$.

Tingkat konsumsi X_i dan Y_i juga dapat menjadi waktu penggunaan, seperti komunikasi suara jasa, atau volume lalu lintas pada layanan transmisi data.

1.6.2 Optimasi Masalah Produsen

Berdasarkan Wu dan Banker (2010), karena terdapat masalah optimasi yang dihadapi oleh konsumen, maka ditetapkan skema harga oleh penyedia layanan, guna memaksimalkan total keuntungan.

Parameter-parameter yang diberikan :

$X_i^* = X_{i(P_X, P_Y, P)}$: Tingkat konsumsi konsumen i pada layanan di jam sibuk.

$Y_i^* = Y_{i(P_X, P_Y, P)}$: Tingkat konsumsi konsumen i pada layanan di jam tidak sibuk.

$Z_i^* = Z_{i(P_X, P_Y, P)}$: Variabel keputusan konsumen i tentang partisipasinya.

$U_{i(X_i, Y_i)}$: Fungsi utilitas konsumen i pada tingkat konsumsi di jam sibuk dan jam tidak sibuk dengan X_i adalah tingkat penggunaan layanan saat jam sibuk dan Y_i adalah tingkat penggunaan layanan saat bukan jam sibuk.

$\bar{X}_i$: Tingkat konsumsi maksimum konsumen i pada layanan di jam sibuk.

$\bar{Y}_i$: Tingkat konsumsi maksimum konsumen i pada layanan di jam tidak sibuk.

Variabel Keputusan:

P : Biaya langganan bagi konsumen untuk mengikuti layanan.

P_X : Biaya yang ditetapkan oleh penyedia layanan pada jam sibuk.

P_Y : Biaya yang ditetapkan oleh penyedia layanan pada jam tidak sibuk.

Optimasi Masalah Produsen:

$$\max_{P, P_X, P_Y} \sum_i (P_X X_i^* + P_Y Y_i^* + P Z_i^*) \quad (1.6)$$

dengan $(X_i^*, Y_i^*, Z_i^*) = \operatorname{argmax}_{(X_i, Y_i)} U_{i(X_i, Y_i)} - P_X X_i - P_Y Y_i - P Z_i$

dengan kendala:

$$X_i \leq \bar{X}_i Z_i$$

$$Y_i \leq \bar{Y}_i Z_i$$

$$U_{i(X_i, Y_i)} - P_X X_i - P_Y Y_i - P Z_i \geq 0$$

$$Z_i = 0 \text{ atau } 1$$

Fungsi (2.6) adalah untuk memaksimalkan total keuntungan yang diperoleh berdasarkan masalah optimasi yang dihadapi oleh konsumen. Oleh karena itu, seperti yang dijelaskan oleh Sundararajan, et al. (2004) dan Fishburn, et al. (1997), penyedia layanan diasumsikan memiliki kapasitas yang cukup sehingga biaya marjinal yang disediakan layanan adalah nol.

1.7 Penelitian Wu dan Banker

Dalam penelitian Wu dan Banker (2010), dibahas skema baru pembiayaan fungsi utilitas Cobb-Douglass selain mempertimbangkan skema pembiayaan flat fee, usage-based, dan two-part tariff, juga mempertimbangkan 2 jenis konsumen yaitu konsumen homogen, konsumen heterogen berdasarkan kemauan untuk membayar (willingness to pay) dan konsumen heterogen berdasarkan tingkat konsumsi (consumption level). Dinyatakan dalam jurnal tersebut bahwa skema pembiayaan flat fee sebanding dengan skema pembiayaan two-part tariff yang menghasilkan solusi optimal dibandingkan dengan skema pembiayaan usage-based untuk masalah konsumen homogen dan konsumen heterogen berdasarkan kemauan untuk membayar. Skema pembiayaan two-part tariff menghasilkan solusi optimal untuk masalah konsumen heterogen berdasarkan tingkat konsumsi.

1.8 Fungsi Utilitas

Fungsi utilitas memiliki beberapa jenis, diantaranya yaitu fungsi utilitas Cobb-Douglass, fungsi utilitas perfect complements, fungsi utilitas perfect substitutes, fungsi utilitas Quasi-Linear dan fungsi bandwidth yang berkurang dengan meningkatnya bandwidth (function of bandwidth diminished with increasing bandwidth).

Menurut Fajri (2012), utilitas marginal adalah sebuah konsep tentang tingkat kepuasan seseorang dalam konsumsi suatu barang. Utilitas marginal sangat bergantung dengan selera dan kepuasan konsumen. Utilitas dinilai dari nilai guna suatu barang yang digunakan oleh seorang konsumen. Marginalisme menjelaskan tentang pilihan seorang konsumen dengan pemikiran seseorang memutuskan apa manfaat yang akan diterima dalam memilih kebutuhan untuk dikonsumsi.

MRS (Marginal Rate of Substitution) yaitu tingkat konsumen rela untuk memberikan sesuatu yang bagus yang ia miliki dan menukarnya dengan sesuatu yang lain yang juga bagus dengan tingkat kepuasan yang diperoleh adalah sama dengan kemiringan pada kurva indiferensi (Floyed, 2013).

1.8.1 Fungsi Utilitas berdasarkan Cobb-Douglass

Menurut Hutchinson (2011) bentuk umum fungsi utilitas berdasarkan Cobb-Douglass : $U(X, Y) = X^a Y^b$; $a, b > 0$

Contoh : fungsi utilitas Cobb-Douglass dengan $a = b = 1$, sehingga $U(X, Y) = XY$

Utilitas marginal X (MU_1), secara umum adalah $\frac{\partial U}{\partial X}$

Utilitas marginal Y (MU_2), secara umum adalah $\frac{\partial U}{\partial Y}$

$$MRS = \frac{MU_1}{MU_2} = \frac{\frac{\partial U}{\partial X}}{\frac{\partial U}{\partial Y}}$$

1.8.2 Fungsi Utilitas berdasarkan Quasi-Linear

Menurut Hutchinson (2011), bentuk umum fungsi utilitas berdasarkan Quasi-Linear: $U = aX + f(Y)$ atau $U = f(X) + aY$; $f(Y)$ atau $f(X)$ merupakan fungsi non linear dan a merupakan konstanta. Fungsi non linear yang digunakan dalam penelitian ini adalah Y^b ; b merupakan konstanta.

1.9 Internet

Menurut Hutchinson (2011), internet adalah singkatan dari Interconnected Computer Networks atau dapat didefinisikan sebagai jaringan komputer yang tiada batas yang menjadi penghubung konsumen komputer satu dengan konsumen komputer lainnya serta dapat berhubungan dengan komputer di sebuah wilayah ke wilayah lain di penjuru dunia. Jaringan tersebut mempunyai berbagai macam informasi serta fasilitas layanan penelusuran internet.

Internet merupakan sistem global jaringan komputer yang berhubungan menggunakan standar Internet Protocol Suite (TCP / IP) untuk melayani miliaran konsumen di seluruh dunia. Jaringan ini terdiri dari jutaan jaringan pribadi, umum, akademik, bisnis, dan jaringan pemerintah, dari lokal ke lingkup global, yang dihubungkan oleh sebuah kode array yang luas dari teknologi jaringan elektronik, nirkabel dan optik. Internet juga dapat didefinisikan sebagai interkoneksi seluruh dunia komputer dan jaringan komputer yang memfasilitasi pertukaran informasi antar konsumen.

1.10 Layanan Informasi

Layanan informasi merupakan penyampaian berbagai informasi kepada sasaran layanan agar individu dapat mengolah dan memanfaatkan informasi tersebut guna kepentingan hidup dan perkembangannya (Ifdil, 2008). Dijelaskan juga oleh Ifdil bahwa tujuan layanan informasi ada dua macam yaitu secara umum dan khusus. Secara umum agar terkuasainya informasi tertentu, sedangkan secara khusus terkait dengan fungsi pemahaman (paham terhadap informasi yang diberikan) dan memanfaatkan informasi dalam penyelesaian masalahnya.

1.11 Internet Service Providers (ISP)

ISP adalah perusahaan atau badan usaha yang menjual koneksi internet atau sejenisnya kepada konsumen. ISP awalnya sangat identik dengan jaringan telepon, karena ISP menjual koneksi atau akses internet melalui jaringan telepon. Contohnya adalah

telkomnet instant dari Telkom. Dengan perkembangan teknologi ISP yang berkembang tidak hanya dengan menggunakan jaringan telepon tetapi juga menggunakan teknologi (Pratiwi, 2009).

Tipe layanan dari ISP biasanya dikategorikan menjadi 2 bagian yaitu:

1. Layanan berdasarkan tingkat pemakaian

Layanan berdasarkan tingkat pemakaian ini adalah layanan internet pada konsumen tidak terkoneksi secara terus menerus ke internet. Konsumen akan dibebani biaya berdasarkan lamanya mereka terkoneksi ke internet. Salah satu contoh layanan internet layanan berdasarkan pemakaian adalah Telkomnet instant dari Telkom.

2. Layanan dengan pemakaian tiada batas

Konsumen yang menggunakan layanan ini terhubung terus dengan internet. Sistem pembayaran dari layanan ini juga biasanya dilakukan per bulan yaitu konsumen akan membayar sesuai dengan paket yang ditawarkan, baik selama sebulan tersebut konsumen memang benar menggunakan internet 24 jam penuh ataupun tidak.

Sistem ini biasanya mahal dan biasanya untuk menekan biaya langganan, ISP memberikan beberapa metode untuk menekan harga misalnya dengan membatasi jumlah data yang boleh diunduh dan diunggah oleh konsumen selama 1 bulan. Jumlah batasan data ini biasanya disebut dengan kuota. Contohnya adalah Speedy dari Telkom dan layanan-layanan dari ISP jaringan tanpa kabel.

1.12 Fungsi Utilitas Cobb-Douglass pada Konsumen Homogen

Optimasi Masalah Konsumen :

$$\max_{X,Y,Z} X^a Y^b - P_X X - P_Y Y - PZ \quad (1.7)$$

dengan kendala :

$$X \leq \bar{X}Z \quad (1.8)$$

$$Y \leq \bar{Y}Z \quad (1.9)$$

$$X^a Y^b - P_X X - P_Y Y - PZ \geq 0 \quad (1.10)$$

$$Z = 0 \text{ atau } 1 \quad (1.11)$$

Optimasi Masalah Penyedia Layanan :

$$\max_{P_X, P_Y} \sum_i (P_X X^* + P_Y Y^* + PZ^*) \quad (1.12)$$

dengan $(X^*, Y^*, Z^*) = \arg \max X^a Y^b - P_X X - P_Y Y - PZ$

dengan kendala :

$$X \leq \bar{X}Z$$

$$Y \leq \bar{Y}Z$$

$$X^a Y^b - P_X X - P_Y Y - PZ \geq 0$$

$$Z_i = 0 \text{ atau } 1$$

Berikut ini dibahas penentuan keuntungan maksimum pada setiap skema pembiayaan yang digunakan penyedia layanan.

Kasus 1a. Jika penyedia layanan menggunakan harga flat-fee dengan menetapkan $P_X = 0, P_Y = 0$ dan $P > 0$, artinya harga yang digunakan oleh penyedia layanan tidak berpengaruh pada waktu penggunaan (jam sibuk atau jam tidak sibuk). Dengan demikian optimasi masalah konsumen menjadi :

$$\begin{aligned} maks_{X,Y,Z} X^a Y^b - P_X X - P_Y Y - PZ \\ = maks_{X,Y,Z} X^a Y^b - (0)X - (0)Y - P(1) \\ = maks_{X,Y,Z} X^a Y^b - P \end{aligned}$$

Dengan menggunakan Kendala (4.4), diperoleh :

$$\begin{aligned} X^a Y^b - P_X X - P_Y Y - PZ &\geq 0 \\ \Leftrightarrow X^a Y^b - (0)X - (0)Y - P(1) &\geq 0 \\ \Leftrightarrow X^a Y^b - P(1) &\geq 0 \\ \Leftrightarrow P &\leq X^a Y^b \end{aligned}$$

Masalah produsen menjadi :

$$\begin{aligned} maks_{P,P_X,P_Y} \sum_i (P_X X^* + P_Y Y^* + PZ^*) &= maks_{P,P_X,P_Y} \sum_i ((0)X^* + (0)Y^* + \\ P(1)) \\ &= maks_{P,P_X,P_Y} \sum_i ((0)X^* + (0)Y^* + X^a Y^b) \\ &= maks_{P,P_X,P_Y} \sum_i [X^a Y^b] \end{aligned}$$

Karena fungsi tersebut memaksimumkan X,Y, dan Z dan konsumen akan sepenuhnya memanfaatkan layanan dengan memilih tingkat konsumsi $X = \bar{X}$ dan $Y = \bar{Y}$, yaitu tingkat pemakaian maksimum, dengan utilitas maksimum, sehingga konsumen bisa mendapatkan harga $\bar{X}^a \bar{Y}^b$. Flat-fee maksimum penyedia layanan yang dikenakan adalah $\bar{X}^a \bar{Y}^b$ dengan keuntungan maksimum $\sum_i [\bar{X}^a \bar{Y}^b]$; i menyatakan banyaknya konsumen. Berdasarkan kasus ini diperoleh Lemma 1a.

Lemma 1a :

Jika penyedia layanan menggunakan biaya flat-fee, maka harga yang dikenakan sebesar $\bar{X}^a \bar{Y}^b$ dan keuntungan maksimal yang dicapai akan menjadi $\sum_i [\bar{X}^a \bar{Y}^b]$; i menyatakan konsumen.

Kasus 2a. Jika penyedia layanan menggunakan harga usage-based dengan menetapkan $P_X > 0, P_Y > 0$ dan $P = 0$, artinya penyedia layanan memberikan harga yang dibedakan, yaitu harga pada saat jam sibuk dan tidak sibuk.

Diketahui fungsi $\max_{X,Y,Z} X^a Y^b - P_X X - P_Y Y$. Untuk meminimumkan fungsi tersebut dengan menggunakan syarat perlu dan syarat cukup yaitu :

(i) Syarat perlu :

$$\begin{aligned} \frac{\partial (X^a Y^b - P_X X - P_Y Y)}{\partial X} &= 0, \text{ sehingga diperoleh :} \\ a X^{a-1} Y^b &= P_X \\ \Leftrightarrow X^{a-1} &= \frac{P_X}{a Y^b} \Leftrightarrow X^* = \left(\frac{P_X}{a Y^b} \right)^{\frac{1}{a-1}} \end{aligned} \quad (1.13)$$

(ii) Syarat cukup :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 (X^a Y^b - P_X X - P_Y Y)}{\partial X^2} &> 0 \\ \Leftrightarrow \frac{\partial (a X^{a-1} Y^b - P_X)}{\partial X} &= a(a-1) X^{a-2} Y^b > 0 \end{aligned}$$

artinya $P_X = a X^{a-1} Y^b$ merupakan harga minimum.

dan

(i) Syarat perlu :

$$\begin{aligned} \frac{\partial (X^a Y^b - P_X X - P_Y Y)}{\partial Y} &= 0, \text{ sehingga diperoleh :} \\ b X^a Y^{b-1} &= P_Y \\ \Leftrightarrow Y^{b-1} &= \frac{P_Y}{b X^a} \Leftrightarrow Y^* = \left(\frac{P_Y}{b X^a} \right)^{\frac{1}{b-1}} \end{aligned} \quad (1.14)$$

(ii) Syarat cukup :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 (X^a Y^b - P_X X - P_Y Y)}{\partial Y^2} &> 0 \\ \Leftrightarrow \frac{\partial (b X^a Y^{b-1} - P_Y)}{\partial Y} &= b(b-1) X^a Y^{b-2} > 0 \end{aligned}$$

artinya $P_Y = b X^a Y^{b-1}$ merupakan harga minimum.

Optimasi masalah produsen menjadi :

$$\begin{aligned}
 \max_{P, P_X, P_Y} \sum_i (P_X X^* + P_Y Y^*) &= \max_{P, P_X, P_Y} \sum_i \left[P_X \left(\frac{P_X^{\frac{1}{a-1}}}{a^{\left(\frac{1}{a-1}\right)_Y \left(\frac{b}{a-1}\right)}} \right) + \right. \\
 &\quad \left. P_Y \left(\frac{P_Y^{\left(\frac{1}{b-1}\right)}}{b^{\left(\frac{1}{b-1}\right)_X \left(\frac{a}{b-1}\right)}} \right) \right] \\
 &= \max_{P, P_X, P_Y} \sum_i \left[\left(\frac{P_X^{\left(1 + \frac{1}{a-1}\right)}}{a^{\left(\frac{1}{a-1}\right)_Y \left(\frac{b}{a-1}\right)}} \right) + P_Y \left(\frac{P_Y^{\left(1 + \frac{1}{b-1}\right)}}{b^{\left(\frac{1}{b-1}\right)_X \left(\frac{a}{b-1}\right)}} \right) \right] \\
 &= \max_{P, P_X, P_Y} \sum_i \left[\left\{ \frac{(a X^{a-1} Y^b)^{1 + \frac{1}{a-1}}}{a^{\left(\frac{1}{a-1}\right)_Y \left(\frac{b}{a-1}\right)}} \right\} + \left\{ \frac{(b X^a Y^{b-1})^{1 + \frac{1}{b-1}}}{b^{\left(\frac{1}{b-1}\right)_X \left(\frac{a}{b-1}\right)}} \right\} \right] \\
 &= \max_{P, P_X, P_Y} \sum_i \left[\left\{ \frac{a^{\left(1 + \frac{1}{a-1}\right)} X^a Y^b Y^{\left(\frac{b}{a-1}\right)}}{a^{\left(\frac{1}{a-1}\right)_Y \left(\frac{b}{a-1}\right)}} \right\} + \left\{ \frac{b^{\left(1 + \frac{1}{b-1}\right)} X^a X^{\left(\frac{a}{b-1}\right)} Y^b}{b^{\left(\frac{1}{b-1}\right)_X \left(\frac{a}{b-1}\right)}} \right\} \right] \\
 &= \max_{P, P_X, P_Y} \sum_i \left[\left\{ a^{\left(1 + \frac{1}{a-1} - \frac{1}{a-1}\right)} X^a Y^b Y^{\left(\frac{b}{a-1} - \frac{b}{a-1}\right)} \right\} + \right. \\
 &\quad \left. \left\{ b^{\left(1 + \frac{1}{b-1} - \frac{1}{b-1}\right)} X^a X^{\left(\frac{a}{b-1} - \frac{a}{b-1}\right)} Y^b \right\} \right] \\
 &= \max_{P, P_X, P_Y} \sum_i [\{a X^a Y^b\} + \{b X^a Y^b\}] \\
 &= \max_{P, P_X, P_Y} \sum_i (a + b) [X^a Y^b]
 \end{aligned}$$

Artinya jika para penyedia layanan ingin memaksimalkan keuntungan, maka harus meminimalkan P_X dan P_Y . Karena $X \leq \bar{X}$ dan $Y \leq \bar{Y}$, maka $X^* = \bar{X}$ dan $Y^* = \bar{Y}$. P_X dan P_Y optimal akan menjadi $P_X = a\bar{X}^{a-1}\bar{Y}^b$ dan $P_Y = b\bar{X}^a\bar{Y}^{b-1}$ dengan keuntungan maksimum $\sum_i (a + b) [\bar{X}^a \bar{Y}^b]$; i menyatakan banyaknya konsumen. Berdasarkan kasus ini diperoleh Lemma 2a.

Lemma 2a :

Jika penyedia layanan menggunakan usage-based, maka harga yang optimal menjadi $P_X = a\bar{X}^{a-1}\bar{Y}^b$ dan $P_Y = b\bar{X}^a\bar{Y}^{b-1}$ dengan keuntungan maksimum $\sum_i (a + b) [\bar{X}^a \bar{Y}^b]$; i menyatakan banyaknya konsumen.

Kasus 3a. Penyedia layanan menggunakan harga two-part tariff dengan menetapkan $P_X > 0, P_Y > 0$ dan $P > 0$, artinya terdapat biaya bergabung jika konsumen memilih layanan ini serta biaya yang dikenakan pada saat jam sibuk dan jam tidak sibuk.

Dengan menggunakan Persamaan (4.7) dan (4.8), substitusikan persamaan tersebut ke Pertidaksamaan (4.4) yang merupakan kendala pada optimasi masalah konsumen, sehingga kendala tersebut menjadi :

$$\begin{aligned}
 X^a Y^b - P_X X - P_Y Y - PZ &\geq 0 \\
 \Leftrightarrow X^a Y^b - (a X^{a-1} Y^b) X - (b X^a Y^{b-1}) Y - P &\geq 0 \\
 \Leftrightarrow X^a Y^b - a X^a Y^b - b X^a Y^b - P &\geq 0 \\
 \Leftrightarrow P &\leq X^a Y^b - a X^a Y^b - b X^a Y^b
 \end{aligned}$$

Optimasi masalah produsen menjadi :

$$\begin{aligned}
 &\max_{P, P_X, P_Y} \sum_i (P_X X^* + P_Y Y^* + PZ^*) \\
 &= \max_{P, P_X, P_Y} \sum_i \left[P_X \left(\frac{P_X \left(\frac{1}{a-1} \right)}{a \left(\frac{1}{a-1} \right) Y \left(\frac{b}{a-1} \right)} \right) + P_Y \left(\frac{P_Y \left(\frac{1}{b-1} \right)}{b \left(\frac{1}{b-1} \right) X \left(\frac{a}{b-1} \right)} \right) + \right. \\
 &\quad \left. (X^a Y^b - a X^a Y^b - b X^a Y^b) \right] \\
 &= \max_{P, P_X, P_Y} \sum_i \left[\left(\frac{P_X \left(1 + \frac{1}{a-1} \right)}{a \left(\frac{1}{a-1} \right) Y \left(\frac{b}{a-1} \right)} \right) + \left(\frac{P_Y \left(1 + \frac{1}{b-1} \right)}{b \left(\frac{1}{b-1} \right) X \left(\frac{a}{b-1} \right)} \right) + (X^a Y^b - \right. \\
 &\quad \left. a X^a Y^b - b X^a Y^b) \right] \\
 &= \max_{P, P_X, P_Y} \sum_i \left[\left\{ \frac{(a X^{a-1} Y^b)^{\left(1 + \frac{1}{a-1} \right)}}{a \left(\frac{1}{a-1} \right) Y \left(\frac{b}{a-1} \right)} \right\} + \left\{ \frac{(b X^a Y^{b-1})^{\left(1 + \frac{1}{b-1} \right)}}{b \left(\frac{1}{b-1} \right) X \left(\frac{a}{b-1} \right)} \right\} + \right. \\
 &\quad \left. (X^a Y^b - a X^a Y^b - b X^a Y^b) \right] \\
 &= \max_{P, P_X, P_Y} \sum_i \left[\left\{ \frac{a^{\left(1 + \frac{1}{a-1} \right)} X^a Y^{\left(b + \frac{b}{a-1} \right)}}{a \left(\frac{1}{a-1} \right) Y \left(\frac{b}{a-1} \right)} \right\} + \left\{ \frac{b^{\left(1 + \frac{1}{b-1} \right)} X^{\left(a + \frac{a}{b-1} \right)} Y^b}{b \left(\frac{1}{b-1} \right) X \left(\frac{a}{b-1} \right)} \right\} + \right. \\
 &\quad \left. (X^a Y^b - a X^a Y^b - b X^a Y^b) \right] \\
 &= \max_{P, P_X, P_Y} \sum_i \left[\left\{ \frac{a^{\left(1 + \frac{1}{a-1} \right)} X^a Y^{\left(\frac{b}{a-1} \right)}}{a \left(\frac{1}{a-1} \right) Y \left(\frac{b}{a-1} \right)} \right\} + \left\{ \frac{b^{\left(1 + \frac{1}{b-1} \right)} X^a X^{\left(\frac{a}{b-1} \right)} Y^b}{b \left(\frac{1}{b-1} \right) X \left(\frac{a}{b-1} \right)} \right\} + \right. \\
 &\quad \left. (X^a Y^b - a X^a Y^b - b X^a Y^b) \right] \\
 &= \max_{P, P_X, P_Y} \sum_i [(a X^a Y^b) + (b X^a Y^b) + (X^a Y^b - a X^a Y^b - \\
 &\quad b X^a Y^b)] \\
 &= \max_{P, P_X, P_Y} \sum_i [X^a Y^b]
 \end{aligned}$$

Diketahui bahwa P_X dan P_Y menurun, maka X^* dan Y^* akan meningkat. Namun, karena $X \leq \bar{X}$ dan $Y \leq \bar{Y}$, maka $X^* = \bar{X}$ dan $Y^* = \bar{Y}$. Dengan kata lain, P_X dan P_Y yang optimal menjadi $P_X = a \bar{X}^{a-1} \bar{Y}^b$, $P_Y = b \bar{X}^a \bar{Y}^{b-1}$ dan $P = \bar{X}^a \bar{Y}^b - a \bar{X}^a \bar{Y}^b - b \bar{X}^a \bar{Y}^b$. Oleh karena itu, keuntungan maksimum dicapai oleh penyedia layanan adalah $\sum_i [\bar{X}^a \bar{Y}^b]$; i menyatakan konsumen. Berdasarkan kasus ini diperoleh Lemma 3a.

Lemma 3a :

Jika penyedia layanan menggunakan harga two-part tariff, maka P_X dan P_Y yang terbaik menjadi $P_X = a \bar{X}^{a-1} \bar{Y}^b$, $P_Y = b \bar{X}^a \bar{Y}^{b-1}$ dan biaya tetap sebesar $(a + b) \bar{X}^a \bar{Y}^b$. Oleh karena itu, keuntungan maksimum dicapai oleh penyedia layanan adalah $\sum_i [\bar{X}^a \bar{Y}^b]$; i menyatakan konsumen.

Hasil analisis dari Lemma 1a, 2a, dan 3a disajikan dalam Tabel 1.1.

Tabel 1.1 Perbandingan skema pembiayaan untuk konsumen homogen berdasarkan fungsi utilitas Cobb-Douglass.

	Lemma 1.a (Flat-Fee)	Lemma 2.a (Usage-Based)	Lemma 3.a (Two-Part Tariff)
Harga yang dikenakan pada konsumen	$\bar{X}^a \bar{Y}^b$	$P_x = a \bar{X}^{a-1} \bar{Y}^b$ dan $P_y = b \bar{X}^a \bar{Y}^{b-1}$	$P_x = a \bar{X}^{a-1} \bar{Y}^b$ dan $P_y = b \bar{X}^a \bar{Y}^{b-1}$
Keuntungan Maksimum	$\sum_i [\bar{X}^a \bar{Y}^b]$	$\sum_i (a + b) [\bar{X}^a \bar{Y}^b]$	$\sum_i [\bar{X}^a \bar{Y}^b]$

Berdasarkan Tabel 1.1, jika diasumsikan $a \bar{X}^a \bar{Y}^b > \bar{X}^a \bar{Y}^b$ dan $b \bar{X}^a \bar{Y}^b > \bar{X}^a \bar{Y}^b$, maka $(a + b) [\bar{X}^a \bar{Y}^b] > [\bar{X}^a \bar{Y}^b]$; $a, b > 0$. Keuntungan maksimum yang diperoleh ISP (penyedia layanan) adalah saat ISP menggunakan skema pembiayaan usage-based.

1.12.1 Fungsi Utilitas Cobb-Douglass pada Konsumen Heterogen Golongan Atas dan Golongan Bawah

Misalkan terdapat m konsumen golongan atas (tipe 1) dan n konsumen golongan bawah (tipe 2). Untuk mempelajari bagaimana kesediaan untuk membayar mempengaruhi skema harga suatu perusahaan, diasumsikan setiap konsumen di kedua bagian

memiliki batas atas X yang sama di jam sibuk dan Y di jam tidak sibuk, $a_1 > a_2$ dan $b_1 > b_2$.

Optimasi Masalah Konsumen :

$$\text{Maks}_{X_i, Y_i, Z_i} X_i^{a_i} Y_i^{b_i} - P_X X_i - P_Y Y_i - P Z_i \quad (1.15)$$

dengan kendala :

$$X_i \leq \bar{X} Z_i \quad (1.16)$$

$$Y_i \leq \bar{Y} Z_i \quad (1.17)$$

$$X_i^{a_i} Y_i^{b_i} - P_X X_i - P_Y Y_i - P Z_i \geq 0 \quad (1.18)$$

$$Z_i = 0 \text{ atau } 1 \quad (1.19)$$

Optimasi Masalah Produsen :

$$\text{maks}_{P, P_X, P_Y} m(P_X X_1^* + P_Y Y_1^* + P Z_1^*) + n(P_X X_2^* + P_Y Y_2^* + P Z_2^*) \quad (4.14)$$

dengan $(X_i^*, Y_i^*, Z_i^*) = \text{argmaks}_{X_i, Y_i, Z_i} X_i^{a_i} Y_i^{b_i} - P_X X_i - P_Y Y_i - P Z_i$

dengan kendala :

$$X_i \leq \bar{X} Z_i$$

$$Y_i \leq \bar{Y} Z_i$$

$$X_i^{a_i} Y_i^{b_i} - P_X X_i - P_Y Y_i - P Z_i \geq 0$$

$$Z_i = 0 \text{ atau } 1$$

Berikut ini dibahas penentuan keuntungan maksimum pada setiap skema pembiayaan yang digunakan penyedia layanan.

Kasus 4a. Jika penyedia layanan menggunakan harga flat fee dengan menetapkan $P_X = 0, P_Y = 0$ dan $P > 0$, artinya harga yang digunakan oleh penyedia layanan tidak berpengaruh pada waktu penggunaan (jam sibuk atau jam tidak sibuk), maka konsumen akan memilih tingkat konsumsi maksimum $X_1 = \bar{X}, X_2 = \bar{X}, Y_1 = \bar{Y}$, dan $Y_2 = \bar{Y}$. Dengan demikian setiap konsumen golongan atas dikenakan biaya $P \leq \bar{X}^{a_1} \bar{Y}^{b_1}$ dan konsumen golongan bawah $P \leq \bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2}$. Kasus 4a merupakan skema pembiayaan flat-fee sehingga P atau harganya disetarakan untuk kedua jenis konsumen heterogen. Jika ditetapkan $a_1 > a_2$ maka untuk ketetapan biaya golongan atas mengikuti harga bagi biaya golongan bawah.

$$a_1 > a_2 \Leftrightarrow \bar{X}^{a_1} > \bar{X}^{a_2}$$

$$b_1 > b_2 \Leftrightarrow \bar{X}^{b_1} > \bar{X}^{b_2}$$

Diasumsikan bahwa $(m) \bar{X}^{a_1} \bar{Y}^{b_1} < (m+n) \bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2}$. Artinya, jika $P = \bar{X}^{a_1} \bar{Y}^{b_1}$, maka hanya konsumen golongan atas yang dapat mengikuti layanan ini. Jika $P = \bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2}$, maka kedua jenis

konsumen tersebut dapat mengikuti layanan ini, yaitu konsumen golongan atas dan konsumen golongan bawah. Dengan demikian untuk memaksimalkan keuntungan, penyedia layanan akan mengenakan biaya $P = \bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2}$.

Dalam hal ini untuk optimasi masalah penyedia layanan :

$$\begin{aligned} maks_P m(PZ_1^*) + n(PZ_2^*) &= m(\bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2}) + n(\bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2}) \\ &= (m + n)(\bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2}) \end{aligned}$$

Jadi keuntungan maksimum yang diperoleh produsen adalah sebesar $(m + n)(\bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2})$; m adalah banyaknya konsumen golongan atas dan n adalah banyaknya konsumen golongan bawah. Berdasarkan kasus ini diperoleh Lemma 4a.

Lemma 4a :

Jika penyedia layanan menggunakan biaya flat-fee, maka harga yang dikenakan adalah $\bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2}$ dengan keuntungan maksimum yang dicapai adalah sebesar $(m + n)[\bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2}]$.

Kasus 5a. Jika penyedia layanan menggunakan harga usage-based dengan menetapkan $P_X > 0, P_Y > 0$ dan $P = 0$, artinya penyedia layanan memberikan harga yang dibedakan, yaitu harga pada saat jam sibuk dan tidak sibuk, maka :

Optimasi masalah konsumen heterogen golongan atas :

$$maks_{X,Y,Z} X_1^{a_1} Y_1^{b_1} - P_X X_1 - P_Y Y_1 \quad (1.20)$$

Untuk mengoptimalkan harga maka digunakan syarat perlu dan syarat cukup :

(i) Syarat perlu

$$\frac{\partial(X_1^{a_1} Y_1^{b_1} - P_X X_1 - P_Y Y_1)}{\partial X_1} = 0, \text{ dari hasil diferensial tersebut}$$

diperoleh :

$$a_1 X_1^{a_1-1} Y_1^{b_1} = P_X \quad (1.21)$$

$$\Leftrightarrow X_1^{a_1-1} = \frac{P_X}{a_1 Y_1^{b_1}}$$

$$\Leftrightarrow X_1^* = \left(\frac{P_X}{a_1 Y_1^{b_1}} \right)^{\frac{1}{a_1-1}}$$

(ii) Syarat cukup

$$\frac{\partial^2(X_1^{a_1} Y_1^{b_1} - P_X X_1 - P_Y Y_1)}{\partial X_1^2} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial(a_1 X_1^{a_1-1} Y_1^{b_1} - P_X)}{\partial X_1} = a_1(a_1 - 1)X_1^{a_1-2} Y_1^{b_1} > 0$$

Artinya, $P_X = a_1 X_1^{a_1-1} Y_1^{b_1}$ merupakan harga minimum.

dan

(i) Syarat perlu

$$\frac{\partial (X_1^{a_1} Y_1^{b_1} - P_X X_1 - P_Y Y_1)}{\partial Y_1} = 0, \text{ dari hasil diferensial tersebut}$$

diperoleh :

$$b_1 X_1^{a_1} Y_1^{b_1-1} = P_Y \quad (1.22)$$

$$\Leftrightarrow Y_1^{b_1-1} = \frac{P_Y}{b_1 X_1^{a_1}}$$

$$\Leftrightarrow Y_1^* = \left(\frac{P_Y}{b_1 X_1^{a_1}} \right)^{\frac{1}{b_1-1}}$$

(ii) Syarat cukup

$$\frac{\partial^2 (X_1^{a_1} Y_1^{b_1} - P_X X_1 - P_Y Y_1)}{\partial Y_1^2} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial (b_1 X_1^{a_1} Y_1^{b_1-1} - P_Y)}{\partial Y_1} =$$

$$b_1 (b_1 - 1) X_1^{a_1} Y_1^{b_1-2} > 0$$

Artinya $P_Y = b_1 X_1^{a_1} Y_1^{b_1-1}$ merupakan harga minimum.

Optimasi masalah konsumen heterogen golongan bawah :

$$\max_{X,Y,Z} X_2^{a_2} + Y_2^{b_2} - P_X X_2 - P_Y Y_2$$

Untuk mengoptimalkan harga digunakan syarat perlu dan syarat cukup maka :

(i) Syarat perlu

$$\frac{\partial (X_2^{a_2} Y_2^{b_2} - P_X X_2 - P_Y Y_2)}{\partial X_2} = 0, \text{ dari hasil diferensial}$$

tersebut diperoleh :

$$a_2 X_2^{a_2-1} Y_2^{b_2} = P_X \quad (4.18)$$

$$\Leftrightarrow X_2^{a_2-1} = \frac{P_X}{a_2 Y_2^{b_2}}$$

$$\Leftrightarrow X_2^* = \left(\frac{P_X}{a_2 Y_2^{b_2}} \right)^{\frac{1}{a_2-1}}$$

(ii) Syarat cukup

$$\frac{\partial^2 (X_2^{a_2} Y_2^{b_2} - P_X X_2 - P_Y Y_2)}{\partial X_2^2} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial (a_2 X_2^{a_2-1} Y_2^{b_2} - P_X)}{\partial X_2} = a_2 (a_2 - 1) X_2^{a_2-2} Y_2^{b_2} > 0$$

Artinya, $P_X = a_2 X_2^{a_2-1} Y_2^{b_2}$ merupakan harga minimum.

dan

(i) Syarat perlu

$$\frac{\partial (X_2^{a_2} Y_2^{b_2} - P_X X_2 - P_Y Y_2)}{\partial Y_2} = 0, \text{ dari hasil diferensial tersebut}$$

diperoleh :

$$b_2 X_2^{a_2} Y_2^{b_2-1} = P_Y \quad (1.23)$$

$$\Leftrightarrow Y_2^{b_2-1} = \frac{P_Y}{b_2 X_2^{a_2}}$$

$$\Leftrightarrow Y_2^* = \left(\frac{P_Y}{b_2 X_2^{a_2}} \right)^{\frac{1}{b_2-1}}$$

(ii) Syarat cukup

$$\frac{\partial^2 (X_2^{a_2} Y_2^{b_2} - P_X X_2 - P_Y Y_2)}{\partial Y_2^2} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial (b_2 X_2^{a_2} Y_2^{b_2-1} - P_Y)}{\partial Y_2} =$$

$$b_2 (b_2 - 1) X_2^{a_2} Y_2^{b_2-2} > 0$$

Artinya $P_Y = b_2 X_2^{a_2} Y_2^{b_2-1}$ merupakan harga minimum.

Analisis ini diterapkan pada masalah saat jam sibuk dan saat jam tidak sibuk.

(i) Masalah pada saat jam sibuk :

Penyedia harus meminimalkan P_X ; $P_X \leq a_1 X_1^{a_1-1} Y_1^{b_1}$ untuk memaksimalkan fungsi (4.15). Di sisi lain, jika penyedia menetapkan harga $P_X \leq a_2 X_2^{a_2-1} Y_2^{b_2}$, maka keuntungan tidak optimal jika $X_1^* \leq \bar{X}$ atau $X_2^* \leq \bar{X}$. Oleh karena itu, harga P_X yang terbaik adalah $a_2 X_2^{a_2-1} Y_2^{b_2} \leq P_X \leq a_1 X_1^{a_1-1} Y_1^{b_1}$.

(ii) Masalah jam tidak sibuk :

Penyedia harus meminimalkan P_Y ; $P_Y \leq b_1 Y_1^{b_1-1} X_1^{a_1}$, untuk memaksimalkan fungsi (4.15). Di sisi lain, jika penyedia menetapkan $P_Y \leq b_2 X_2^{a_2} Y_2^{b_2-1}$, maka keuntungan tidak optimal jika $Y_1^* \leq \bar{Y}$ atau $Y_2^* \leq \bar{Y}$. Oleh

karena itu, harga P_Y yang terbaik adalah $b_2 X_2^{a_2} Y_2^{b_2-1} \leq P_Y \leq b_1 Y_1^{b_1-1} X_1^{a_1}$.

Ketika harga di interval $a_2 X_2^{a_2-1} Y_2^{b_2} \leq P_X \leq a_1 X_1^{a_1-1} Y_1^{b_1}$ dan $b_2 X_2^{a_2} Y_2^{b_2-1} \leq P_Y \leq b_1 Y_1^{b_1-1} X_1^{a_1}$, permintaan dari konsumen golongan atas tetap pada $\bar{X}$ dan $\bar{Y}$, sementara permintaan dari konsumen golongan bawah terus meningkat karena harga turun. Dengan demikian kedua konsumen (konsumen golongan atas dan golongan bawah) dapat mengikuti layanan ini dengan harga optimal diberikan untuk jam sibuk adalah $P_X = a_2 X_2^{a_2-1} Y_2^{b_2}$ dan harga optimal di jam tidak sibuk adalah $P_Y = b_2 X_2^{a_2} Y_2^{b_2-1}$.

Optimasi masalah produsen :

$$\max_{P_X, P_Y} m(P_X X_1^* + P_Y Y_1^*) + n(P_X X_2^* + P_Y Y_2^*)$$

$$\begin{aligned} &= \max_{P_X, P_Y} (m + n) \left[P_X \left(\frac{P_X \left(\frac{1}{a_2-1} \right)}{a_2 \left(\frac{1}{a_2-1} \right) Y_2 \left(\frac{b_2}{a_2-1} \right)} \right) + P_Y \left(\frac{P_Y \left(\frac{1}{b_2-1} \right)}{b_2 \left(\frac{1}{b_2-1} \right) X_2 \left(\frac{a_2}{b_2-1} \right)} \right) \right] \\ &= \max_{P_X, P_Y} (m + n) \left[\left(\frac{P_X \left(1 + \frac{1}{a_2-1} \right)}{a_2 \left(\frac{1}{a_2-1} \right) Y_2 \left(\frac{b_2}{a_2-1} \right)} \right) + \left(\frac{P_Y \left(1 + \frac{1}{b_2-1} \right)}{b_2 \left(\frac{1}{b_2-1} \right) X_2 \left(\frac{a_2}{b_2-1} \right)} \right) \right] \\ &= \max_{P_X, P_Y} (m + n) \left[\left(\frac{P_X \left(\frac{a_2}{a_2-1} \right)}{a_2 \left(\frac{1}{a_2-1} \right) Y_2 \left(\frac{b_2}{a_2-1} \right)} \right) + \left(\frac{P_Y \left(\frac{b_2}{b_2-1} \right)}{b_2 \left(\frac{1}{b_2-1} \right) X_2 \left(\frac{a_2}{b_2-1} \right)} \right) \right] \\ &= \max_{P_X, P_Y} (m + n) \left[\left(\frac{(a_2 X_2^{a_2-1} Y_2^{b_2}) \left(\frac{a_2}{a_2-1} \right)}{a_2 \left(\frac{1}{a_2-1} \right) Y_2 \left(\frac{b_2}{a_2-1} \right)} \right) + \left(\frac{(b_2 X_2^{a_2} Y_2^{b_2-1}) \left(\frac{b_2}{b_2-1} \right)}{b_2 \left(\frac{1}{b_2-1} \right) X_2 \left(\frac{a_2}{b_2-1} \right)} \right) \right] \\ &= \max_{P_X, P_Y} (m + n) \left[\left(\frac{a_2 \left(\frac{a_2}{a_2-1} \right) X_2^{a_2-1} Y_2^{b_2} \left(\frac{a_2-1}{a_2-1} \right) Y_2^{b_2} \left(\frac{a_2}{a_2-1} \right)}{a_2 \left(\frac{1}{a_2-1} \right) Y_2 \left(\frac{b_2}{a_2-1} \right)} \right) + \right. \\ &\quad \left. \left(\frac{b_2 \left(\frac{b_2}{b_2-1} \right) X_2^{a_2} Y_2^{b_2-1} \left(\frac{b_2-1}{b_2-1} \right) X_2^{a_2} Y_2^{b_2} \left(\frac{b_2}{b_2-1} \right)}{b_2 \left(\frac{1}{b_2-1} \right) X_2 \left(\frac{a_2}{b_2-1} \right)} \right) \right] \\ &= \max_{P_X, P_Y} (m + n) [a_2 X_2^{a_2} Y_2^{b_2} + b_2 X_2^{a_2} Y_2^{b_2}] \\ &= \max_{P_X, P_Y} (m + n) (a_2 + b_2) [X_2^{a_2} Y_2^{b_2}] \end{aligned}$$

Harga optimal diberikan untuk jam sibuk adalah $P_X = a_2 \bar{X}^{(a_2-1)} \bar{Y}^{b_2}$ dan harga optimal di jam tidak sibuk adalah

$P_Y = b_2 \bar{Y}^{(b_2-1)} \bar{X}^{a_2}$ dengan keuntungan maksimumnya adalah $(m+n)(a_2 + b_2)(\bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2})$. Berdasarkan kasus ini diperoleh Lemma 5a.

Lemma 5a :

Jika penyedia layanan menggunakan harga usage-based, maka harga optimal diberikan untuk jam sibuk adalah $P_X = a_2 \bar{X}^{(a_2-1)} \bar{Y}^{b_2}$ dan harga optimal di jam tidak sibuk adalah $P_Y = b_2 \bar{Y}^{(b_2-1)} \bar{X}^{a_2}$ dengan keuntungan maksimumnya adalah $(m+n)(a_2 + b_2)(\bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2})$.

Kasus 6a. Jika penyedia layanan menggunakan harga two-part tariff, maka $P_X > 0$, $P_Y > 0$, dan $P > 0$. Kondisi orde pertama untuk persamaan optimasi masalah konsumen golongan atas atau golongan bawah dengan menggunakan Persamaan (4.16), (4.17), (4.18), dan (4.19). Persamaan (4.16) dan (4.18) adalah kurva permintaan konsumen golongan atas dan golongan bawah pada saat jam sibuk. Persamaan (4.17) dan (4.19) adalah kurva permintaan konsumen golongan atas dan golongan bawah di jam tidak sibuk. Jika ditetapkan $a_1 > a_2$ maka untuk ketetapan biaya golongan atas akan mengikuti harga bagi biaya golongan bawah, sehingga :

$$a_1(m) < a_2(m+n) \Leftrightarrow a_1 < \frac{a_2(m+n)}{m}$$

Artinya jika konsumen dikenakan biaya sebesar $P_X = a_1 X_1^{(a_1-1)} Y_1^{b_1}$, $P_Y = b_1 Y_1^{(b_1-1)} X_1^{a_1}$ dan $P = X_1^{a_1} Y_1^{b_1} - (a_1 + b_1)(X_1^{a_1} Y_1^{b_1})$, maka hanya konsumen golongan atas yang dapat mengikuti layanan ini karena konsumen golongan bawah mempunyai kendala $P_X \leq a_2 X_2^{a_2-1} Y_2^{b_2}$ dan $P_Y \leq b_2 Y_2^{b_2-1} X_2^{a_2}$. Jika konsumen dikenakan biaya $P_X = a_2 X_2^{a_2-1} Y_2^{b_2}$, $P_Y = b_2 Y_2^{b_2-1} X_2^{a_2}$ dan $P = X_2^{a_2} Y_2^{b_2} - (a_2 + b_2)(X_2^{a_2} Y_2^{b_2})$, maka kedua jenis konsumen tersebut dapat mengikuti layanan ini, yaitu konsumen golongan atas dan konsumen golongan bawah. Hal ini dikarenakan banyak konsumen melihat biaya berlangganan sebagai entri penghalang, penyedia dapat memilih untuk menurunkan entri penghalang ini sehingga dapat menarik lebih banyak konsumen. Dengan demikian untuk memaksimalkan keuntungan, penyedia layanan mengenakan

biaya $P_X = a_2 X_2^{a_2-1} Y_2^{b_2}$, $P_Y = b_2 Y_2^{b_2-1} X_2^{a_2}$ dan $P = X_2^{a_2} Y_2^{b_2} - (a_2 + b_2)(X_2^{a_2} Y_2^{b_2})$.

Optimasi masalah penyedia layanan menjadi :

$$\begin{aligned} & \max_{P_X, P_Y} m(P_X X_1^* + P_Y Y_1^* + P Z_1^*) + n(P_X X_2^* + P_Y Y_2^* + P Z_2^*) \\ &= m[a_2 \bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2} + b_2 \bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2} + \{X_2^{a_2} Y_2^{b_2} - (a_2 + b_2)(X_2^{a_2} Y_2^{b_2})\}] \\ &+ n[a_2 \bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2} + b_2 \bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2} + \{X_2^{a_2} Y_2^{b_2} - (a_2 + b_2)(X_2^{a_2} Y_2^{b_2})\}] \\ &= m(\bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2}) + n(\bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2}) \\ &= (m + n)(\bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2}) \end{aligned}$$

Jadi, keuntungan maksimum yang dicapai adalah $(m + n)(\bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2})$. Berdasarkan kasus ini diperoleh Lemma 6a.

Lemma 6a :

Jika penyedia layanan menggunakan harga two-part tariff, maka secara berurutan P_X dan P_Y optimal menjadi $a_2 \bar{X}^{a_2-1} \bar{Y}^{b_2}$, $b_2 \bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2-1}$, dan $P = X_2^{a_2} Y_2^{b_2} - (a_2 + b_2)(X_2^{a_2} Y_2^{b_2})$, dengan keuntungan maksimum yang dicapai adalah $(m + n)[\bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2}]$.

Hasil analisis dari Lemma 4a, 5a, dan 6a disajikan dalam Tabel 1.2.

Tabel 1. 2 Perbandingan skema pembiayaan untuk konsumen heterogen golongan atas dan golongan bawah berdasarkan fungsi utilitas Cobb-Douglass.

	Lemma 4a (Flat-Fee)	Lemma 5a (Usage-Based)	Lemma 6a (Two-Part Tariff)
Harga yang dikenakan pada konsumen	$\bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2}$	$P_X = a_2 \bar{X}^{a_2-1} \bar{Y}^{b_2}$ dan $P_Y = b_2 \bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2-1}$	$P_X = a_2 \bar{X}^{a_2-1} \bar{Y}^{b_2}$ dan $P_Y = b_2 \bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2-1}$
Keuntungan Maksimum	$(m + n)[\bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2}]$	$(m + n)(a_2 + b_2)(\bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2})$	$(m + n)[\bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2}]$

Berdasarkan Tabel 1.2, jika $a_2 \bar{X}^{a_2} > \bar{X}^{a_2}$ dan $b_2 \bar{Y}^{b_2} > \bar{Y}^{b_2}$, maka $(m + n)(a_2 + b_2)(\bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2}) > (m + n)[\bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2}]$; $a_2, b_2 > 0$. Oleh karena itu, jika terdapat dua jenis konsumen yang didasarkan oleh kesediaan untuk membayar di pasar, maka harga usage-based lebih baik dibandingkan harga flat-fee dan harga two-part tariff.

Kesimpulan dari sub bab ini sama dengan yang diperoleh di Bagian 1.12.1 yaitu harga usage-based selalu menghasilkan keuntungan yang lebih baik dan mendominasi harga flat-fee dan harga two-part tariff.

Interpretasi dari Tabel 1.2 adalah jika untuk masalah konsumen heterogen golongan atas dan golongan bawah yang didasarkan kemauan untuk membayar, maka penyedia layanan harus menetapkan harga ditingkat yang akan mendorong konsumen untuk mengkonsumsi sebanyak yang mereka inginkan dengan memperhitungkan keuntungan yang diperoleh. Jika biaya yang ditetapkan mengikuti biaya untuk konsumen golongan atas, maka penyedia layanan akan kehilangan konsumen golongan bawah. Jika biaya yang ditetapkan mengikuti biaya untuk konsumen golongan bawah, maka kedua jenis konsumen ini dapat mengikuti layanan tersebut.

1.12.2 Fungsi Utilitas Cobb-Douglass pada Konsumen Heterogen Tingkat Pemakaian Tinggi dan Tingkat Pemakaian Rendah

Misalkan diasumsikan dua jenis konsumen, konsumen tingkat pemakaian tinggi (tipe 1) dengan tingkat konsumsi maksimum $\bar{X}_1$ dan $\bar{Y}_1$ dan konsumen tingkat pemakaian rendah (tipe 2) dengan tingkat konsumsi maksimum $\bar{X}_2$ dan $\bar{Y}_2$. Misalkan ada m konsumen tipe 1 dan n konsumen tipe 2 dengan $a_1 = a_2 = a$ dan $b_1 = b_2 = b$.

Berikut ini dibahas penentuan keuntungan maksimum pada setiap skema pembiayaan yang digunakan penyedia layanan.

Kasus 7a. Jika penyedia layanan menggunakan harga flat-fee dengan menetapkan $P_X = 0$, $P_Y = 0$ dan $P > 0$. Artinya layanan ini akan diberikan harga, jika konsumen (konsumen tingkat pemakaian tinggi atau konsumen tingkat pemakaian rendah) memilih untuk bergabung dengan layanan, maka konsumen tersebut sepenuhnya memanfaatkan layanan dengan memilih tingkat konsumsi $X_1 = \bar{X}_1$, $Y_1 = \bar{Y}_1$ atau $X_2 = \bar{X}_2$, $Y_2 = \bar{Y}_2$ dengan utilitas maksimum $\bar{X}_1^a \bar{Y}_1^b$ atau $\bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b$ (secara berurutan untuk konsumen tingkat pemakaian tinggi atau konsumen tingkat pemakaian rendah). Kemudian, penyedia layanan dapat memberikan harga untuk setiap konsumen tingkat pemakaian

tinggi yaitu $P \leq \bar{X}_1^a \bar{Y}_1^b$ dan masing-masing konsumen golongan bawah tidak lebih dari $P \leq \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b$ sebagai flat-fee untuk layanan. Karena dianggap penyedia layanan tidak bisa membedakan konsumen tingkat pemakaian tinggi atau konsumen tingkat pemakaian rendah dan harus mengenakan dengan harga yang sama untuk konsumen tersebut, maka penyedia layanan menetapkan $P = \bar{X}_1^a \bar{Y}_1^b$ dengan hanya melayani konsumen tingkat pemakaian tinggi atau menetapkan harga $P = \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b$ dengan melayani dua jenis konsumen yaitu konsumen tingkat pemakaian tinggi dan konsumen tingkat pemakaian rendah. Jika diasumsikan $m(\bar{X}_1^a \bar{Y}_1^b) < (m+n)(\bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b)$, maka penyedia layanan dapat menetapkan $P = \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b$ dan melayani baik konsumen tingkat pemakaian tinggi atau konsumen tingkat pemakaian rendah dengan keuntungan maksimum yang dicapai adalah $(m+n)(\bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b)$. Berdasarkan kasus ini diperoleh Lemma 7a.

Lemma 7a :

Jika penyedia layanan menggunakan biaya flat-fee, maka harga yang ditetapkan adalah $P = \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b$ dengan keuntungan maksimum yang dicapai $(m+n)(\bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b)$.

Kasus 8a. Jika penyedia layanan menggunakan harga usage-based dengan menetapkan $P_X > 0$, $P_Y > 0$, dan $P = 0$, artinya penyedia layanan memberikan harga yang dibedakan, yaitu harga pada saat jam sibuk dan tidak sibuk. Kondisi orde pertama untuk optimasi masalah konsumen tingkat pemakaian tinggi atau tingkat pemakaian rendah sebagai berikut:

Untuk konsumen heterogen tingkat pemakaian tinggi:

$$\max_{X,Y,Z} X_1^a Y_1^b - P_X X_1 - P_Y Y_1$$

Untuk mengoptimalkan harga digunakan syarat perlu dan syarat cukup, yaitu:

(i) Syarat perlu

$$\frac{\partial (X_1^a Y_1^b - P_X X_1 - P_Y Y_1)}{\partial X_1} = 0. \text{ Dari hasil diferensial tersebut}$$

diperoleh:

$$a X_1^{a-1} Y_1^b = P_X \quad (1.24)$$

$$\Leftrightarrow X_1^* = \left(\frac{P_X}{aY_1^b} \right)^{\frac{1}{a-1}}$$

(ii) Syarat cukup

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 (X_1^a Y_1^b - P_X X_1 - P_Y Y_1)}{\partial X_1^2} &> 0 \\ \Leftrightarrow \frac{\partial (a X_1^{a-1} Y_1^b - P_X)}{\partial X_1} &= a(a-1)X_1^{a-2}Y_1^b > 0 \end{aligned}$$

dan

(i) Syarat perlu

$$\frac{\partial (X_1^a Y_1^b - P_X X_1 - P_Y Y_1)}{\partial Y_1} = 0. \text{ Dari hasil diferensial tersebut}$$

diperoleh :

$$\begin{aligned} b Y_1^{b-1} X_1^a &= P_Y \\ \Leftrightarrow Y_1^* &= \left(\frac{P_Y}{b X_1^a} \right)^{\frac{1}{b-1}} \end{aligned} \quad (1.25)$$

(ii) Syarat cukup

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 (X_1^a Y_1^b - P_X X_1 - P_Y Y_1)}{\partial Y_1^2} &> 0 \\ \Leftrightarrow \frac{\partial (b Y_1^{b-1} X_1^a - P_Y)}{\partial Y_1} &= b(b-1)Y_1^{b-2}X_1^a > 0 \end{aligned}$$

sedangkan untuk konsumen heterogen tingkat pemakaian rendah :

$$\max_{X,Y,Z} X_2^a Y_2^b - P_X X_2 - P_Y Y_2$$

Untuk mengoptimalkan harga digunakan syarat perlu dan syarat cukup, yaitu :

(i) Syarat perlu

$$\frac{\partial (X_2^a Y_2^b - P_X X_2 - P_Y Y_2)}{\partial X_2} = 0. \text{ Dari hasil diferensial tersebut}$$

diperoleh :

$$\begin{aligned} a X_2^{a-1} Y_2^b &= P_X \Leftrightarrow X_2^* = \left(\frac{P_X}{a Y_2^b} \right)^{\frac{1}{a-1}} \end{aligned} \quad (1.26)$$

(ii) Syarat cukup

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 (X_2^a Y_2^b - P_X X_2 - P_Y Y_2)}{\partial X_2^2} &> 0 \\ \Leftrightarrow \frac{\partial (a X_2^{a-1} Y_2^b - P_X)}{\partial X_2} &= a(a-1)X_2^{a-2}Y_2^b > 0 \end{aligned}$$

dan

(i) Syarat perlu

$$\frac{\partial (X_2^a Y_2^b - P_X X_2 - P_Y Y_2)}{\partial Y_2} = 0. \text{ Dari hasil diferensial tersebut}$$

diperoleh:

$$b Y_2^{b-1} X_2^a = P_Y \quad (1.27)$$

$$\Leftrightarrow Y_2^* = \left(\frac{P_Y}{b X_2^a} \right)^{\frac{1}{b-1}}$$

(iii) Syarat cukup

$$\frac{\partial^2 (X_2^a Y_2^b - P_X X_2 - P_Y Y_2)}{\partial Y_2^2} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial (b Y_2^{b-1} X_2^a - P_Y)}{\partial Y_2} = b(b-1) X_2^a Y_2^{b-2} > 0$$

Jika diasumsikan $m(\bar{X}_1) < (m+n)(\bar{X}_2)$, maka penyedia layanan dapat menetapkan $P_X = a X_2^{a-1} Y_2^b$ dan $P_Y = b Y_2^{b-1} X_2^a$ yang melayani konsumen tingkat pemakaian tinggi maupun konsumen tingkat pemakaian rendah.

Optimasi masalah produsen :

$$\underset{P_X, P_Y}{maks} m(P_X X_1^* + P_Y Y_1^*) + n(P_X X_2^* + P_Y Y_2^*)$$

$$= \underset{P_X, P_Y}{maks} (m+n) \left[P_X \left(\frac{P_X}{a Y_2^b} \right)^{\frac{1}{a-1}} + P_Y \left(\frac{P_Y}{b X_2^a} \right)^{\frac{1}{b-1}} \right]$$

$$= \underset{P_X, P_Y}{maks} (m+n) \left[\frac{P_X^{\frac{a}{a-1}}}{\frac{1}{a} a^{-1} Y_2^{\frac{b}{a-1}}} + \frac{P_Y^{\frac{b}{b-1}}}{\frac{1}{b} b^{-1} X_2^{\frac{a}{b-1}}} \right]$$

Diketahui bahwa selama P_X dan P_Y menurun, maka X_1^* , X_2^* , Y_1^* dan Y_2^* akan meningkat. X_1 , X_2 , Y_1 dan Y_2 dibatasi pada $\bar{X}_1$, $\bar{X}_2$, $\bar{Y}_1$ dan $\bar{Y}_2$ mengakibatkan P_X dan P_Y terbaik masing – masing menjadi $a \bar{X}_2^{a-1} \bar{Y}_2^b$ dan $b \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^{b-1}$ dengan keuntungan maksimum yang dicapai :

$$\begin{aligned} & \underset{P_X, P_Y}{maks} (m+n) \left[\frac{P_X^{\left(\frac{a}{a-1}\right)}}{a^{\left(\frac{1}{a-1}\right)} \bar{Y}_2^{\left(\frac{b}{a-1}\right)}} + \frac{P_Y^{\left(\frac{b}{b-1}\right)}}{b^{\left(\frac{1}{b-1}\right)} \bar{X}_2^{\left(\frac{a}{b-1}\right)}} \right] \\ &= (m+n) \left[\frac{\left(a \bar{X}_2^{a-1} \bar{Y}_2^b \right)^{\frac{a}{a-1}}}{a^{\left(\frac{1}{a-1}\right)} \bar{Y}_2^{\left(\frac{b}{a-1}\right)}} + \frac{\left(b \bar{X}_2^{b-1} X_2^a \right)^{\frac{b}{b-1}}}{b^{\left(\frac{1}{b-1}\right)} \bar{X}_2^{\left(\frac{a}{b-1}\right)}} \right] \\ &= (m+n) \left[\frac{a^{\left(\frac{a}{a-1}\right)} \bar{X}_2^{(a-1)\left(\frac{a}{a-1}\right)}}{a^{\left(\frac{1}{a-1}\right)} \bar{Y}_2^{\left(\frac{b}{a-1}\right)}} + \frac{b^{\frac{b}{b-1}} \bar{Y}_2^{(b-1)\left(\frac{b}{b-1}\right)}}{b^{\left(\frac{1}{b-1}\right)} \bar{X}_2^{\left(\frac{a}{b-1}\right)}} \right] \end{aligned}$$

$$= (m + n)(a + b) \left[\bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b \right]$$

Oleh karena itu, jika penyedia layanan menggunakan tipe pembiayaan usage-based, maka harga optimal pada saat jam sibuk adalah $P_X = a\bar{X}_2^{a-1}$ dan harga optimal pada saat jam tidak sibuk adalah $P_Y = b\bar{Y}_2^{b-1}$ dengan keuntungan maksimum yang dicapai adalah $(m + n)(a + b) \left[\bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b \right]$. Berdasarkan kasus ini diperoleh Lemma 8a.

Lemma 8a :

Jika penyedia layanan menggunakan harga usage-based, maka harga optimal di jam sibuk adalah $P_X = a\bar{X}_2^{a-1}\bar{Y}_2^b$ dan harga yang optimal di jam tidak sibuk adalah $P_Y = b\bar{Y}_2^{b-1}\bar{X}_2^a$. Keuntungan maksimum adalah $(m + n)(a + b) \left[\bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b \right]$.

Kasus 9a. Jika penyedia layanan menggunakan harga two-part tariff, maka $P_X > 0$, $P_Y > 0$, dan $P > 0$, kondisi orde pertama untuk persamaan optimasi masalah konsumen tingkat pemakaian tinggi atau tingkat pemakaian rendah dengan menggunakan Persamaan (1.25), (1.26), (1.27), dan (1.28).

Diketahui bahwa jika $X_1 > X_2 \Leftrightarrow aX_1^{a-1}Y_1^b > bX_2^{b-1}Y_2^b$, maka $P_X = aX_2^{a-1}Y_2^b$ yang terbaik untuk ditetapkan oleh penyedia layanan yang dapat digunakan untuk konsumen tingkat pemakaian tinggi dan tingkat pemakaian rendah. Jika menggunakan harga $P_X = aX_1^{a-1}Y_1^b$, maka penyedia layanan hanya dapat menarik konsumen tingkat pemakaian tinggi saja. Begitu juga untuk jam tidak sibuk, $P_Y = bX_2^aY_2^{b-1}$ adalah harga yang terbaik pada saat jam tidak sibuk.

Dengan menggunakan Kendala (1.20), diperoleh :

$$\begin{aligned} X_2^a Y_2^b - P_X X_2 - P_Y Y_2 - P Z_2 &\geq 0 \\ \Leftrightarrow X_2^a Y_2^b - (a X_2^{a-1} Y_2^b) X_2 - (b X_2^a Y_2^{b-1}) Y_2 - P &\geq 0 \\ \Leftrightarrow X_2^a Y_2^b - a X_2^a Y_2^b - b X_2^a Y_2^b - P &\geq 0 \\ \Leftrightarrow P \leq X_2^a Y_2^b - a X_2^a Y_2^b - b X_2^a Y_2^b \\ \text{karena } X_1^* \leq \bar{X}_1 \text{ dan } X_2^* \leq \bar{X}_2, \text{ maka} \\ P_X = a X_2^{a-1} Y_2^b, P_Y = b X_2^a Y_2^{b-1} \text{ dan } P \leq \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b - \\ a \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b - b \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b \end{aligned}$$

Optimasi masalah penyedia layanan menjadi :

$$\begin{aligned}
 & maks_{P_X, P_Y} m(P_X X_1^* + P_Y Y_1^* + P Z_1^*) + n(P_X X_2^* + P_Y Y_2^* + P Z_2^*) \\
 & = m \left[\left(a \bar{X}_2^{a-1} \bar{Y}_2^b \right) \bar{X}_1 + \left(b \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^{b-1} \right) \bar{Y}_1 + \left\{ \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b - a \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b - b \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b \right\} \right] \\
 & \quad + n \left[\left(a \bar{X}_2^{a-1} \bar{Y}_2^b \right) \bar{X}_2 + \left(b \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^{b-1} \right) \bar{Y}_2 + \left\{ \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b - a \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b - b \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b \right\} \right] \\
 & = m \left[\left(a \bar{X}_2^{a-1} \bar{Y}_2^b \right) \bar{X}_1 + \left(b \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^{b-1} \right) \bar{Y}_1 + \left\{ \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b - a \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b - b \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b \right\} \right] + \\
 & \quad n \left[(a+b) \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b + \left\{ \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b - a \bar{X}_2^a - b \bar{Y}_2^b \right\} \right] \\
 & = m \left[\left(a \bar{X}_2^{a-1} \bar{Y}_2^b \right) \bar{X}_1 + \left(b \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^{b-1} \right) \bar{Y}_1 + \left\{ \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b - a \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b - b \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b \right\} \right] + n \left(\bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b \right) \\
 & = m \left[\left(a \bar{X}_2^{a-1} \bar{Y}_2^b \right) (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) + \left(b \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^{b-1} \right) (\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2) \right] + \\
 & \quad (m+n) \left(\bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b \right)
 \end{aligned}$$

Artinya jika penyedia layanan menggunakan harga two-part tariff dengan menetapkan $P_X > 0$, $P_Y > 0$, dan $P > 0$, maka penyedia dapat menetapkan harga yang optimal $P_X = a \bar{X}_2^{a-1} \bar{Y}_2^b$, $P_Y = b \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^{b-1}$, dan biaya berlangganan P sama dengan surplus konsumen dari konsumen tingkat pemakaian rendah, sehingga keuntungan maksimum $m \left[\left(a \bar{X}_2^{a-1} \bar{Y}_2^b \right) (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) + \left(b \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^{b-1} \right) (\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2) \right] + (m+n) \left(\bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b \right)$. Berdasarkan kasus ini diperoleh Lemma 9a.

Lemma 9a :

Jika penyedia layanan menggunakan harga two-part tariff, maka P_X dan P_Y optimal secara berurutan menjadi $a \bar{X}_2^{a-1} \bar{Y}_2^b$ dan $b \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^{b-1}$, serta $P = \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b - a \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b - b \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b$ sehingga, keuntungan maksimum yang dicapai adalah $m \left[\left(a \bar{X}_2^{a-1} \bar{Y}_2^b \right) (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) + \left(b \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^{b-1} \right) (\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2) \right] + (m+n) \left(\bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b \right)$ yang lebih besar

dari apa yang dapat dicapai baik dengan biaya harga flat-fee maupun usage- based.

Hasil analisis dari Lemma 7a, 8a, dan 9a disajikan dalam Tabel 1.3.

Tabel 1.3 Perbandingan skema pembiayaan untuk konsumen heterogen tingkat pemakaian tinggi dan tingkat pemakaian rendah berdasarkan fungsi utilitas Cobb-Douglass.

	Lemma 7a (Flat-Fee)	Lemma 8a (Usage-Based)	Lemma 9a (Two-Part Tariff)
Harga yang dikenakan pada konsumen	$\bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b$	$P_X = a \bar{X}_2^{a-1} \bar{Y}_2^b$ dan $P_Y = b \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^{b-1}$	$P_X = a \bar{X}_2^{a-1} \bar{Y}_2^b$ dan $P_Y = b \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^{b-1}$
Keuntungan maksimum	$(m + n) (\bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b)$	$(m + n)(a + b) [\bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b]$	$m \left[(a \bar{X}_2^{a-1} \bar{Y}_2^b) (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) + (b \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^{b-1}) (\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2) \right] + (m + n) (\bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b)$

Berdasarkan Tabel 1.3, jika diketahui $X \geq 0$ dan $Y \geq 0$, maka $m \left[(a \bar{X}_2^{a-1} \bar{Y}_2^b) (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) + (b \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^{b-1}) (\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2) \right] + (m + n) (\bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b) > (m + n)(a + b) [\bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b] > (m + n) (\bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b)$. Oleh karena itu, harga two-part tariff lebih baik dibandingkan harga flat fee dan harga usage-based untuk masalah konsumen heterogen dengan tingkat pemakaiannya (high-demand dan low-demand).

1.13 Fungsi Utilitas Berdasarkan Quasi-Linear

Bentuk umum fungsi utilitas berdasarkan Quasi-Linear :

$$U(X,Y) = aX + f(Y)$$

Berikut ini analisis fungsi utilitas Quasi-Linear untuk konsumen homogen dan konsumen heterogen berdasarkan 3 strategi skema pembiayaan. Optimasi masalah untuk konsumen homogen menggunakan Persamaan (1.1) sampai Persamaan (1.6).

Selanjutnya, penulisan indeks pada X_i, Y_i dan Z_i untuk persamaan-persamaan tersebut dituliskan sebagai X, Y dan Z .

1.13.1 Fungsi Utilitas Quasi-Linear pada Konsumen Homogen

Optimasi Masalah Konsumen :

$$\underset{X,Y,Z}{maks} aX + f(Y) - P_X X - P_Y Y - PZ \quad (1.28)$$

dengan kendala:

$$X \leq \bar{X}Z \quad (1.29)$$

$$Y \leq \bar{Y}Z \quad (1.30)$$

$$aX + f(Y) - P_X X - P_Y Y - PZ \geq 0 \quad (1.31)$$

$$Z = 0 \text{ atau } 1 \quad (1.32)$$

Optimasi Masalah Produsen :

$$\underset{X,Y,Z}{maks} \sum_i (P_X X^* + P_Y Y^* + PZ^*) \quad (1.33)$$

dengan $(X^*, Y^*, Z^*) = \arg \underset{X,Y,Z}{maks} aX + f(Y) - P_X X - P_Y Y - PZ$

dengan kendala :

$$X \leq \bar{X}Z$$

$$Y \leq \bar{Y}Z$$

$$aX + f(Y) - P_X X - P_Y Y - PZ \geq 0$$

$$Z_i = 0 \text{ atau } 1$$

Kasus 1b. Jika penyedia layanan menggunakan harga flat-fee dengan menetapkan $P_X = 0, P_Y = 0$ dan $P > 0$, artinya harga yang digunakan oleh penyedia layanan tidak berpengaruh pada waktu penggunaan (jam sibuk atau jam tidak sibuk), maka optimasi masalah konsumen menjadi:

$$\begin{aligned} \underset{X,Y,Z}{maks} aX + f(Y) - P_X X - P_Y Y - PZ &= \underset{X,Y,Z}{maks} aX + f(Y) - (0)X - \\ (0)Y - P(1) &= \underset{X,Y,Z}{maks} aX + f(Y) - P \end{aligned}$$

Dengan menggunakan Kendala (4.27), maka diperoleh :

$$\begin{aligned} aX + f(Y) - P_X X - P_Y Y - PZ &\geq 0 \\ \Leftrightarrow P &\leq aX + f(Y) \end{aligned}$$

Masalah produsen menjadi :

$$\begin{aligned} \underset{P,P_X,P_Y}{maks} \sum_i (P_X X^* + P_Y Y^* + PZ^*) &= \underset{P,P_X,P_Y}{maks} \sum_i ((0)X^* + (0)Y^* + P(1)) \\ &= \underset{P,P_X,P_Y}{maks} \sum_i ((0)X^* + (0)Y^* + aX + f(Y)) \end{aligned}$$

$$= \underset{P, P_X, P_Y}{maks} \sum_i aX + f(Y)$$

Artinya jika layanan ini diberikan harga, maka konsumen sepenuhnya memanfaatkan layanan dengan memilih tingkat konsumsi $X = \bar{X}$ dan $Y = \bar{Y}$ dengan utilitas maksimum, konsumen bisa mendapatkan $a\bar{X} + f(\bar{Y})$. Dengan demikian flat-fee maksimum penyedia layanan yang dikenakan adalah $a\bar{X} + f(\bar{Y})$ dengan keuntungan maksimumnya adalah $\sum_i a\bar{X} + f(\bar{Y})$; i menyatakan konsumen. Berdasarkan kasus ini diperoleh Lemma 1b.

Lemma 1b :

Jika penyedia layanan menggunakan biaya flat fee, harga yang dikenakan menjadi $a\bar{X} + f(\bar{Y})$ dengan keuntungan maksimum yang dicapai menjadi $\sum_i a\bar{X} + f(\bar{Y})$; i menyatakan konsumen.

Kasus 2b. Jika penyedia layanan menggunakan harga usage-based dengan menetapkan $P_X > 0, P_Y > 0$ dan $P = 0$, artinya penyedia layanan memberikan harga yang dibedakan, yaitu harga pada saat jam sibuk dan tidak sibuk, maka fungsi pada optimasi masalah konsumen menjadi $\underset{X,Y,Z}{maks} aX + f(Y) - P_X \bar{X} - P_Y \bar{Y}$ (1.34)

Dengan mengambil kondisi orde pertama untuk optimasi masalah konsumen, guna meminimumkan Fungsi (4.30) digunakan syarat perlu dan syarat cukup, sebagai berikut:

(i) Syarat perlu

$$\frac{\partial [aX + f(Y) - P_X X - P_Y Y]}{\partial X} = 0, \text{ sehingga dari diferensial}$$

tersebut diperoleh : $a = P_X$ (1.35)

$$\Leftrightarrow X^* = \bar{X}$$

(ii) Syarat cukup

$$\frac{\partial^2 [aX + f(Y) - P_X X - P_Y Y]}{\partial X^2} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial [a - P_X]}{\partial X} = 0$$

Artinya $P_X = a$ merupakan harga minimum

dan

(i) Syarat perlu

$$\frac{\partial [aX + f(Y) - P_X X - P_Y Y]}{\partial Y} = 0, \text{ sehingga dari diferensial}$$

tersebut diperoleh :

$$f'(Y) = P_Y \quad (1.36)$$

$$\Leftrightarrow Y^* = \bar{Y}$$

(ii) Syarat cukup

$$\frac{\partial^2 [aX + f(Y) - P_X X - P_Y Y]}{\partial Y^2} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial [f'(Y) - P_Y]}{\partial Y} = f''(Y) > 0; f(Y) = Y^b, b > 0$$

Artinya $P_Y = f'(Y)$ merupakan harga minimum

Optimasi masalah produsen menjadi :

$$\begin{aligned} maks_{P, P_X, P_Y} \sum_i (P_X X^* + P_Y Y^*) &= \sum_i [P_X(\bar{X}) + P_Y(\bar{Y})] \\ &= \sum_i [a\bar{X} + \bar{Y} f'(\bar{Y})] \end{aligned}$$

Artinya jika penyedia layanan memaksimalkan Fungsi (1.34), penyedia layanan harus meminimalkan P_X dan P_Y . Diketahui bahwa P_X dan P_Y menurun, maka X^* dan Y^* akan meningkat. Namun, karena X dan Y dibatasi, $X^* = \bar{X}$ dan $Y^* = \bar{Y}$, sehingga P_X dan P_Y optimal menjadi $P_X = a$ dan $P_Y = f'(\bar{Y})$ dengan keuntungan maksimum $\sum_i [a\bar{X} + \bar{Y} f'(\bar{Y})]$. Berdasarkan kasus ini diperoleh Lemma 2b.

Lemma 2b :

Jika penyedia layanan menggunakan usage-based, maka harga yang optimal menjadi $P_X = a$ dan $P_Y = f'(\bar{Y})$, dengan keuntungan maksimumnya adalah $\sum_i [a\bar{X} + \bar{Y} f'(\bar{Y})]$; i menyatakan konsumen.

Kasus 3b. Jika penyedia layanan menggunakan harga two-part tariff dengan menetapkan $P_X > 0, P_Y > 0$, dan $P > 0$. Dengan menggunakan Persamaan (1.35) dan (1.36), substitusikan persamaan tersebut ke $aX + f(Y) - P_X X - P_Y Y - PZ \geq 0$, sehingga kendala pada optimasi masalah konsumen menjadi :

$$\begin{aligned} aX + f(Y) - a\bar{X} - f'(\bar{Y})\bar{Y} - P &\geq 0 \\ \Leftrightarrow P &\leq aX + f(Y) - a\bar{X} - f'(\bar{Y})\bar{Y} \end{aligned}$$

Dengan substitusi nilai P , optimasi masalah produsen menjadi :

$$\begin{aligned} maks_{P, P_X, P_Y} \sum_i (P_X X^* + P_Y Y^* + PZ^*) &= maks_{P, P_X, P_Y} \sum_i [P_X(\bar{X}) + P_Y(\bar{Y}) + P] \\ &= maks_{P, P_X, P_Y} \sum_i [a\bar{X} + \bar{Y} f'(\bar{Y}) + P] \\ &= \sum_i [a\bar{X} + \bar{Y} f'(\bar{Y}) + \{a\bar{X} + f(\bar{Y}) - a\bar{X} - f'(\bar{Y})\bar{Y}\}] \\ &= \sum_i [a\bar{X} + \bar{Y} f'(\bar{Y}) - a\bar{X} - f'(\bar{Y})\bar{Y} + \{a\bar{X} + f(\bar{Y})\}] \\ &= \sum_i [a\bar{X} + f(\bar{Y})] \end{aligned}$$

Artinya jika penyedia layanan memaksimalkan Fungsi (1.31), produsen harus meminimalkan P_X dan P_Y . Diketahui bahwa P_X dan P_Y menurun, maka X^* dan Y^* akan meningkat. Namun, karena X dan Y dibatasi, $X^* \leq \bar{X}$ dan $Y^* \leq \bar{Y}$, sehingga P_X dan P_Y yang optimal menjadi $P_X = a$ dan $P_Y = f'(\bar{Y})$. Biaya tetap maksimum (P) penyedia yang dikenakan adalah perbedaan antara utilitas maksimum konsumen yang bisa didapatkan, $a\bar{X} + f(\bar{Y})$, dan pembayaran untuk penggunaan mereka, sebesar $a\bar{X} + \bar{Y} f'(\bar{Y})$. Oleh karena itu, keuntungan maksimum dicapai oleh penyedia layanan adalah $\sum_i [a\bar{X} + f(\bar{Y})]$; i menyatakan konsumen. Berdasarkan kasus ini diperoleh Lemma 3b.

Lemma 3b :

Jika penyedia layanan menggunakan harga two-part tariff, maka P_X dan P_Y yang terbaik menjadi $P_X = a$ dan $P_Y = f'(\bar{Y})$. Biaya tetap maksimum (P) penyedia yang dikenakan adalah perbedaan antara utilitas maksimum konsumen yang bisa didapatkan, sebesar $a\bar{X} + f(\bar{Y})$ dan pembayaran untuk penggunaan mereka, sebesar $a\bar{X} + \bar{Y} f'(\bar{Y})$. Oleh karena itu, keuntungan maksimum dicapai oleh penyedia layanan adalah $\sum_i [a\bar{X} + f(\bar{Y})]$; i menyatakan konsumen.

Hasil analisis dari Lemma 1b, 2b dan 3b tersebut disajikan dalam Tabel 1.4.

Tabel 1. 4 Perbandingan skema pembiayaan untuk konsumen homogen berdasarkan fungsi utilitas Quasi-Linear

	Lemma 1.b (Flat-Fee)	Lemma 2.b (Usage-Based)	Lemma 3.b (Two-Part Tariff)
Harga yang dikenakan oleh konsumen	$a\bar{X} + f(\bar{Y})$	$P_x = a$ dan $P_y = f'(\bar{Y})$	$P_x = a$ dan $P_y = f'(\bar{Y})$
Keuntungan maksimum	$\sum_i [a\bar{X} + f(\bar{Y})]$	$\sum_i [a\bar{X} + \bar{Y} f'(\bar{Y})]$	$\sum_i [a\bar{X} + f(\bar{Y})]$

Berdasarkan Tabel 1.4, jika diasumsikan $\bar{Y} f'(\bar{Y}) > f(\bar{Y})$; $\bar{Y} > 0$ dan fungsi $f(\bar{Y})=Y^b$ merupakan fungsi non linear, maka $a\bar{X} + \bar{Y} f'(\bar{Y}) > a\bar{X} + f(\bar{Y})$. Artinya, usage-based menghasilkan

keuntungan yang lebih baik dibandingkan dengan harga flat-fee dan harga two-part tariff untuk masalah konsumen homogen.

1.13.2 Fungsi Utilitas Quasi-Linear pada Konsumen Heterogen Golongan Atas dan Golongan Bawah

Misalkan terdapat m konsumen golongan atas ($i = 1$) dan n konsumen golongan bawah ($i = 2$). Untuk mempelajari bagaimana kesediaan untuk membayar heterogen mempengaruhi skema harga suatu perusahaan, diasumsikan setiap konsumen di kedua segmen memiliki sama batas atas X di jam sibuk dan Y di jam tidak sibuk, $a_1 > a_2$ dan $b_1 > b_2$.

Optimasi Masalah Konsumen :

$$\max_{X_i, Y_i, Z_i} a_i X_i + f(Y_i) - P_X X_i - P_Y Y_i - P Z_i \quad (1.37)$$

dengan kendala :

$$X_i \leq \bar{X} Z_i \quad (1.38)$$

$$Y_i \leq \bar{Y} Z_i \quad (1.39)$$

$$a_i X_i + f(Y_i) - P_X X_i - P_Y Y_i - P Z_i \geq 0 \quad (1.40)$$

$$Z_i = 0 \text{ atau } 1 \quad (1.41)$$

Optimasi Masalah Produsen :

$$\max_{P, P_X, P_Y} m (P_X X_1^* + P_Y Y_1^* + P Z_1^*) + n (P_X X_2^* + P_Y Y_2^* + P Z_2^*) \quad (4.37)$$

dengan $(X_i^*, Y_i^*, Z_i^*) = \operatorname{argmaks} a_i X_i + f(Y_i) - P_X X_i - P_Y Y_i - P Z_i$

dengan kendala :

$$X_i \leq \bar{X} Z_i$$

$$Y_i \leq \bar{Y} Z_i$$

$$a_i X_i + f(Y_i) - P_X X_i - P_Y Y_i - P Z_i \geq 0$$

$$Z_i = 0 \text{ atau } 1$$

Berikut ini dibahas penentuan keuntungan maksimum pada setiap skema pembiayaan yang digunakan penyedia layanan.

Kasus 4b. Jika penyedia layanan menggunakan harga flat-fee dengan menetapkan $P_X = 0, P_Y = 0$ dan $P > 0$, artinya harga yang digunakan oleh penyedia layanan tidak berpengaruh pada waktu penggunaan (jam sibuk atau jam tidak sibuk), maka konsumen akan memilih tingkat konsumsi maksimum $X_1 = \bar{X}, X_2 = \bar{X}, Y_1 = \bar{Y}$, dan $Y_2 = \bar{Y}$. Dengan demikian, setiap konsumen golongan atas dikenakan biaya tidak lebih dari $a_1 \bar{X} + f(\bar{Y})$ dan konsumen golongan bawah tidak lebih dari $a_2 \bar{X} + f(\bar{Y})$. Kasus 4b merupakan

skema pembiayaan flat-fee sehingga P disetarakan untuk kedua jenis konsumen heterogen ini. Jika ditetapkan $a_1 > a_2$ maka untuk ketetapan biaya golongan atas akan mengikuti harga bagi biaya golongan bawah sehingga $a_1(m) < a_2(m+n) \Leftrightarrow a_1 < \frac{a_2(m+n)}{m}$.

Artinya jika konsumen dikenakan biaya sebesar $a_1\bar{X} + f(\bar{Y})$, maka hanya konsumen golongan atas yang dapat mengikuti layanan ini. Jika konsumen dikenakan biaya sebesar $a_2\bar{X} + f(\bar{Y})$, maka kedua jenis konsumen tersebut dapat mengikuti layanan ini, yaitu konsumen golongan atas dan konsumen golongan bawah. Untuk memaksimumkan keuntungan, penyedia layanan mengenakan biaya $a_2\bar{X} + f(\bar{Y})$. Dalam hal ini untuk optimasi masalah produsen :

$$\begin{aligned} maks_p m(PZ_1^*) + n(PZ_2^*) &= m\{a_2\bar{X} + f(\bar{Y})\} + n\{a_2\bar{X} + f(\bar{Y})\} \\ &= (m+n) [a_2\bar{X} + f(\bar{Y})] \end{aligned}$$

Jadi keuntungan maksimum yang diperoleh produsen adalah sebesar $(m+n) [a_2\bar{X} + f(\bar{Y})]$. Berdasarkan kasus ini diperoleh Lemma 4b.

Lemma 4b :

Jika penyedia layanan menggunakan biaya flat-fee, maka harga yang dikenakan adalah $a_2\bar{X} + f(\bar{Y})$ dengan keuntungan maksimum yang dicapai adalah sebesar $(m+n) [a_2\bar{X} + f(\bar{Y})]$.

Kasus 5b. Jika penyedia layanan menggunakan harga usage-based dengan menetapkan $P_X > 0$, $P_Y > 0$ dan $P = 0$ maka :

Optimasi masalah untuk konsumen heterogen golongan atas :

Fungsi pada optimasi masalah konsumen menjadi :

$$maks_{X,Y,Z} a_1X_1 + f(Y_1) - P_XX_1 - P_Y Y_1$$

Untuk mengoptimalkan harga digunakan syarat perlu dan syarat cukup yaitu :

(i) Syarat perlu

$$\frac{\partial(a_1X_1 + f(Y_1) - P_XX_1 - P_Y Y_1)}{\partial X_1} = 0, \text{ dari hasil diferensial tersebut}$$

diperoleh :

$$\begin{aligned} a_1 &= P_X \\ \Leftrightarrow X_1^* &= \bar{X} \end{aligned} \quad (1.42)$$

(ii) Syarat cukup

$$\frac{\partial^2(a_1X_1+f(Y_1) - P_XX_1 - P_Y Y_1)}{\partial X_1^2} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial(a_1-P_X)}{\partial X_1} = 0$$

Artinya $P_X = a_1$ merupakan harga yang minimum

Dan

(i) Syarat perlu

$$\frac{\partial(a_1X_1+f(Y_1) - P_XX_1 - P_Y Y_1)}{\partial Y_1} = 0, \quad \text{dari hasil diferensial}$$

tersebut diperoleh :

$$f'(Y_1) = P_Y \quad (1.43)$$

$$\Leftrightarrow Y_1^* = \bar{Y}$$

(ii) Syarat cukup

$$\frac{\partial^2(a_1X_1+f(Y_1) - P_XX_1 - P_Y Y_1)}{\partial Y_1^2} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial(f'(Y_1)-P_Y)}{\partial Y_1} = f''(Y_1) > 0; f(Y_1) = Y_1^b$$

Artinya $P_Y = f'(Y_1)$ merupakan harga minimum.

Optimasi masalah untuk konsumen heterogen golongan bawah :

Fungsi pada optimasi masalah konsumen:

$$Maks_{X,Y,Z} a_2X_2 + f(Y_2) - P_XX_2 - P_Y Y_2$$

Untuk mengoptimalkan harga digunakan syarat perlu dan syarat cukup yaitu:

(i) Syarat perlu

$$\frac{\partial(a_2X_2+f(Y_2) - P_XX_2 - P_Y Y_2)}{\partial X_2} = 0, \quad \text{dari hasil diferensial}$$

tersebut diperoleh:

$$a_2 = P_X \quad (1.44)$$

$$\Leftrightarrow X_2^* = \bar{X}$$

(ii) Syarat cukup

$$\frac{\partial^2(a_2X_2+f(Y_2) - P_XX_2 - P_Y Y_2)}{\partial X_2^2} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial(a_2-P_X)}{\partial X_2} = 0, \text{ artinya } P_x = a_2 \text{ merupakan harga yang minimum}$$

dan

(i) Syarat perlu

$$\frac{\partial (a_2 X_2 + f(Y_2) - P_X X_2 - P_Y Y_2)}{\partial Y_2} = 0, \quad \text{dari hasil diferensial}$$

tersebut diperoleh:

$$f'(Y_2) = P_Y \quad (1.45)$$

$$\Leftrightarrow Y_2^* = \bar{Y}$$

(ii) Syarat cukup

$$\frac{\partial^2 (a_2 X_2 + f(Y_2) - P_X X_2 - P_Y Y_2)}{\partial Y_2^2} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial (f'(Y_2) - P_Y)}{\partial Y_2} = f''(Y_2) > 0; f(Y_2) = Y_2^b$$

Artinya $P_Y = f'(Y_2)$ merupakan harga minimum.

Optimasi masalah produsen menjadi :

$$\begin{aligned} \underset{P_X, P_Y}{maks} (P_X X_1^* + P_Y Y_1^*) + n (P_X X_2^* + P_Y Y_2^*) \\ = m [P_X(\bar{X}) + P_Y(\bar{Y})] + n [P_X(\bar{X}) + P_Y(\bar{Y})] \\ = m [a_1 \bar{X} + \bar{Y} f'(\bar{Y})] + n [a_2 \bar{X} + \bar{Y} f'(\bar{Y})] \end{aligned}$$

Jika diterapkan pada masalah di jam sibuk, untuk memaksimalkan fungsi ini, penyedia layanan harus meminimalkan P_X dan karenanya harga terbaik P_X tidak dapat lebih besar dari a_1 . Di sisi lain, jika penyedia menetapkan harga di bawah a_2 , keuntungan tidak optimal. Jika diterapkan pada masalah di jam tidak sibuk, harga terbaik $P_Y \leq Y_1 f'(Y_1)$. Di sisi lain, jika penyedia menetapkan harga di bawah $Y_2 f'(Y_2)$, maka keuntungan tidak optimal ketika $Y_1^* \leq \bar{Y}$ dan $Y_2^* \leq \bar{Y}$. Oleh karena itu, harga P_Y yang terbaik adalah $Y_2 f'(Y_2) \leq P_Y \leq Y_1 f'(Y_1)$. Jika harga berada di interval ini, permintaan dari konsumen golongan atas tetap pada $\bar{X}$ dan $\bar{Y}$, sementara permintaan dari konsumen golongan bawah terus meningkat karena harga turun. Dengan demikian harga optimal diberikan untuk jam sibuk adalah $P_X = a_2$ dan harga optimal di jam tidak sibuk adalah $P_Y = f'(\bar{Y})$ sehingga keuntungan maksimumnya adalah $(m+n)(a_2 \bar{X} + \bar{Y} f'(\bar{Y}))$. Berdasarkan kasus ini diperoleh Lemma 5b.

Lemma 5b :

Jika penyedia layanan menggunakan harga usage-based, maka harga optimal diberikan untuk jam sibuk adalah $P_X = a_2$ dan harga

optimal di jam tidak sibuk adalah $P_Y = f'(\bar{Y})$ dengan keuntungan maksimumnya adalah $(m+n)(a_2\bar{X} + \bar{Y}f'(\bar{Y}))$.

Kasus 6b. Jika penyedia layanan menggunakan harga two-part tariff, $P_X > 0$, $P_Y > 0$, dan $P > 0$, artinya terdapat biaya bergabung jika konsumen memilih layanan ini serta biaya yang dikenakan di jam sibuk dan jam tidak sibuk, maka kondisi orde pertama untuk persamaan optimasi masalah konsumen golongan atas dan golongan bawah.

Persamaan (4.38) dan (4.40) adalah kurva permintaan konsumen golongan atas dan golongan bawah di jam sibuk sedangkan Persamaan (4.39) dan (4.41) adalah kurva permintaan konsumen golongan atas dan golongan bawah di jam tidak sibuk. Jika ditetapkan $a_1 > a_2$ maka dapat diasumsikan bahwa $a_1(m) < a_2(m+n) \Leftrightarrow a_1 < \frac{a_2(m+n)}{m}$.

Artinya jika konsumen dikenakan biaya sebesar $P_X = a_1$ dan $P_Y = f'(Y_1)$ dan $P = a_1\bar{X} + f(\bar{Y}) - a_1\bar{X} - \bar{Y}f'(\bar{Y})$, maka hanya konsumen golongan atas yang dapat mengikuti layanan ini. Jika konsumen dikenakan biaya sebesar $P_X = a_2$ dan $P_Y = f'(\bar{Y})$ dan $P = a_2\bar{X} + f(\bar{Y}) - a_2\bar{X} - \bar{Y}f'(\bar{Y})$, maka kedua jenis konsumen tersebut dapat mengikuti layanan ini, yaitu konsumen golongan atas dan konsumen golongan bawah. Ini dikarenakan banyak konsumen melihat biaya berlangganan sebagai entri penghalang, penyedia dapat memilih untuk menurunkan biaya ini sehingga dapat menarik lebih banyak konsumen, sehingga penyedia dapat memberikan harga $P_X = a_2$, $P_Y = f'(Y_2)$, dan meminimalkan biaya berlangganan $P = a_2\bar{X} + f(\bar{Y}) - a_2\bar{X} - \bar{Y}f'(\bar{Y})$.

Optimasi masalah produsen menjadi :

$$\begin{aligned} \max_{P_X, P_Y} m(P_X X_1^* + P_Y Y_1^* + P Z_1^*) + n(P_X X_2^* + P_Y Y_2^* + P Z_2^*) \\ = m[a_2\bar{X} + \bar{Y}f'(\bar{Y}) + \{a_2\bar{X} + f(\bar{Y}) - a_2\bar{X} - \bar{Y}f'(\bar{Y})\}] \\ + n[a_2\bar{X} + \bar{Y}f'(\bar{Y}) + \{a_2\bar{X} + f(\bar{Y}) - a_2\bar{X} - \bar{Y}f'(\bar{Y})\}] \\ = m[a_2\bar{X} + f(\bar{Y})] + n[a_2\bar{X} + f(\bar{Y})] \end{aligned}$$

Dengan demikian keuntungan maksimum yang dicapai $(m+n)(a_2\bar{X} + f(\bar{Y}))$. Berdasarkan kasus ini diperoleh Lemma 6b.

Lemma 6b :

Jika penyedia layanan menggunakan harga two-part tariff, P_X dan P_Y optimal masing-masing menjadi a_2 dan $f'(\bar{Y})$, dan $P = a_2 \bar{X} + f(\bar{Y}) - a_2 \bar{X} - \bar{Y} f'(\bar{Y})$, dengan keuntungan maksimum yang dicapai adalah $(m + n)[a_2 \bar{X} + f(\bar{Y})]$.

Hasil analisis dari Lemma 4b, 5b, dan 6b disajikan dalam Tabel 1.5.

Tabel 1.5 Perbandingan skema pembiayaan internet untuk masalah konsumen heterogen golongan atas atau golongan bawah berdasarkan fungsi utilitas Quasi-Linear.

	Lemma 4b (Flat-Fee)	Lemma 5b (Usage-Based)	Lemma 6b (Two-Part Tariff)
Harga yang dikenakan pada konsumen	$a_2 \bar{X} + f(\bar{Y})$	$P_X = a_2$ dan $P_Y = f'(\bar{Y})$	$P_X = a_2$ dan $P_Y = f'(\bar{Y})$
Keuntungan maksimum	$(m + n)(a_2 \bar{X} + f(\bar{Y}))$	$(m + n)(a_2 \bar{X} + \bar{Y} f'(\bar{Y}))$	$(m + n)(a_2 \bar{X} + f(\bar{Y}))$

Berdasarkan Tabel 1.5, jika diasumsikan $\bar{Y} f'(\bar{Y}) > f(\bar{Y})$, dengan $\bar{Y} > 0$ dan fungsi $f(\bar{Y})$ merupakan fungsi non linear, $f(\bar{Y})= Y^b$, $X \geq 0$ dan $Y \geq 0$, maka $(m + n)(a_2 \bar{X} + \bar{Y} f'(\bar{Y})) > (m + n)(a_2 \bar{X} + f(\bar{Y}))$. Oleh karena itu, harga usage-based lebih baik dibandingkan harga flat-fee dan harga two-part tariff untuk masalah konsumen heterogen golongan atas dan golongan bawah.

Interpretasinya adalah jika untuk masalah konsumen heterogen golongan atas dan golongan bawah yang didasarkan kemauan untuk membayar, maka penyedia layanan harus menetapkan harga ditingkat yang akan mendorong konsumen untuk mengkonsumsi sebanyak yang mereka inginkan dengan memperhitungkan keuntungan yang diperoleh. Jika biaya yang ditetapkan mengikuti biaya untuk konsumen golongan atas, maka penyedia layanan akan kehilangan konsumen golongan bawah. Jika biaya yang ditetapkan mengikuti biaya untuk konsumen golongan bawah, maka kedua jenis konsumen ini dapat mengikuti layanan tersebut.

1.13.3 Fungsi Utilitas Quasi-Linear pada Konsumen Heterogen Tingkat Pemakaian Tinggi dan Golongan Tingkat Pemakaian Rendah

Misalkan diasumsikan dua jenis konsumen, konsumen tingkat pemakaian tinggi (tipe 1) dengan tingkat konsumsi maksimum $\bar{X}_1$ dan $\bar{Y}_1$ dan konsumen tingkat pemakaian rendah (tipe 2) dengan tingkat konsumsi maksimum $\bar{X}_2$ dan $\bar{Y}_2$. Terdapat m konsumen tipe 1 dan n konsumen tipe 2 konsumen dengan $a_1 = a_2 = a$ dan $b_1 = b_2 = b$.

Berikut ini dibahas penentuan keuntungan maksimum pada setiap skema pembiayaan yang digunakan penyedia layanan. Kasus 7b. Jika penyedia layanan menggunakan harga flat-fee dengan menetapkan $P_X = 0$, $P_Y = 0$ dan $P > 0$. Artinya, jika konsumen (konsumen tingkat pemakaian tinggi atau tingkat pemakaian rendah) memilih untuk bergabung dengan layanan ini, maka konsumen tersebut sepenuhnya memanfaatkan layanan dengan memilih tingkat konsumsi $X_1 = \bar{X}_1$, $Y_1 = \bar{Y}_1$ atau $X_2 = \bar{X}_2$, $Y_2 = \bar{Y}_2$ dengan utilitas maksimum $a\bar{X}_1 + f(\bar{Y}_1)$ atau $a\bar{X}_2 + f(\bar{Y}_2)$ (untuk konsumen tingkat pemakaian tinggi dan tingkat pemakaian rendah), sehingga penyedia layanan dapat memberikan harga untuk setiap konsumen tingkat pemakaian tinggi tidak lebih dari $a\bar{X}_1 + f(\bar{Y}_1)$ dan konsumen tingkat pemakaian rendah tidak lebih dari $a\bar{X}_2 + f(\bar{Y}_2)$. Karena dianggap penyedia layanan tidak bisa membedakan konsumen tingkat pemakaian tinggi dan konsumen tingkat pemakaian rendah dan harus memberikan harga yang sama untuk mereka, penyedia layanan dapat menetapkan harga $a\bar{X}_1 + f(\bar{Y}_1)$ dengan hanya melayani konsumen tingkat pemakaian tinggi atau menetapkan harga $a\bar{X}_2 + f(\bar{Y}_2)$ dengan melayani kedua jenis konsumen yaitu konsumen tingkat pemakaian tinggi dan tingkat pemakaian rendah.

Jika diasumsikan bahwa $m[a\bar{X}_1 + f(\bar{Y}_1)] < (m + n)[a\bar{X}_2 + f(\bar{Y}_2)]$, penyedia layanan yang terbaik menetapkan harga layanan adalah sebesar $a\bar{X}_2 + f(\bar{Y}_2)$ dan melayani kedua jenis konsumen yaitu konsumen tingkat pemakaian tinggi dan tingkat pemakaian rendah dengan keuntungan maksimum dicapai $(m + n)[a\bar{X}_2 + f(\bar{Y}_2)]$.

Berdasarkan kasus ini diperoleh Lemma 7b.

Lemma 7b :

Jika penyedia layanan menggunakan biaya flat-fee, maka harga yang dikenakan $P = a\bar{X}_2 + f(\bar{Y}_2)$ dengan keuntungan maksimum yang dicapai adalah $(m + n)[a\bar{X}_2 + f(\bar{Y}_2)]$.

Kasus 8b. Jika penyedia layanan menggunakan harga usage-based dengan menetapkan $P_X > 0$, $P_Y > 0$, dan $P = 0$, artinya penyedia layanan memberikan harga yang dibedakan, yaitu harga pada saat jam sibuk dan tidak sibuk. Maka, kondisi orde pertama untuk optimasi masalah konsumen tingkat pemakaian tinggi dan rendah menghasilkan:

Optimasi masalah konsumen heterogen tingkat pemakaian tinggi :

$$\max_{X,Y,Z} aX_1 + f(Y_1) - P_X X_1 - P_Y Y_1$$

Untuk mengoptimalkan harga digunakan syarat perlu dan syarat cukup sebagai berikut:

(i) Syarat perlu

$$\frac{\partial(aX_1 + f(Y_1) - P_X X_1^* - P_Y Y_1^*)}{\partial X_1} = 0, \quad \text{dari hasil diferensial}$$

tersebut diperoleh :

$$a = P_X \quad (1.46)$$

$$\Leftrightarrow X_1^*$$

$$= \bar{X}_1$$

(ii) Syarat cukup

$$\frac{\partial^2(aX_1 + f(Y_1) - P_X X_1^* - P_Y Y_1^*)}{\partial X_1^2} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial(a - P_X)}{\partial X_1} = 0$$

Artinya $P_X = a$ merupakan harga minimum dan untuk jam tidak sibuk :

(i) Syarat perlu

$$\frac{\partial(aX_1 + f(Y_1) - P_X X_1 - P_Y Y_1)}{\partial Y_1} = 0, \quad \text{dari hasil diferensial}$$

tersebut diperoleh :

$$f'(Y_1) = P_Y \quad (1.47)$$

$$\Leftrightarrow Y_1^*$$

$$= \bar{Y}_1$$

(ii) Syarat cukup

$$\frac{\partial^2(aX_1 + f(Y_1) - P_X X_1 - P_Y Y_1)}{\partial Y_1^2} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial(f'(Y_1) - P_Y)}{\partial Y_1} = f''(Y_1) > 0; f(Y_1) = Y_1^b$$

Artinya $P_Y = f'(Y_1)$ merupakan harga minimum.

Untuk konsumen heterogen golongan bawah :

$$maks_{X,Y,Z} aX_2 + f(Y_2) - P_X X_2 - P_Y Y_2$$

Untuk mengoptimalkan harga digunakan syarat perlu dan syarat cukup yaitu :

(i) Syarat perlu

$$\frac{\partial(aX_2 + f(Y_2) - P_X X_2 - P_Y Y_2)}{\partial X_2} = 0, \quad \text{dari hasil diferensial}$$

tersebut diperoleh :

$$a = P_X \quad (1.48)$$

$$\Leftrightarrow X_2^*$$

$$= \bar{X}_2$$

(ii) Syarat cukup

$$\frac{\partial^2(aX_2 + f(Y_2) - P_X X_2 - P_Y Y_2)}{\partial X_2^2} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial(a - P_X)}{\partial X_2} = 0, \text{ artinya } P_X = a \text{ merupakan harga}$$

minimum dan

(i) Syarat perlu

$$\frac{\partial(aX_2 + f(Y_2) - P_X X_2 - P_Y Y_2)}{\partial Y_2} = 0, \text{ dari hasil diferensial tersebut}$$

diperoleh :

$$f'(Y_2) = P_Y \Leftrightarrow Y_2^*$$

$$= \bar{Y}_2 \quad (4.49)$$

(ii) Syarat cukup

$$\frac{\partial^2(aX_2 + f(Y_2) - P_X X_2 - P_Y Y_2)}{\partial Y_2^2} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial(f'(Y_2) - P_Y)}{\partial Y_2} = f''(Y_2) > 0; f(Y_2) = Y_2^b, b > 0$$

Artinya $P_Y = f'(Y_2)$ merupakan harga minimum.

Optimasi masalah penyedia layanan menjadi :

$$\begin{aligned} Maks_{P_X, P_Y} m(P_X X_1^* + P_Y Y_1^*) + n(P_X X_2^* + P_Y Y_2^*) \\ = m[P_X(\bar{X}_1) + P_Y(\bar{Y}_1)] + n[P_X(\bar{X}_2) + P_Y(\bar{Y}_2)] \end{aligned}$$

Dari Persamaan (4.42), (4.43), (4.44) dan (4.45), diketahui bahwa selama P_X dan P_Y menurun, maka X_1^* , X_2^* , Y_1^* dan Y_2^* meningkat. Karena X_1 , X_2 , Y_1 dan Y_2 dibatasi pada $\bar{X}_1$, $\bar{X}_2$, $\bar{Y}_1$, dan $\bar{Y}_2$, maka untuk memaksimalkan persamaan ini, penyedia akan meminimalkan P_X dan P_Y dan karena itu harga P_X yang terbaik adalah $P_X \leq a$ dan $f'(\bar{Y}_2) \leq P_Y \leq f'(\bar{Y}_1)$.

Di sisi lain, jika penyedia menetapkan harga $P_X < a$, keuntungan tidak optimal karena $X_1^* \leq \bar{X}_1$ dan $X_2^* \leq \bar{X}_2$. Oleh karena itu, harga $P_X = a$ dan $P_Y = f'(\bar{Y}_2)$. Ketika harga di interval ini, permintaan konsumen tingkat pemakaian rendah tersebut tetap pada $\bar{X}_2$ sementara permintaan dari konsumen tingkat pemakaian tinggi terus meningkat selama harga turun, sehingga keuntungan maksimum yang dicapai :

$$\begin{aligned} & m[P_X(\bar{X}_1) + P_Y(\bar{Y}_1)] + n[P_X(\bar{X}_2) + P_Y(\bar{Y}_2)] \\ &= m[a(\bar{X}_1) + (f'(\bar{Y}_2))(\bar{Y}_1)] + n[a(\bar{X}_2) + (f'(\bar{Y}_2))(\bar{Y}_2)] \\ &= m[a\bar{X}_1 + \bar{Y}_1 f'(\bar{Y}_2)] + n[a\bar{X}_2 + \bar{Y}_2 f'(\bar{Y}_2)] \end{aligned}$$

Berdasarkan kasus ini diperoleh Lemma 8b.

Lemma 8b :

Jika penyedia layanan menggunakan harga usage-based, maka harga yang optimal di jam sibuk adalah $P_X = a$ dan harga optimal di jam tidak sibuk adalah $P_Y = f'(\bar{Y}_2)$ dengan keuntungan maksimum adalah $(m + n)[a\bar{X}_2 + \bar{Y}_2 f'(\bar{Y}_2)]$.

Kasus 9b. Jika penyedia layanan menggunakan skema pembiayaan two-part tariff maka $P_X > 0$, $P_Y > 0$, dan $P > 0$, artinya terdapat biaya bergabung jika konsumen memilih layanan ini serta biaya yang dikenakan pada saat jam sibuk dan jam tidak sibuk. Kondisi orde pertama untuk optimasi masalah konsumen tingkat pemakaian tinggi atau rendah menggunakan Persamaan (1.46), (1.47), (1.48), dan (1.49).

Biaya langganan P yang terbaik dapat ditetapkan pada konsumen adalah biaya yang dikenakan oleh konsumen tingkat pemakaian rendah. Setiap biaya berlangganan lebih dari ini akan menyebabkan penyedia kehilangan semua konsumen tingkat pemakaian rendah. Ini artinya diasumsikan bahwa lebih menguntungkan jika menggunakan $P_X = a$ dan $P_Y = f'(\bar{Y}_2)$.

Dengan menggunakan Kendala (1.31), diperoleh :

$$\begin{aligned}
& aX_2 + f(Y_2) - P_X X_2 - P_Y Y_2 - PZ_2 \geq 0 \\
& \Leftrightarrow aX_2 + f(Y_2) - aX_2 - f'(Y_2)Y_2 - P \geq 0 \\
& \Leftrightarrow P \leq aX_2 + f(Y_2) - aX_2 - f'(Y_2)Y_2 \\
& \text{karena } X_1^* \leq \bar{X}_1 \text{ dan } X_2^* \leq \bar{X}_2 \text{ dan } Y_1^* \leq \bar{Y}_1 \text{ dan } Y_2^* \leq \bar{Y}_2, \\
& \text{maka :}
\end{aligned}$$

$$P_X = a, P_Y = f'(\bar{Y}_2) \text{ dan } P \leq a\bar{X}_2 + f(\bar{Y}_2) - a\bar{X}_2 - f'(\bar{Y}_2)\bar{Y}_2$$

Optimasi masalah penyedia layanan menjadi :

$$\begin{aligned}
& \underset{P, P_X, P_Y}{maks} \ m(P_X X_1^* + P_Y Y_1^* + PZ_1^*) + n(P_X X_2^* + P_Y Y_2^* + PZ_2^*) \\
& = m(aX_1^* + f'(\bar{Y}_2)Y_1^* + P) + n(aX_2^* + f'(\bar{Y}_2)Y_2^* + P) \\
& = m[a\bar{X}_1 + f'(\bar{Y}_2)\bar{Y}_1 + \{a\bar{X}_2 + f(\bar{Y}_2) - a\bar{X}_2 - f'(\bar{Y}_2)\bar{Y}_2\}] + n[a\bar{X}_2 + \\
& \quad f'(\bar{Y}_2)\bar{Y}_2 + \{a\bar{X}_2 + f(\bar{Y}_2) - a\bar{X}_2 - f'(\bar{Y}_2)\bar{Y}_2\}] \\
& = m[a(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) + f'(\bar{Y}_2)(\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2) + \{a\bar{X}_2 + f(\bar{Y}_2)\}] + n[a\bar{X}_2 + f(\bar{Y}_2)] \\
& = m[a(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) + f'(\bar{Y}_2)(\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2)] + (m + n)[a\bar{X}_2 + f(\bar{Y}_2)]
\end{aligned}$$

Jadi, jika penyedia layanan menggunakan harga two-part tariff dengan menetapkan $P_X > 0$, $P_Y > 0$, dan $P > 0$, maka penyedia dapat menetapkan harga optimal $P_X = a$ dan $P_Y = f'(\bar{Y}_2)$, dan biaya langganan P sama dengan surplus konsumen dari konsumen tingkat pemakaian rendah, dengan keuntungan maksimum $m[a(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) + f'(\bar{Y}_2)(\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2)] + (m + n)[a\bar{X}_2 + f(\bar{Y}_2)]$.

Berdasarkan kasus ini diperoleh Lemma 9b.

Lemma 9b :

Jika penyedia layanan menggunakan harga two-part tariff, maka harga optimal adalah $P_X = a$ dan $P_Y = f'(\bar{Y}_2)$, serta $P = a\bar{X}_2 + f(\bar{Y}_2) - a\bar{X}_2 - \bar{Y}_2 f'(\bar{Y}_2)$ dengan keuntungan maksimum dicapai oleh penyedia layanan adalah sebesar $m[a(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) + f'(\bar{Y}_2)(\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2)] + (m + n)[a\bar{X}_2 + f(\bar{Y}_2)]$ yang lebih besar daripada harga flat-fee maupun usage-based.

Hasil analisis dari Lemma 7b, 8b, dan 9b disajikan dalam Tabel 1.6.

Tabel 1.6 Perbandingan skema pembiayaan untuk konsumen heterogen tingkat pemakaian tinggi dan tingkat pemakaian rendah berdasarkan fungsi utilitas Quasi-Linear.

	Lemma 7b (Flat-Fee)	Lemma 8b (Usage-Based)	Lemma 9b (Two-Part Tariff)
Harga yang dikenakan oleh konsumen	$a \bar{X}_2 + f(\bar{Y}_2)$	$P_x = a$ dan $P_y = f'(\bar{Y}_2)$	$P_x = a$ dan $P_y = f'(\bar{Y}_2)$
Keuntungan maksimum	$(m + n)[a \bar{X}_2 + f(\bar{Y}_2)]$	$(m + n)[a \bar{X}_2 + \bar{Y}_2 f'(\bar{Y}_2)]$	$m[a(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) + f'(\bar{Y}_2)(\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2)] + (m + n)[a \bar{X}_2 + f(\bar{Y}_2)]$

Berdasarkan Tabel 1.6, jika diasumsikan bahwa $X \geq 0$ dan $Y \geq 0$, maka $m [a (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) + f'(\bar{Y}_2) (\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2)] + (m + n) [a \bar{X}_2 + f(\bar{Y}_2)] > (m + n) [a \bar{X}_2 + \bar{Y}_2 f'(\bar{Y}_2)] > (m + n)[a \bar{X}_2 + f(\bar{Y}_2)]$. Oleh karena itu, harga two-part tariff lebih optimal dibandingkan harga flat-fee dan harga usage-based untuk masalah konsumen heterogen berdasarkan tingkat pemakaiannya yaitu tingkat pemakaian tinggi dan tingkat pemakaian rendah.

1.14 Rekapitulasi Skema Pembiayaan Optimal

Berikut ditampilkan rekapitulasi skema pembiayaan optimal seperti pada Tabel 1.7.

Tabel 1.7 Rekapitulasi skema pembiayaan optimal pada setiap jenis konsumen berdasarkan fungsi utilitas Cobb-Douglass dan Quasi-Linear.

Jenis Konsumen		Cobb-Douglass	Quasi-Linear
Homogen	Strategi Pembiayaan	Usage-Based	Usage-Based
	Harga yang dikenakan pada Konsumen	$P_x = a\bar{X}^{a-1}\bar{Y}^b$ dan $P_y = b\bar{X}^a\bar{Y}^{b-1}$	$P_x = a$ dan $P_y = f'(\bar{Y})$
	Keuntungan Maksimum ISP	$\sum_i (a + b) [\bar{X}^a \bar{Y}^b]$	$\sum_i [a\bar{X} + f(\bar{Y})]$
Heterogen Golongan Atas dan Golongan Bawah	Strategi Pembiayaan	Usage-Based	Usage-Based
	Harga yang dikenakan pada Konsumen	$P_X = a_2 \bar{X}^{a_2-1} \bar{Y}^{b_2}$ dan $P_Y = b_2 \bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2-1}$	$P_X = a_2$ dan $P_Y = f'(\bar{Y})$
	Keuntungan Maksimum ISP	$(m + n) (a_2 + b_2) [\bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2}]$	$(m + n) (a_2 \bar{X} + \bar{Y} f'(\bar{Y}))$
Heterogen Tingkat Pemakaian Tinggi dan Tingkat Pemakaian Rendah	Strategi Pembiayaan	Two-part tariff	Two-part tariff
	Harga yang dikenakan pada Konsumen	$P_X = a_2 \bar{X}^{a_2-1} \bar{Y}^{b_2}$ dan $P_Y = b_2 \bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2-1}$	$P_X = a$ dan $P_Y = f'(\bar{Y}_2)$
	Keuntungan Maksimum ISP	$m \left[\left(a \bar{X}_2^{a-1} \bar{Y}_2^b \right) (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) + \left(b \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^{b-1} \right) (\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2) \right] + (m + n) \left(\bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b \right)$	$m \left(a \bar{X}_1 + \bar{Y}_1 f'(\bar{Y}_1) - (a \bar{X}_2 + \bar{Y}_2 f'(\bar{Y}_2)) \right) + (m + n) (a \bar{X}_2 + f(\bar{Y}_2))$

1.15 Aplikasi Model pada Data Server Lokal

Skema pembiayaan yang optimal diolah dengan menggunakan data traffic pada aplikasi mail, web dan files yang diperoleh dari amatan server lokal di Palembang dalam jangka waktu 1 bulan, yaitu dari tanggal 8 Agustus 2013 sampai dengan tanggal 7 September 2013.

Tabel 1.8 sampai Tabel 1.13 merupakan tabel data traffic pada aplikasi mail, web dan files yang diperoleh dari amatan server.

a. Mail

Tabel 1.8 Traffic pada mail untuk data pada saat jam sibuk

Tanggal	Peak Hours (09.00-16.59 WIB)		Total pemakaian per hari
	Sent	Received	
08 Agustus 2013	4.657,77	3.604,29	8.262,06
09 Agustus 2013	6.307,00	7.459,36	13.766,36
10 Agustus 2013	3.839,40	10.597,71	14.437,11
11 Agustus 2013	4.460,33	4.004,48	8.464,81
12 Agustus 2013	11.725,40	20.917,11	32.642,51
13 Agustus 2013	163.204,35	85.420,68	248.625,03
14 Agustus 2013	111.790,14	141.294,89	253.085,02
15 Agustus 2013	70.284,15	35.163,43	105.447,58
16 Agustus 2013	40.014,47	25.557,75	65.572,23
17 Agustus 2013	66.820,37	18.704,04	85.524,40
18 Agustus 2013	65.716,60	4.884,81	70.601,41
19 Agustus 2013	74.771,14	40.321,62	115.092,76
20 Agustus 2013	98.353,64	50.578,99	148.932,63
21 Agustus 2013	151.445,74	68.480,52	219.926,27
22 Agustus 2013	112.161,26	103.102,18	215.263,44
23 Agustus 2013	112.141,37	46.250,28	158.391,65
24 Agustus 2013	67.840,64	94.312,08	162.152,73
25 Agustus 2013	67.637,21	21.507,15	89.144,36
26 Agustus 2013	68.697,60	50.447,42	119.145,03
27 Agustus 2013	77.463,58	61.525,71	138.989,30
28 Agustus 2013	123.522,65	71.076,71	194.599,36
29 Agustus 2013	72.436,14	30.654,90	103.091,04
30 Agustus 2013	88.699,84	32.472,82	121.172,66

31 Agustus 2013	60.982,09	49.215,61	110.197,70
01 September 2013	66.558,69	5.183,15	71.741,84
02 September 2013	61.186,20	10.996,93	72.183,13
03 September 2013	69.582,07	12.035,93	81.618,00
04 September 2013	70.897,41	9.460,23	80.357,64
05 September 2013	90.456,78	41.957,82	132.414,60
06 September 2013	60.264,99	37.272,26	97.537,24
07 September 2013	70.065,55	56.832,33	126.897,87
Jumlah pemakaian (byte)	2.213.984,579	1.251.293,1 78	3.465.277,75 7
Rata-rata pemakaian (byte)	71.418,857	40.364,296	111.783,153
Jumlah pemakaian (kilobyte)	2.162,094	1.221,966	3.384,060
Rata-rata untuk pemakaian (kilobyte)	69,745	39,418	109,163
$\bar{X}_1$ atau $\bar{X}$ maksimum (kilobyte)			247,15
$\bar{X}_2$ maksimum (kilobyte)			242,80

Tabel 1.9 Traffic pada mail untuk data pada saat jam tidak sibuk

Tanggal	Non-Peak Hours (17.00-08.59 WIB)		Total pemakaian per hari
	Sent	Received	
08 Agustus 2013	63.306,90	9.760,48	73.067,38
09 Agustus 2013	58.753,48	17.699,77	76.453,24
10 Agustus 2013	63.305,60	7.903,62	71.209,21
11 Agustus 2013	63.667,42	8.223,30	71.890,72
12 Agustus 2013	82.970,20	27.862,90	110.833,10
13 Agustus 2013	8.855,79	22.775,01	31.630,80
14 Agustus 2013	112.757,91	49.750,41	162.508,32
15 Agustus 2013	9.144,03	12.596,20	21.740,23
16 Agustus 2013	72.277,94	15.990,68	88.268,62
17 Agustus 2013	47.190,69	7.865,58	55.056,27
18 Agustus 2013	6.607,46	6.650,68	13.258,15
19 Agustus 2013	48.072,49	57.259,59	105.332,07
20 Agustus 2013	95.966,92	45.902,10	141.869,02

21 Agustus 2013	60.328,83	26.644,47	86.973,30
22 Agustus 2013	15.688,69	55.579,16	71.267,85
23 Agustus 2013	64.555,23	12.712,88	77.268,11
24 Agustus 2013	147.139,30	48.523,68	195.662,98
25 Agustus 2013	151.001,79	12.461,67	163.463,46
26 Agustus 2013	69.144,18	23.299,33	92.443,51
27 Agustus 2013	92.317,51	81.462,46	173.779,97
28 Agustus 2013	37.356,03	33.731,38	71.087,41
29 Agustus 2013	9.832,20	15.013,46	24.845,67
30 Agustus 2013	9.101,29	13.158,03	22.259,32
31 Agustus 2013	18.651,00	63.810,10	82.461,09
01 September 2013	7.050,21	7.103,15	14.153,36
02 September 2013	74.292,18	25.363,30	99.655,48
03 September 2013	12.996,17	14.836,02	27.832,19
04 September 2013	21.245,13	15.978,80	37.223,93
05 September 2013	78.359,96	73.549,47	151.909,43
06 September 2013	128.313,46	15.055,45	143.368,91
07 September 2013	14.668,10	34.546,26	49.214,37
Jumlah pemakaian (byte)	1.744.918,087	863.069,390	2.607.987,478
Rata-rata pemakaian (byte)	56.287,680	27.840,948	84.128,628
Jumlah pemakaian (kilobyte)	1.704,022	842,841	2.546,863
Rata-rata untuk pemakaian (kilobyte)	54,968	27,188	82,157
$\bar{Y}_1$ atau $\bar{Y}$ maksimum (kilobyte)			191,08
$\bar{Y}_2$ (kilobyte)			169,71

Sumber : amatan server lokal di Palembang

b. Web

Tabel 1.10 Traffic pada web untuk data pada saat jam sibuk

Tanggal	Peak Hours (09.00-16.59 WIB)		Total pemakaian per hari
	Sent	Received	
08 Agustus 2013	61.613,78	277.335,44	338.949,23
09 Agustus 2013	67.410,65	286.391,13	353.801,78
10 Agustus 2013	41.611,11	114.384,52	155.995,63
11 Agustus 2013	18.703,28	82.717,77	101.421,05
12 Agustus 2013	35.917,94	153.187,29	189.105,24
13 Agustus 2013	61.291,24	146.502,88	207.794,12
14 Agustus 2013	5.513,71	96.200,23	101.713,93
15 Agustus 2013	19.731,97	75.514,76	95.246,73
16 Agustus 2013	38.867,97	123.903,39	162.771,36
17 Agustus 2013	29.205,57	193.314,21	222.519,78
18 Agustus 2013	29.077,50	92.587,69	121.665,18
19 Agustus 2013	36.220,13	90.929,06	127.149,19
20 Agustus 2013	37.620,61	190.584,77	228.205,38
21 Agustus 2013	48.938,76	259.823,59	308.762,34
22 Agustus 2013	43.768,31	151.108,20	194.876,51
23 Agustus 2013	35.695,50	220.442,07	256.137,57
24 Agustus 2013	25.534,61	174.536,89	200.071,50
25 Agustus 2013	22.546,53	148.219,56	170.766,09
26 Agustus 2013	37.479,38	289.616,17	327.095,56
27 Agustus 2013	41.846,70	180.585,57	222.432,27
28 Agustus 2013	50.110,15	253.422,87	303.533,03
29 Agustus 2013	50.439,96	276.959,81	327.399,77
30 Agustus 2013	49.324,83	146.587,87	195.912,70
31 Agustus 2013	75.974,28	198.967,97	274.942,24
01 September 2013	57.516,14	138.141,30	195.657,44
02 September 2013	60.139,05	113.282,88	173.421,93
03 September 2013	59.418,35	186.864,45	246.282,80
04 September 2013	54.110,56	126.553,90	180.664,46
05 September 2013	56.314,07	267.729,67	324.043,74
06 September 2013	41.805,39	134.551,67	176.357,06
07 September 2013	53.789,71	103.027,16	156.816,86

Jumlah pemakaian (byte)	1.347.537,74	5.293.974,73	6.641.512,47
Rata-rata pemakaian (byte)	43.468,96	170.773,38	214.242,34
Jumlah pemakaian (kilobyte)	1.315,955	5.169,897	6.485,852
Rata-rata pemakaian (kilobyte)	42,450	166,771	209,221
$\bar{X}_1$ atau $\bar{X}$ maksimum (kilobyte)			345,51
$\bar{X}_2$ maksimum (kilobyte)			331,01

Tabel 1.11 Traffic pada web untuk data pada saat jam tidak sibuk

Tanggal	Non-Peak Hours (17.00-08.59 WIB)		Total pemakaian per hari
	Sent	Received	
08 Agustus 2013	124.132,09	544.438,14	668.570,23
09 Agustus 2013	122.516,50	656.695,60	779.212,10
10 Agustus 2013	58.187,29	467.291,68	525.478,97
11 Agustus 2013	75.176,44	483.554,71	558.731,16
12 Agustus 2013	44.000,05	189.631,23	233.631,28
13 Agustus 2013	79.450,99	227.500,61	306.951,61
14 Agustus 2013	30.131,27	331.114,85	361.246,12
15 Agustus 2013	54.500,46	135.517,13	190.017,58
16 Agustus 2013	78.208,22	169.242,64	247.450,87
17 Agustus 2013	36.195,53	223.423,84	259.619,38
18 Agustus 2013	41.670,08	108.257,82	149.927,91
19 Agustus 2013	68.670,48	467.423,45	536.093,93
20 Agustus 2013	57.022,64	434.310,83	491.333,47
21 Agustus 2013	77.358,94	1.246.949,51	1.324.308,45
22 Agustus 2013	97.773,02	2.236.936,10	2.334.709,12
23 Agustus 2013	64.578,47	957.773,95	1.022.352,42
24 Agustus 2013	38.098,99	366.164,01	404.263,00
25 Agustus 2013	63.963,54	235.047,30	299.010,84
26 Agustus 2013	101.606,74	343.155,28	444.762,01
27 Agustus 2013	75.769,24	343.880,00	419.649,24
28 Agustus 2013	117.536,17	491.403,45	608.939,61
29 Agustus 2013	126.708,89	779.119,73	905.828,63

30 Agustus 2013	119.713,26	596.331,27	716.044,53
31 Agustus 2013	138.611,55	462.584,82	601.196,38
01 September 2013	132.277,72	385.872,55	518.150,27
02 September 2013	129.326,18	356.930,09	486.256,27
03 September 2013	119.978,39	348.440,02	468.418,41
04 September 2013	85.103,13	198.643,48	283.746,61
05 September 2013	104.887,78	481.594,35	586.482,13
06 September 2013	94.777,89	282.299,15	377.077,04
07 September 2013	98.657,78	394.521,56	493.179,33
Jumlah pemakaian (byte)	2.656.589,74	14.946.049,17	17.602.638,91
Rata-rata pemakaian (byte)	85.696,44	482.130,62	567.827,06
Jumlah pemakaian (kilobyte)	2.594,326	14.595,751	17.190,077
Rata-rata pemakaian (kilobyte)	83,688	470,831	554,519
$\bar{Y}_1$ atau $\bar{Y}$ maksimum (kilobyte)			2.279,99
$\bar{Y}_2$ (kilobyte)			1293,27

c. Files

Tabel 1. 12 Traffic pada files untuk data pada saat jam sibuk

Tanggal	Peak Hours (09.00-16.59 WIB)		Total pemakaian per hari
	Sent	Received	
08 Agustus 2013	0,00	0,00	0,00
09 Agustus 2013	0,00	0,00	0,00
10 Agustus 2013	0,00	0,00	0,00
11 Agustus 2013	0,00	0,00	0,00
12 Agustus 2013	123.619,05	6.038.718,74	6.162.337,79
13 Agustus 2013	176.482,53	15.102.453,82	15.278.936,35
14 Agustus 2013	865.957,91	36.818.979,78	37.684.937,70
15 Agustus 2013	388.275,71	29.257.792,10	29.646.067,81
16 Agustus 2013	454.429,09	28.878.774,56	29.333.203,64
17 Agustus 2013	290.666,71	16.745.914,97	17.036.581,68
18 Agustus 2013	931,19	20.768,38	21.699,57
19 Agustus 2013	569.734,14	28.956.223,31	29.525.957,45

20 Agustus 2013	507.726,72	25.297.155,60	25.804.882,32
21 Agustus 2013	472.071,41	25.788.450,16	26.260.521,57
22 Agustus 2013	19.921.829,61	40.642.304,44	60.564.134,05
23 Agustus 2013	2.603.101,77	27.764.281,35	30.367.383,12
24 Agustus 2013	510.907,72	35.179.455,50	35.690.363,21
25 Agustus 2013	396.384,25	10.252.485,62	10.648.869,87
26 Agustus 2013	379.742,27	32.311.762,58	32.691.504,84
27 Agustus 2013	639.752,06	32.893.581,08	33.533.333,14
28 Agustus 2013	439.826,38	31.635.127,91	32.074.954,29
29 Agustus 2013	325.822,98	18.039.887,42	18.365.710,40
30 Agustus 2013	7.558.032,00	22.719.754,91	30.277.786,92
31 Agustus 2013	699.772,89	39.661.698,54	40.361.471,43
01 September 2013	268.895,29	11.269.476,41	11.538.371,71
02 September 2013	319.061,36	25.088.491,77	25.407.553,13
03 September 2013	819.189,89	39.746.672,89	40.565.862,78
04 September 2013	150.518,52	6.809.639,98	6.960.158,50
05 September 2013	773.177,29	34.450.343,95	35.223.521,24
06 September 2013	1.123.601,94	33.801.371,24	34.924.973,17
07 September 2013	463.098,46	29.716.845,82	30.179.944,28
Jumlah pemakaian (byte)	41.242.609,15	684.888.412,82	726.131.021,97
Rata-rata pemakaian (byte)	1.330.406,75	22.093.174,61	23.423.581,35
Jumlah pemakaian (kilobyte)	40.275,9855	668.836,3406	709.112,326
Rata-rata pemakaian (kilobyte)	1.299,225	21.575,366	22.874,591
$\bar{X}_1$ atau $\bar{X}$ maksimum (kilobyte)			59.144,66
$\bar{X}_2$ maksimum (kilobyte)			39.615,10

Tabel 1.13 Traffic pada files untuk data pada saat jam tidak sibuk

Tanggal	Non-Peak Hours (17.00-08.59 WIB)		Total pemakaian per hari
	Sent	Received	
08 Agustus 2013	0,00	0,00	0,00
09 Agustus 2013	0,00	0,00	0,00
10 Agustus 2013	0,00	0,00	0,00
11 Agustus 2013	0,00	0,00	0,00
12 Agustus 2013	17.993,77	434.601,96	452.595,73
13 Agustus 2013	5.869.038,73	3.126.120,88	8.995.159,62
14 Agustus 2013	315.177,76	5.520.821,67	5.835.999,42
15 Agustus 2013	505.886,57	549.000,41	1.054.886,98
16 Agustus 2013	751.190,88	3.557.332,93	4.308.523,82
17 Agustus 2013	131.237,86	2.610.913,19	2.742.151,06
18 Agustus 2013	49.732,88	1.537.699,89	1.587.432,77
19 Agustus 2013	360.533,88	61.647,85	422.181,73
20 Agustus 2013	43.259,62	84.555,68	127.815,30
21 Agustus 2013	97.749,30	309.518,53	407.267,83
22 Agustus 2013	3.756.902,20	736.858,09	4.493.760,29
23 Agustus 2013	1.878.237,55	1.269.148,71	3.147.386,26
24 Agustus 2013	346.793,51	5.099.457,68	5.446.251,19
25 Agustus 2013	664.418,42	5.309.259,29	5.973.677,70
26 Agustus 2013	4.497.090,69	4.232.083,41	8.729.174,11
27 Agustus 2013	135.396,69	2.170.198,25	2.305.594,94
28 Agustus 2013	727.971,94	5.747.107,04	6.475.078,98
29 Agustus 2013	2.983.501,66	4.441.119,37	7.424.621,04
30 Agustus 2013	181.615,23	5.280.213,48	5.461.828,70
31 Agustus 2013	639.249,24	2.292.075,02	2.931.324,26
01 September 2013	697.815,76	7.143.531,55	7.841.347,30
02 September 2013	314.786,13	6.804.346,23	7.119.132,36
03 September 2013	157.800,25	3.410.563,44	3.568.363,69
04 September 2013	553.008,27	97.874,63	650.882,89
05 September 2013	11.434.070,10	2.987.032,89	14.421.102,98
06 September 2013	1.880.257,74	3.625.081,28	5.505.339,02
07 September 2013	647.345,18	967.040,05	1.614.385,23

Jumlah pemakaian (byte)	39.638.061,80	79.405.203,41	119.043.265,21
Rata-rata pemakaian (byte)	1.278.647,15	2.561.458,17	3.840.105,33
Jumlah pemakaian (kilobyte)	38.709,04472	77.544,14395	116.253,1887
Rata-rata pemakaian (kilobyte)	1.248,678862	2.501,423999	3.750,102861
$\bar{Y}_1$ atau $\bar{Y}$ maksimum (kilobyte)			14.083,11
$\bar{Y}_2$ (kilobyte)			8.784,34

Data tersebut dibagi untuk data pengiriman dan data penerimaan dengan waktu amatan yang dibagi menjadi 2 yaitu pada saat jam sibuk dan jam tidak sibuk. Waktu amatan ini dilihat dari jam aktif penggunaan suatu instansi, sehingga untuk jam sibuk dimulai pukul 09.00-16.59 WIB sedangkan untuk jam tidak sibuk pukul 17.00-08.59 WIB. Contoh data mail yang diambil adalah penggunaan email, untuk contoh data web yang diambil adalah penggunaan web browsing, dan untuk contoh data files yang diambil adalah penggunaan mengunduh dan mengunggah. Tabel 1.14 berikut ini merupakan rekapitulasi pemakaian (dalam kilobyte) selama 31 hari.

Tabel 1.14 Rekapitulasi pemakaian (dalam kilobyte) selama 31 hari

Data Traffic	Keterangan	Jumlah Pemakaian	
		Jam Sibuk	Jam Tidak Sibuk
1. Mail	Jumlah dari total pemakaian per hari selama 31 hari	3.384,060	2.546,863
	Rata-rata dari total pemakaian per hari selama 31 hari	109,116	82,157
	Tingkat konsumsi yang maksimum ($\bar{X}_1$ atau $\bar{Y}_1$)	247,15	191,08
	Tingkat konsumsi yang maksimum tanpa menggunakan data $\bar{X}_1$ atau $\bar{Y}_1$ ($\bar{X}_2$ atau $\bar{Y}_2$)	242,80	169,71

2. Web	Jumlah dari total pemakaian per hari selama 31 hari	6.485,852	17.190,077
	Rata-rata dari total pemakaian per hari selama 31 hari	209,221	554,519
	Tingkat konsumsi yang maksimum ($\bar{X}_1$ atau $\bar{Y}_1$)	345,51	2.279,99
	Tingkat konsumsi yang maksimum tanpa menggunakan data $\bar{X}_1$ atau $\bar{Y}_1$ ($\bar{X}_2$ atau $\bar{Y}_2$)	331,01	1.293,27
3. Files	Jumlah dari total pemakaian per hari selama 31 hari	709.112,326	116.253,189
	Rata-rata dari total pemakaian per hari selama 31 hari	22.874,591	3.750,103
	Tingkat konsumsi yang maksimum ($\bar{X}_1$ atau $\bar{Y}_1$)	59.144,66	14.083,11
	Tingkat konsumsi yang maksimum tanpa menggunakan data $\bar{X}_1$ atau $\bar{Y}_1$ ($\bar{X}_2$ atau $\bar{Y}_2$)	39.615,10	8.784,34

1.16 Pengolahan Data Traffic

Data traffic digunakan dalam model yang optimal untuk membandingkan fungsi utilitas berdasarkan Cobb-Douglass dan Quasi-Linear. Tabel 1.10 merupakan model yang optimal dari masing-masing fungsi utilitas berdasarkan Cobb-Douglass dan Quasi-Linear. Model yang optimal tersebut diolah dengan menggunakan data traffic dari aplikasi mail, web dan files untuk memperoleh solusi optimal dari model pembiayaan skema internet.

Dengan menggunakan data yang ada pada Tabel 1.14, substitusi nilai $\bar{X}$ dan nilai $\bar{Y}$ dari data aplikasi mail, web dan files ke model yang optimal pada Tabel 1.7

Tabel 1.15 Nilai $\bar{X}$ dan nilai $\bar{Y}$ yang diterapkan pada skema pembiayaan optimal

	Mail	Web	Files
$\bar{X}_1$ atau $\bar{X}$ (kilobyte)	247,15	345,51	59144,66
$\bar{X}_2$ (kilobyte)	242,80	331,01	39615,10
$\bar{Y}_1$ atau $\bar{Y}$ (kilobyte)	191,08	2279,99	14083,11
$\bar{Y}_2$ (kilobyte)	169,71	1293,27	8784,34

Keterangan :

1. $\bar{X}_1$ atau $\bar{X}$ merupakan tingkat konsumsi yang paling maksimum pada saat jam sibuk dalam satuan kilo byte.
2. $\bar{X}_2$ merupakan tingkat konsumsi yang maksimum pada saat jam sibuk, tanpa mengambil data $\bar{X}_1$, sehingga $\bar{X}_1 > \bar{X}_2$, satuannya kilo byte.
3. $\bar{Y}_1$ atau $\bar{Y}$ merupakan tingkat konsumsi yang paling maksimum pada saat jam tidak sibuk dalam satuan kilo byte.
4. $\bar{Y}_2$ merupakan tingkat konsumsi yang maksimum pada saat jam tidak sibuk, tanpa mengambil data $\bar{Y}_1$, sehingga $\bar{Y}_1 > \bar{Y}_2$, satuannya kilo byte.

Tabel 1.16 merupakan pengolahan data dengan substitusi nilai $\bar{X}$ dan $\bar{Y}$ ke model skema pembiayaan yang optimal

Tabel 1.16 Solusi dari model skema pembiayaan yang optimal
Berikut adalah interpretasi hasil dari Tabel 1.16.

1. Untuk Konsumen Homogen

Data yang digunakan sebagai perbandingan adalah data mail.
Tabel 1.17 Perbandingan fungsi utilitas Cobb-Douglass dan Quasi-Linear dengan data mail untuk konsumen homogen

	Cobb-Douglass	Quasi-Linear
Harga	$P_X = a(247,15)^{a-1}(191,08)^b$ dan $P_Y = b(247,15)^a(191,08)^{b-1}$	$P_X = a$ dan $P_Y = b(191,08)^{b-1}$
Keuntungan	$\sum_i (a + b)[(247,15)^a(191,08)^b]$	$\sum_i [a(247,15) + (191,08)^b]$

Perbandingan keuntungan yang diperoleh dari fungsi utilitas Cobb-Douglass dan Quasi-Linear dengan menggunakan data mail untuk masalah konsumen homogen dengan asumsi sebagai berikut:

$$a(247,15)^a(191,08)^b > a(247,15) ; a > 0$$

$$b(247,15)^a(191,08)^b > (191,08)^b ; b > 0$$

$$(a + b)[(247,15)^a(191,08)^b] > a(247,15) + (191,08)^b.$$

Dengan demikian masalah konsumen homogen dengan data mail, diperoleh fungsi utilitas Cobb-Douglass yang menghasilkan keuntungan maksimum sebesar $\sum_i (a + b)[(247,15)^a(191,08)^b]$ dengan harga optimal $P_x = a(247,15)^{a-1}(191,08)^b$ dan $P_y = (247,15)^ab(191,08)^{b-1}$.

Data mail, files dan web menggunakan model yang sama untuk masing-masing fungsi yaitu fungsi Cobb-Douglass dengan model pembiayaan usage-based yang menghasilkan keuntungan $\sum_i (a + b)[\bar{X}^a\bar{Y}^b]$ dan fungsi utilitas Quasi-Linear dengan model pembiayaan usage-based yang menghasilkan keuntungan $\sum_i [a\bar{X} + f(\bar{Y})]$. Oleh karena itu, untuk data files dan web juga menghasilkan keuntungan maksimum dengan menggunakan fungsi utilitas Cobb-Douglass.

2. Untuk Konsumen Heterogen Berdasarkan Kemauan untuk Membayar

Data yang digunakan sebagai perbandingan adalah data mail.

Tabel 1.18 Perbandingan fungsi utilitas Cobb-Douglass dan Quasi-Linear dengan data mail untuk konsumen heterogen golongan atas dan low-end

	Cobb-Douglass	Quasi-Linear
Harga	P_X $= a_2[(247,15)^{a_2-1}(191,08)^{b_2}]$ dan P_Y $= b_2[(247,15)^{a_2}(191,08)^{b_2-1}]$	$P_X = a_2$ dan P_Y $= b_2(191,08)^{b_2-1}$
Keuntungan	$(m+n)(a_2$ $+ b_2)[(247,15)^{a_2}(191,08)^{b_2}]$	$(m+n)$ $[a_2(247,15)$ $+ b_2(191,08)^{b_2}]$

Perbandingan keuntungan yang diperoleh dari fungsi utilitas Cobb-Douglass dan Quasi-Linear dengan menggunakan data mail untuk masalah konsumen heterogen berdasarkan kemauan untuk membayar dengan asumsi sebagai berikut :

$$a_2(247,15)^{a_2}(191,08)^{b_2} > a_2(247,15) ; a_2 > 0$$

$$b_2(247,15)^{a_2}(191,08)^{b_2} = b_2(191,08)^{b_2} ; b_2 > 0$$

$$(a_2 + b_2)[(247,15)^{a_2}(191,08)^{b_2}] > a_2(247,15) + b_2(191,08)^{b_2}.$$

Dengan demikian untuk masalah konsumen heterogen berdasarkan kemauan untuk membayar dengan data mail, diperoleh fungsi utilitas Cobb-Douglass yang menghasilkan keuntungan maksimum sebesar $(m+n)(a_2 + b_2)[(247,15)^{a_2}(191,08)^{b_2}]$ dengan harga optimal $P_x = a_2(247,15)^{a_2-1}(191,08)^{b_2}$ dan $P_y = b_2[(247,15)^{a_2}(191,08)^{b_2-1}]$.

Data mail, files dan web menggunakan model yang sama untuk masing-masing fungsi yaitu fungsi Cobb-Douglass dengan model pembiayaan usage-based yang menghasilkan keuntungan $(m+n)(a_2 \bar{X}^{a_2} + b_2 \bar{Y}^{b_2})$ dan fungsi utilitas Quasi-Linear dengan model pembiayaan usage based yang menghasilkan keuntungan $(m+n)(a_2 \bar{X} + \bar{Y} f'(\bar{Y}))$. Oleh karena itu, untuk data files dan web juga menghasilkan keuntungan maksimum dengan menggunakan fungsi utilitas Cobb-Douglass.

3. Untuk Konsumen Heterogen Berdasarkan Tingkat Pemakaian.
Data yang digunakan sebagai perbandingan adalah data mail.

Tabel 1.19 Perbandingan fungsi utilitas Cobb-Douglass dan Quasi-Linear dengan data mail untuk konsumen heterogen tingkat pemakaian tinggi dan tingkat pemakaian rendah

	Cobb-Douglass	Quasi-Linear
Harga	$P_X = a(242,80)^{a-1}(169,71)^b$ dan $P_Y = b(242,80)^a(169,71)^{b-1}$	$P_X = a$ dan $P_Y = b(169,71)^{b-1}$
Keuntungan	$m\{[a(242,80)^{a-1}(169,71)^b](4,35) + [b(242,80)^a(169,71)^{b-1}](21,37)] + (m+n)[(242,80)^a(169,71)^b]$	$m[a(247,15) + b(191,08)^b - \{a(242,80) + b(169,71)^b\}] + (m+n)[a(242,80) + (169,71)^b]$

Perbandingan keuntungan yang diperoleh dari fungsi utilitas Cobb-Douglass dan Quasi-Linear dengan menggunakan data mail untuk masalah konsumen heterogen berdasarkan tingkat pemakaian dengan asumsi sebagai berikut :

$$a(242,80)^{a-1}(169,71)^b(4,35) > a(247,15 - 242,80) ; a > 0$$

$$\Leftrightarrow a(247,15)^{a-1}(169,71)^b(4,35) > a(4,35)$$

$$b(242,80)^a(169,71)^{b-1} > b[(191,08)^b - (169,71)^b] ; b > 0$$

$$\Leftrightarrow b(242,80)^a(169,71)^{b-1}(21,37) > b[(191,08)^b - (169,71)^b]$$

Dengan demikian

$$a(242,80)^{a-1}(169,71)^b(4,35) + b(242,80)^a(169,71)^{b-1}(21,37) > a(247,15) + b(191,08)^b - \{a(242,80) + b(169,71)^b\}$$

$$(242,80)^a > a(242,80) ; a > 0$$

$$(169,71)^b > (169,71)^b ; b > 0$$

$$(242,80)^a(169,71)^b > a(242,80) + (169,71)^b.$$

Oleh karena itu,

$$m\{[a(242,80)^{a-1}(169,71)^b](4,35) + [b(242,80)^a(169,71)^{b-1}](21,37)] + (m+n)[(242,80)^a(169,71)^b] > m [a(247,15) + b(191,08)^b - \{a(242,80) + b(169,71)^b\}] + (m+n)[a(242,80) + (169,71)^b].$$

Dengan demikian untuk masalah konsumen heterogen berdasarkan tingkat pemakaian dengan data mail, diperoleh fungsi utilitas Cobb-Douglass yang menghasilkan keuntungan maksimum sebesar $m [a(242,80)^{a-1}(4,35) + b(169,71)^{b-1} (21,37)] + (m + n)((242,80)^a + (169,71)^b)$ dengan harga optimal $P_x = a(242,80)^{a-1}(169,71)^b$ dan $P_y = b(242,80)^a(169,71)^{b-1}$.

Data mail, files dan web menggunakan model yang sama untuk masing-masing fungsi yaitu fungsi Cobb-Douglass dengan model pembiayaan usage based yang menghasilkan keuntungan $m \left[\left(a\bar{X}_2^{a-1}\bar{Y}_2^b \right) (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) + \left(b\bar{X}_2^a\bar{Y}_2^{b-1} \right) (\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2) \right] + (m + n) \left(\bar{X}_2^a\bar{Y}_2^b \right)$ dan fungsi utilitas Quasi-Linear dengan model pembiayaan usage based yang menghasilkan keuntungan $m(a\bar{X}_1 + \bar{Y}_1 f'(\bar{Y}_1) - (a\bar{X}_2 + \bar{Y}_2 f'(\bar{Y}_2))) + (m + n)(a\bar{X}_2 + f(\bar{Y}_2))$. Oleh karena itu, untuk data files dan web juga menghasilkan keuntungan maksimum dengan menggunakan fungsi utilitas Cobb-Douglass.

Berdasarkan interpretasi tersebut, fungsi utilitas berdasarkan Cobb-Douglass lebih optimal dibandingkan dengan fungsi utilitas berdasarkan Quasi-Linear, dengan tipe skema pembiayaan usage-based yang digunakan untuk memperoleh keuntungan maksimum dengan harga yang optimal untuk konsumen homogen dan konsumen heterogen berdasarkan kemauan untuk membayar, sedangkan tipe skema pembiayaan two-part tariff yang digunakan untuk memperoleh keuntungan maksimum dengan harga yang optimal untuk konsumen heterogen berdasarkan tingkat pemakaian.

1.17 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan, dapat disimpulkan sebagai berikut :

1. Hasil fungsi utilitas Cobb-Douglass dan Quasi-Linear menghasilkan model skema pembiayaan optimal yang sama.
2. Model skema pembiayaan optimal untuk masalah konsumen homogen dan konsumen heterogen berdasarkan kemauan untuk membayar didasarkan pada skema pembiayaan usage-

based sedangkan untuk konsumen heterogen berdasarkan tingkat pemakaian didasarkan pada skema pembiayaan two-part tarif.

3. Berdasarkan aplikasi model pada setiap data traffic, didapat bahwa penggunaan fungsi utilitas Cobb-Douglass menghasilkan skema pembiayaan yang lebih optimal dibandingkan dengan fungsi utilitas Quasi-Linear.

1.18 Saran

Peneliti selanjutnya disarankan untuk menggunakan fungsi utilitas yang lain seperti Perfect-Subtitutes, Perfect-Complements, fungsi bandwidth yang menurun dengan meningkatnya bandwidth, dan lain-lain serta membandingkannya untuk memperoleh keuntungan maksimum dengan harga yang optimal

2.1 Latar Belakang

Seiring berjalannya waktu, teknologi pun semakin berkembang. Perkembangan teknologi ini diimbangi dengan perkembangan layanan internet. Perusahaan Penyedia Layanan Internet (Internet Service Provider, ISP) dituntut untuk bersaing menyediakan layanan yang maksimal namun dengan biaya yang minimum. Biaya yang minimum akan meningkatkan minat konsumen untuk menggunakan layanan yang diberikan. Sebagai perusahaan penyedia layanan internet, ISP juga harus mempertimbangkan laba yang diperoleh dan tetap mempertahankan kualitas dalam layanan dengan harga yang minimum bagi konsumen. Saat ini terdapat berbagai macam permintaan pengguna internet dan berbagai macam aplikasi yang membuat penyediaan internet harus memperhitungkan kualitas dalam pelayanan (Quality of Service, QoS). Pada dasarnya, QoS memungkinkan untuk memberikan layanan yang lebih baik untuk permintaan tertentu. Dalam menunjukkan efisiensi ISP dalam pelayanan harus ada interaksi antara harga dan QoS (Barth, et al., 2004).

Tidak hanya ISP, harus ada pertimbangan tersendiri untuk konsumen yang menggunakan layanan internet yang diberikan dalam membuat model skema pembiayaan. Harus ada kesesuaian antara harga yang diberikan dengan kepuasan konsumen yang didapat. Kepuasan konsumen dapat dilihat dengan menggunakan fungsi utilitas. Fungsi utilitas menggambarkan tingkat kepuasan konsumen dalam mengkonsumsi suatu produk (Chugh, 2012). ISP saat ini menangani permintaan yang tinggi untuk mempromosikan informasi yang berkualitas baik. Hal ini dapat dilihat dari semakin banyaknya pengguna layanan internet dari semua kalangan. Walaupun begitu skema baru untuk mengembangkan harga baru yang melibatkan jaringan QoS hanya sedikit (Puspita, et al., 2012).

Oleh sebab itu, penting bagi ISP mempertimbangkan konsumen untuk membuat skema pembiayaan yang dapat memberikan kepuasan pengguna dengan QoS yang diberikan oleh penyedia layanan internet tersebut. Hal tersebut membuat konsumen merasa senang dengan pelayanan yang diberikan.

Sebagai penyedia layanan, selain alokasi sumber daya yang optimal dan kontrol jaringan, harga juga merupakan faktor penting untuk pembiayaan. Sementara itu, bagi konsumen, harga mempengaruhi perilaku mereka karena terdapat sebagian besar konsumen yang sensitif terhadap harga. Secara umum, perilaku konsumen dimodelkan sebagai fungsi utilitas yang merupakan faktor pendukung mengenai tindakan yang akan dilakukannya. Jadi harga menentukan keseimbangan antara konsumen dengan penyedia layanan. Jika harga berhubungan erat dengan konsumen maka penyedia harus benar-benar mengontrol lalu lintas mereka dengan jaminan QoS (Barth, et al., 2004)

Wu dan Banker (2010) memilih tiga tipe skema pembiayaan yang digunakan, yaitu flat fee, usage-based, dan two-part tariff dengan mempertimbangkan semua faktor dari sisi penyedia maupun konsumen. Pada dasarnya, penelitian ini menganalisis situasi yaitu penyedia layanan dapat memperoleh keuntungan yang lebih baik jika memiliki satu skema pembiayaan dan berapa besar biaya menyediakan skema tersebut. Analisis strategi pembiayaan dengan mempertimbangkan pelanggan dibagi menjadi dua bagian, yaitu pelanggan homogen dan pelanggan heterogen. Dalam kasus pelanggan homogen, semua pelanggan memiliki utilitas yang sama mengenai tingkat konsumsi per hari. Sementara itu, dalam kasus heterogen, pelanggan memiliki dua segmen menurut keinginan untuk membayar (willingness to pay) dan level konsumsi (consumption level). Kemudian digunakan fungsi utilitas modifikasi dari fungsi utilitas Cobb-Douglas (Wu dan Banker, 2010). Pada penelitian ini dicari tipe skema pembiayaan yang lebih baik dalam memberikan keuntungan kepada ISP dengan menggunakan dua jenis fungsi utilitas, yaitu fungsi utilitas perfect substitute dan functions of bandwidth diminished with increasing bandwidth

(fungsi bandwidth yang berkurang dengan meningkatnya bandwidth).

2.2 Perumusan Masalah

Permasalahan yang dibahas pada penelitian ini adalah:

1. Bagaimana menentukan model skema pembiayaan yang optimal berdasarkan fungsi utilitas perfect substitute dan functions of bandwidth diminished with increasing bandwidth dengan skema pembiayaan flat fee, usage-based, dan two-part tariff untuk setiap jenis konsumen.
2. Bagaimana perbandingan hasil skema pembiayaan yang optimal dari fungsi utilitas perfect substitute dan functions of bandwidth diminished with increasing bandwidth berdasarkan skema pembiayaan yang digunakan untuk setiap jenis konsumen.

2.3 Pembatasan Masalah

Penelitian ini hanya menggunakan fungsi utilitas perfect substitute dan functions of bandwidth diminished with increasing bandwidth dengan model skema pembiayaan flat fee, usage-based, dan two-part tariff. Selain itu analisis dalam penelitian ini dilakukan secara analitik dengan turunan (derivatif) untuk masalah konsumen homogen dan konsumen heterogen. Konsumen heterogen didasarkan pada dua tipe, yaitu konsumen heterogen high-end dan low-end, serta konsumen heterogen high-demand dan low-demand. Selain itu model skema pembiayaan yang optimal diterapkan pada data server lokal di Palembang, yang meliputi data web, mails, dan files.

2.4 Tujuan

Tujuan dari penelitian yang dilakukan adalah :

1. Menentukan model skema pembiayaan yang optimal berdasarkan fungsi utilitas perfect substitute dan functions of bandwidth diminished with increasing bandwidth dengan skema pembiayaan flat fee, usage-based, dan two-part tariff untuk setiap jenis konsumen.

2. Membandingkan hasil skema pembiayaan yang optimal dari fungsi utilitas perfect substitute dan functions of bandwidth diminished with increasing bandwidth berdasarkan skema pembiayaan yang digunakan untuk setiap jenis konsumen.

2.5 Manfaat

Hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat, yaitu :

1. Sebagai bahan pertimbangan bagi ISP dalam menentukan tipe skema pembiayaan yang sesuai untuk jenis konsumen homogen dan heterogen.
2. Model skema pembiayaan yang baru diharapkan tidak hanya menguntungkan bagi ISP sebagai penyedia layanan internet tetapi juga bagi kepuasan konsumen.

2.6 Internet (Interconnected Network)

Internet adalah sistem yang saling berhubungan atau jaringan komputer yang sering ditandai sebagai "jaringan dari jaringan" (Choi, et al., 2011). Hubungan universal yang memungkinkan setiap komputer yang terhubung ke Internet untuk berkomunikasi satu sama lain dipastikan dengan pengaturan kerjasama interkoneksi operator jaringan. Internet juga mempunyai prinsip "net neutrality", yaitu prinsip "yang pertama datang, yang pertama dilayani" dan tidak mengutamakan jenis internet, jenis layanan ataupun konsumen.

Internet merupakan jaringan global yang menghubungkan komputer yang satu dengan lainnya di seluruh dunia (Zulfikar, 2013). Pengguna komputer dapat saling terhubung untuk berkomunikasi, berbagi, dan memperoleh informasi dengan Internet. Begitu maraknya informasi dan kegiatan di Internet, menjadikan Internet sebagai dunia tersendiri yang tanpa batas. Dunia dalam Internet disebut juga dunia maya (cyberspace). Kata internet (dengan huruf "i" bukan kapital) sebenarnya adalah suatu sistem global jaringan komputer yang saling terhubung menggunakan standar internet protokol (TCP/IP). Rangkaian internet yang terbesar disebut Internet (dengan huruf "I" kapital).

Jadi internet adalah sebuah sistem dan Internet merupakan nama dari salah satu sistem terbesarnya. Informasi dalam Internet umumnya disebarkan melalui suatu halaman website yang dibuat dengan format bahasa pemrograman HTML (Hypertext Markup Language) dan diperlukan suatu perangkat lunak aplikasi yang disebut dengan browser untuk menampilkan halaman website. Mozilla Firefox, Opera, Google Chrome, Safari dan Internet Explorer merupakan contoh dari browser (Zulfikar, 2013).

2.7 Penyedia Layanan Internet (Internet Service Provider, ISP)

ISP adalah perusahaan atau badan usaha yang menjual koneksi internet atau sejenisnya kepada pelanggan. ISP awalnya identik dengan jaringan telepon, karena sebelumnya ISP menjual koneksi atau access internet melalui jaringan telepon. Salah satu contohnya adalah telkomnet instant dari Telkom. Perkembangan teknologi membuat ISP berkembang tidak hanya dengan menggunakan jaringan telepon tetapi juga menggunakan teknologi seperti fiber optic dan wireless. ISP dengan teknologi wireless banyak berkembang di daerah Denpasar, Bali. Sebagian besar ISP memerlukan upstream. ISP yang tidak memiliki upstream disebut tier1 yang hanya memiliki pelanggan dan interkoneksi (Wirawan, 2007). Upstream adalah istilah yang merujuk kepada kecepatan aliran data dari komputer lokal ke komputer lain yang terhubung melalui sebuah network (Pribadi, 2011).

Umumnya, ISP yang paling kecil akan menghubungkan ke jaringan terbesar untuk mengirimkan paket data konsumennya ke penyedia layanan lain yang dituju. Jaringan-jaringan tersebut dibagi menjadi beberapa tingkatan (tier) yang didasarkan pada jaringan yang menghubungkannya ke jaringan lain. Berdasarkan daerahnya tier dibagi menjadi tiga jenis, dari yang paling kecil, tier3 sampai yang paling besar, yaitu tier1. Tier1 dibagi berdasarkan daerah jangkauannya menjadi global dan regional (Winther, 2006).

2.8 Quality of Service (QoS)

QoS merupakan tingkat transmisi (transmission rates), tingkat kesalahan (error rates) dan tingkat karakteristik lainnya yang dapat diukur, dilakukan perbaikan yang mendukung tingkat kemajuan dari suatu penyedia layanan (Yang, 2004). QoS melibatkan suatu kumpulan parameter tingkat kualitas untuk transmisi data yang melalui jaringan komunikasi tersebut. Kumpulan parameter pada QoS dikelompokkan berdasarkan tingkat jaringan komunikasi, terutama berasal dari harapan para pengguna akhir dan sesuai dengan perjanjian jaringan layanan.

Kesalahan dalam pengiriman QoS tertentu dapat berakibat fatal. Contohnya dalam bidang bisnis website apabila catatan online yang dikirimkan tidak disediakan pelayanan tertentu dan kurangnya keamanan dapat membuat kerugian dalam jumlah yang besar. Dengan menyediakan QoS secara tetap dapat meningkatkan penghasilan dan mengurangi tingkat gangguan bagi konsumen.

2.9 Model Pasar untuk Penyedia Layanan Internet

2.9.1 Optimasi Masalah Konsumen

Berdasarkan skema pembiayaan yang telah diberikan (flat fee, usage-based, dan two-part tariff) dan harga sesuai dengan penyedia layanan, seorang konsumen akan memilih program yang diberikan penyedia layanan dan menentukan tingkat penggunaan layanan oleh konsumen tersebut pada saat jam sibuk atau pun tidak untuk memaksimalkan tingkat kepuasannya (Wu dan Banker, 2010).

Parameter-parameter yang diberikan (Wu dan Banker, 2010) :

P : biaya yang dikeluarkan jika mengikuti layanan yang diberikan

P_X : harga yang diberikan penyedia layanan saat jam sibuk (pukul 09.00-16.59)

P_Y : harga yang diberikan penyedia layanan saat jam tidak sibuk (pukul 17.00-08.59)

$U_i(X_i, Y_i)$: fungsi utilitas dari konsumen i dengan X_i adalah tingkat penggunaan layanan saat jam sibuk dan Y_i adalah tingkat penggunaan layanan saat bukan jam sibuk

$\bar{X}_i$: tingkat konsumsi tertinggi konsumen i dalam menggunakan layanan saat jam sibuk

$\bar{Y}_i$: tingkat konsumsi tertinggi konsumen i dalam menggunakan layanan saat bukan jam sibuk.

Variabel tujuan:

X_i : tingkat penggunaan layanan saat jam sibuk

Y_i : tingkat penggunaan layanan saat bukan jam sibuk

Z_i : bernilai 1 jika konsumen i memilih bergabung dalam layanan yang diberikan dan bernilai 0 jika memilih tidak bergabung.

Optimasi masalah konsumen (Wu & Banker, 2010)

$$\max_{X_i, Y_i, Z_i} U_i(X_i, Y_i) - P_X X_i - P_Y Y_i - P Z_i \quad (2.1)$$

dengan kendala:

$$X_i \leq \bar{X}_i Z_i; \quad (2.2)$$

$$Y_i \leq \bar{Y}_i Z_i; \quad (2.3)$$

$$U_i(X_i, Y_i) - P_X X_i - P_Y Y_i - P Z_i \geq 0; \quad (2.4)$$

$$Z_i = 0 \text{ atau } 1. \quad (2.5)$$

Persamaan (2.1) untuk memaksimumkan kelebihan pemakai berdasarkan harga yang diberikan oleh penyedia layanan. Jika mempertimbangkan hubungan untuk jangka waktu yang lama antara konsumen dan penyedia layanan maka biaya yang digunakan tidak boleh biaya dalam jangka waktu pendek atau jangka waktu tertentu.

Skema pembiayaan yang dipilih disesuaikan dengan variabel P , P_X dan P_Y . Sebagai contoh: jika P_X dan P_Y bernilai 0 dan P bernilai positif disebut skema pembiayaan flat fee; jika P_X , dan P_Y bernilai positif dan P bernilai 0 disebut skema pembiayaan usage based; dan jika P_X , P_Y , dan P bernilai 0 disebut skema pembiayaan two part tariff.

Persamaan (2.5) ditentukan oleh konsumen i, jika konsumen i memilih tidak bergabung dengan layanan yang diberikan maka Z_i bernilai 0, sehingga akan membuat Pertidaksamaan (2.2) dan (2.3) bernilai 0. Jika konsumen i memilih bergabung dengan layanan yang diberikan maka Z_i bernilai 1 sehingga harus dihitung nilai X_i dan Y_i yang nilainya tidak akan melebihi batas atas dari $\bar{X}_i$ dan $\bar{Y}_i$ yang diperoleh dari Pertidaksamaan (2.2) dan (2.3).

2.9.2 Optimasi Masalah Produsen

Menurut Wu dan Banker (2010), dengan mempertimbangkan masalah optimasi yang dihadapi oleh konsumen, penyedia layanan informasi akan memutuskan skema harga untuk memaksimalkan total keuntungan. Diasumsikan bahwa biaya produksi marjinal untuk menyediakan satu unit lagi layanan kepada pelanggan dan pemantauan biayanya untuk satu unit layanan tersebut diabaikan atau nol.

Parameter-parameter (Wu & Banker, 2010):

$X_i^* = X_i(P_X, P_Y, P)$: tingkat konsumsi layanan konsumen i pada jam sibuk

$Y_i^* = Y_i(P_X, P_Y, P)$: tingkat konsumsi layanan konsumen i bukan pada jam sibuk

$Z_i^* = Z_i(P_X, P_Y, P)$: variabel tujuan konsumen i sehubungan dengan keikutsertaannya

$U_i(X_i, Y_i)$: fungsi utilitas dari konsumen i dengan X_i adalah tingkat penggunaan layanan saat jam sibuk dan Y_i adalah tingkat penggunaan layanan saat bukan jam sibuk

$\bar{X}_i$: tingkat konsumsi tertinggi konsumen i dalam menggunakan layanan saat jam sibuk

$\bar{Y}_i$: tingkat konsumsi tertinggi konsumen i dalam menggunakan layanan saat bukan jam sibuk.

Variabel tujuan:

P : biaya yang diperlukan untuk mengikuti program layanan

P_X : harga yang diberikan penyedia layanan saat jam sibuk (pukul 09.00-16.59)

P_Y : harga yang diberikan penyedia layanan saat jam tidak sibuk (pukul 17.00-08.59).

Optimasi masalah produsen (Wu & Banker, 2010):

$$\max_{P, P_X, P_Y} \sum_i (P_X X_i^* + P_Y Y_i^* + P Z_i^*) \quad (2.6)$$

dengan $(X_i^*, Y_i^*, Z_i^*) = \arg \max U_i(X_i, Y_i) - P_X X_i - P_Y Y_i - P Z_i$

dengan kendala:

$$X_i \leq \bar{X}_i Z_i$$

$$Y_i \leq \bar{Y}_i Z_i$$

$$U_i(X_i, Y_i) - P_X X_i - P_Y Y_i - P Z_i \geq 0$$

$$Z_i = 0 \text{ atau } 1.$$

Persamaan (2.6) adalah untuk memaksimalkan keuntungan yang diperoleh dengan mengoptimalkan masalah yang dihadapi oleh konsumen. Oleh karena itu, penyedia layanan selalu mempertahankan kapasitas yang cukup dan tetap menjaga biaya marjinal bernilai 0.

2.10 Fungsi Utilitas

Sebuah fungsi utilitas didefinisikan sebagai kurva pemetaan jumlah bandwidth yang diterima oleh konsumen untuk kinerja seperti yang dirasakan oleh pengguna akhir. Fungsi utilitas monoton naik, atau dengan kata lain, alokasi bandwidth tidak dapat menurun. Keuntungan dari fungsi utilitas adalah dapat mencerminkan persyaratan QoS dari pengguna terakhir dan mengukur tingkat adaptasi dari penyedia layanan. Bentuk fungsi utilitas bervariasi sesuai dengan karakteristik adaptif aplikasi. Selain itu terdapat juga garis yang membentuk fungsi utilitas yang disebut dengan kurva indiferensi (indifference curve) atau kurva yang menggambarkan hubungan antara dua jenis barang yaitu konsumen mendapatkan kepuasan yang sama (indiferen) pada tiap-tiap titik kombinasi kuantitas kedua jenis barang tersebut (Chugh, 2012) dan MRS (Marginal Rate of Substitution), yaitu tingkat saat konsumen rela untuk memberikan sesuatu yang bagus yang ia miliki dan menukarnya dengan sesuatu yang lain yang juga bagus dengan tingkat kepuasan yang diperoleh adalah sama atau sama dengan kemiringan pada kurva indiferensi (Floyd, 2013). Fungsi utilitas yang digunakan adalah fungsi utilitas Perfect Substitute dan functions of bandwidth diminished with increasing bandwidth.

2.10.1 Fungsi Utilitas Perfect Substitute

Bentuk umum (Hutchinson, 2011): $U(x, y) = ax + by$ (2.7) dengan a dan b merupakan konstanta serta tingkat konsumsi yang konstan maka $U(x, y) = C$ menjadi:

$$ax + by = C \Leftrightarrow y = f(x) = \frac{C}{b} - \frac{a}{b}x$$

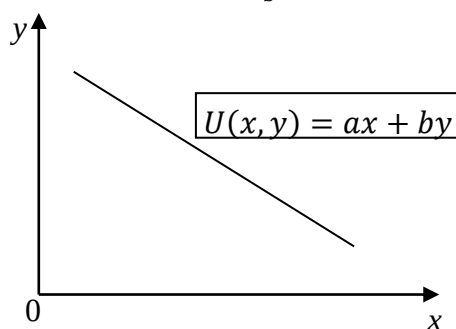
sehingga turunan pertama dari fungsi (2.7) menjadi:

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dx} = 0 \Leftrightarrow -\frac{dy}{dx} = \frac{\partial U / \partial x}{\partial U / \partial y}$$

maka untuk nilai MRS menjadi:

$$MRS = |\text{kemiringan kurva indifferensi}| = \left| -\frac{dy}{dx} \right| = \left| \frac{\partial U / \partial x}{\partial U / \partial y} \right| = \frac{a}{b} \quad (2.8)$$

Oleh karena itu, MRS bernilai $\frac{a}{b}$, dengan a dan b konstanta serta kurva indifferensi memiliki kemiringan $-\frac{a}{b}$.



Gambar 2.1 Fungsi Utilitas Perfect Substitute

2.10.2 Functions of Bandwidth Diminished with Increasing Bandwidth

Traffic atau biasa disebut bandwidth dapat diartikan dengan ukuran dari transfer data yang telah dilakukan oleh sebuah website. Bandwidth dipengaruhi dan ditentukan oleh jumlah pengunjung, banyaknya halaman yang dikunjungi dan juga besarnya file yang diakses (Rachmad, 2013).

Asumsi umum tentang fungsi utilitas sebagai fungsi dari bandwidth menurut Wang dan Schulzrinne (2004) adalah dengan menetapkan nilai kehilangan (lost) dan keterlambatan (delay). Penyedia layanan ini memiliki bandwidth transmisi minimum dan utilitas adalah nol untuk bandwidth awal. Selain itu, hasil dari percobaan konsumen dilaporkan bahwa fungsi utilitas biasanya mengikuti model yang menurun kembali ke skala, yaitu utilitas marjinal sebagai functions of bandwidth diminished with increasing bandwidth dan akhirnya bernilai nol. Hal tersebut mendefinisikan persyaratan QoS yang maksimal.

Bentuk umum (Wang dan Schulsrinne, 2004): $U(x) = U_0 + w \ln \frac{x}{x_m}$
(2.9)

dengan: x_m : minimum bandwidth yang diharapkan konsumen
 w : sensitifitas tingkat kepuasan pada bandwidth
 U_0 : peluang keuangan bagi produsen yang diharapkan pada konsumen (harga dasar).

Berdasarkan Persamaan (2.9) tersebut diperoleh bentuk umum fungsi utilitas sebagai fungsi bandwidth menjadi (Yang, 2004):

$$U_{kj} = U_{0j} + W_j \ln \frac{X_{kj}}{L_{mj}} \quad (2.10)$$

dengan: U_{kj} : penghasilan yang diperoleh dari konsumen k pada kelas j

W_j : sensitivitas harga untuk bandwidth pada kelas j

U_{0j} : harga dasar untuk kelas j

L_{mj} : tingkat terendah (minimum) bandwidth pada kelas j

X_{kj} : bandwidth yang didapat oleh konsumen k pada kelas j.

Dasar pemberian harga dari setiap kelas disesuaikan oleh penyedia layanan internet (ISP). Pelanggan menawar dengan menentukan koefisien sensitifitas dan tingkat bandwidth minimum. Hal tersebut bertujuan untuk memaksimalkan pendapatan penyedia layanan dan menyesuaikan sumber daya yang tersedia.

2.11 Parameter

2.11.1 Masalah Konsumen

Parameter-parameter yang digunakan:

P : biaya yang dikeluarkan jika mengikuti layanan yang diberikan

P_X : harga yang diberikan penyedia layanan saat jam sibuk

P_Y : harga yang diberikan penyedia layanan saat jam tidak sibuk

$U_i(X_i, Y_i)$: fungsi utilitas dari konsumen i dengan X_i adalah tingkat penggunaan layanan saat jam sibuk dan Y_i adalah tingkat penggunaan layanan saat bukan jam sibuk

$\bar{X}_i$: tingkat tertinggi konsumen i dalam menggunakan layanan saat jam sibuk

$\bar{Y}_i$: tingkat tertinggi konsumen i dalam menggunakan layanan saat bukan jam sibuk

Variabel tujuan:

X_i : tingkat penggunaan layanan saat jam sibuk

Y_i : tingkat penggunaan layanan saat bukan jam sibuk

Z_i : bernilai 1 jika konsumen i memilih bergabung dalam layanan yang diberikan dan bernilai 0 jika memilih tidak bergabung.

Optimasi masalah konsumen:

$$\max_{X_i, Y_i, Z_i} U_i(X_i, Y_i) - P_X X_i - P_Y Y_i - P Z_i \quad (2.11)$$

dengan kendala:

$$X_i \leq \bar{X}_i Z_i \quad (2.12)$$

$$Y_i \leq \bar{Y}_i Z_i \quad (2.13)$$

$$U_i(X_i, Y_i) - P_X X_i - P_Y Y_i - P Z_i \geq 0 \quad (2.14)$$

$$Z_i = 0 \text{ atau } 1. \quad (2.15)$$

2.11.2 Masalah Produsen

Parameter-parameter :

$X_i^* = X_i(P_X, P_Y, P)$: tingkat konsumsi layanan konsumen i pada jam sibuk

$Y_i^* = Y_i(P_X, P_Y, P)$: tingkat konsumsi layanan konsumen i bukan pada jam sibuk

$Z_i^* = Z_i(P_X, P_Y, P)$: variabel tujuan konsumen i sehubungan dengan keikutsertaannya

$U_i(X_i, Y_i)$: fungsi utilitas dari konsumen i dengan X_i adalah tingkat penggunaan layanan saat jam sibuk dan Y_i adalah tingkat penggunaan layanan saat bukan jam sibuk

$\bar{X}_i$: tingkat tertinggi konsumen i dalam menggunakan layanan saat jam sibuk

$\bar{Y}_i$: tingkat tertinggi konsumen i dalam menggunakan layanan saat bukan jam sibuk.

Variabel tujuan:

P : biaya yang diperlukan untuk mengikuti program layanan

P_X : harga dari layanan yang ditentukan oleh penyedia layanan saat jam sibuk

P_Y : harga dari layanan yang ditentukan oleh penyedia layanan saat bukan jam sibuk.

Optimasi masalah produsen:

$$\max_{P_X, P_Y} \sum_i (P_X X_i^* + P_Y Y_i^* + P Z_i^*) \quad (2.16)$$

$$\text{dengan } (X_i^*, Y_i^*, Z_i^*) = \arg \max U_i (X_i, Y_i) - P_X X_i - P_Y Y_i - P Z_i \quad (2.17)$$

dengan kendala:

$$X_i \leq \bar{X}_i Z_i$$

$$Y_i \leq \bar{Y}_i Z_i$$

$$U_i(X_i, Y_i) - P_X X_i - P_Y Y_i - P Z_i \geq 0$$

$$Z_i = 0 \text{ atau } 1.$$

Kendala untuk masalah produsen ini sama dengan kendala yang ada untuk masalah konsumen pada Persamaan (4.2) sampai Persamaan (4.5).

2.12 Fungsi Utilitas Perfect Substitute

Pada kasus ini digunakan fungsi utilitas perfect substitute (Hutchison, 2011) dengan bentuk: $U(x, y) = ax + by$.

2.12.1 Fungsi Utilitas Perfect Substitute pada Konsumen Homogen

Pada kasus konsumen homogen ini, dianggap semua konsumen memiliki tingkat kepuasan yang sama dan tingkat maksimum penggunaan yang sama di jam sibuk maupun di jam tidak sibuk, yaitu $\bar{X}$ dan $\bar{Y}$. Fungsi utilitas yang lebih spesifik untuk setiap konsumen akan mengikuti problem optimasi yang ada.

Optimasi masalah konsumen:

$$\max_{X, Y, Z} aX + bY - P_X X - P_Y Y - PZ \quad (2.18)$$

dengan kendala :

$$X \leq \bar{X} Z \quad (2.19)$$

$$Y \leq \bar{Y} Z \quad (2.20)$$

$$aX + bY - P_X X - P_Y Y - PZ \geq 0 \quad (2.21)$$

$$Z = 0 \text{ atau } 1. \quad (2.22)$$

Optimasi masalah produsen:

$$\max_{P_X, P_Y} \sum_i (P_X X_i^* + P_Y Y_i^* + P Z_i^*) \quad (2.23)$$

$$\text{dengan } (X^*, Y^*, Z^*) = \arg \max aX + bY - P_X X - P_Y Y - PZ \quad (2.24)$$

dengan kendala:

$$X \leq \bar{X} Z$$

$$Y \leq \bar{Y} Z$$

$$aX + bY - P_X X - P_Y Y - PZ \geq 0$$

$$Z = 0 \text{ atau } 1.$$

Untuk menyelesaikan optimasi masalah produsen :

1. Pada kasus konsumen homogen semua konsumen memilih pilihan yang sama, yaitu “bergabung” atau “tidak bergabung” dan penyedia layanan melayani semua konsumen atau tidak sama sekali. Oleh karena itu, penyedia layanan internet harus membuat semua konsumen untuk memaksimalkan laba yang didapat dengan membuat semua konsumen bergabung ke dalam layanan yang diberikan.
2. Tipe skema pembiayaan yang dipilih adalah flat fee, usage-based, dan two-part tariff maka dapat dilakukan analisis secara terpisah dari setiap skema, sehingga dapat dilihat tipe skema yang lebih baik.

Kasus 1a: Skema pembiayaan flat fee untuk konsumen homogen berdasarkan fungsi utilitas perfect substitute

Jika ISP memilih untuk menggunakan skema pembiayaan flat fee maka ditetapkan $P_X = 0$, $P_Y = 0$, dan $P > 0$. Sesuai dengan ditetapkannya ketentuan tersebut maka tingkat konsumsi konsumen menjadi $X = \bar{X}$ dan $Y = \bar{Y}$ sehingga Persamaan (2.18) menjadi:

$$\max_{X,Y,Z} a\bar{X} + b\bar{Y} - 0 \cdot X - 0 \cdot Y - PZ = \max_{X,Y,Z} a\bar{X} + b\bar{Y} - PZ \quad (2.25)$$

Berdasarkan kendala pada Pertidaksamaan (2.21) diperoleh:

$$a\bar{X} + b\bar{Y} - 0 \cdot X - 0 \cdot Y - PZ \geq 0 \text{ menjadi } a\bar{X} + b\bar{Y} - PZ \geq 0 \quad (2.26)$$

Berdasarkan Pertidaksamaan (2.26), untuk tetap membuat tingkat kepuasan konsumen maksimum maka $a\bar{X} + b\bar{Y} - PZ = 0$ sehingga $PZ = a\bar{X} + b\bar{Y}$. Jadi biaya yang dikenakan pada skema pembiayaan flat fee ini adalah sebesar $a\bar{X} + b\bar{Y}$. Fungsi (2.23) yang bertujuan untuk memaksimalkan keuntungan yang diperoleh ISP karena $PZ = a\bar{X} + b\bar{Y}$ menjadi :

$$\max_{P,P_X,P_Y} \sum_i (0 \cdot X_i^* + 0 \cdot Y_i^* + a\bar{X} + b\bar{Y}) = \sum_i (a\bar{X} + b\bar{Y}) \quad (2.27)$$

Jadi keuntungan maksimum yang diperoleh oleh ISP adalah $\sum_i (a\bar{X} + b\bar{Y})$ sehingga pada kasus 1a ini diperoleh Lemma 1a.

Lemma 1a: Jika ISP menggunakan skema pembiayaan flat fee, biaya yang dibayarkan akan menjadi $a\bar{X} + b\bar{Y}$ dan keuntungan maksimum yang diperoleh adalah $\sum_i (a\bar{X} + b\bar{Y})$.

Kasus 2a: Skema pembiayaan usage based untuk konsumen homogen berdasarkan fungsi utilitas perfect substitute

Jika ISP memilih menggunakan skema pembiayaan usage based maka ditetapkanlah $P_X > 0$, $P_Y > 0$, dan $P = 0$. Sesuai ketentuan tersebut Persamaan (2.18) menjadi:

$$\begin{aligned} & \max_{X,Y,Z} aX + bY - P_X X - P_Y Y - 0 \cdot Z \\ & = \max_{X,Y,Z} aX + bY - P_X X - P_Y Y \end{aligned} \quad (2.28)$$

ISP harus memperkecil nilai P_X dan P_Y untuk memaksimumkan Persamaan (2.28). Selanjutnya dilakukan penurunan Persamaan (2.28) terhadap X dan Y untuk mengoptimalkan masalah konsumen.

$$\frac{\partial(aX+bY-P_X X-P_Y Y)}{\partial X} = 0 \text{ sehingga } a - P_X = 0 \Leftrightarrow a = P_X \quad (2.29)$$

$$\frac{\partial(aX+bY-P_X X-P_Y Y)}{\partial Y} = 0 \text{ sehingga } b - P_Y = 0 \Leftrightarrow b = P_Y \quad (2.30)$$

Optimasi masalah produsen menjadi :

$$\max_{P_X, P_Y} \sum_i (P_X X^* + P_Y Y^*) = \sum_i (aX^* + bY^*) \quad (2.31)$$

Jika X dan Y dibatasi maka X^* dan Y^* akhirnya menjadi $\bar{X}$ dan $\bar{Y}$ atau dengan kata lain, P_X dan P_Y menjadi $P_X = a$ dan $P_Y = b$ dengan keuntungan maksimum yang diperoleh adalah $\sum_i (a\bar{X} + b\bar{Y})$, sehingga diperoleh Lemma 2a.

Lemma 2a : Jika ISP menggunakan skema pembiayaan usage based, harga optimalnya adalah $P_X = a$ dan $P_Y = b$ dengan keuntungan maksimum yang diperoleh adalah $\sum_i (a\bar{X} + b\bar{Y})$.

Kasus 3a: Skema pembiayaan two part tariff untuk konsumen homogen berdasarkan fungsi utilitas perfect substitute

Jika ISP memilih menggunakan skema pembiayaan two part tariff maka ditetapkanlah $P_X > 0$, $P_Y > 0$, dan $P > 0$. Pengoptimalan masalah konsumen dilakukan dengan penurunan Persamaan (4.6) terhadap X dan Y untuk memaksimumkan nilai P_X dan P_Y .

$$\frac{\partial(aX + bY - P_X X - P_Y Y - PZ)}{\partial X} = 0$$

$$\text{sehingga } a - P_X = 0 \Leftrightarrow a = P_X \quad (2.32)$$

$$\frac{\partial(aX + bY - P_X X - P_Y Y - PZ)}{\partial Y} = 0$$

$$\text{sehingga } b - P_Y = 0 \Leftrightarrow b = P_Y \quad (2.33)$$

Optimasi masalah produsen menjadi:

$$\max_{P_X, P_Y, P} \sum_i (P_X X^* + P_Y Y^* + PZ^*) = \sum_i (aX^* + bY^* + P) \quad (2.34)$$

Jika X dan Y dibatasi maka X^* dan Y^* akhirnya menjadi $\bar{X}$ dan $\bar{Y}$. Jadi P_X dan P_Y menjadi $P_X = a$ dan $P_Y = b$ sedangkan $P = 0$ dengan keuntungan maksimum yang diperoleh adalah $\sum_i(a\bar{X} + b\bar{Y})$. Berdasarkan hasil analisis ini diperoleh Lemma 3a.

Lemma 3a : Jika ISP menggunakan skema pembiayaan two part tariff, harga optimalnya adalah $P_X = a$ dan $P_Y = b$ dengan keuntungan maksimum yang diperoleh adalah $\sum_i(a\bar{X} + b\bar{Y})$.

Tipe skema pembiayaan flat fee, usage based, dan two-part tariff menghasilkan besar keuntungan yang sama dari sudut memaksimalkan keuntungan bagi ISP.

2.12.2 Fungsi Utilitas Perfect Substitute pada Konsumen Heterogen

Pada analisis sebelumnya telah dibahas mengenai konsumen homogen, selanjutnya dibahas tentang konsumen heterogen. Konsumen heterogen dibagi menjadi konsumen heterogen high-end dan low-end serta konsumen heterogen high-demand dan low-demand.

2.12.2.1 Konsumen Heterogen : High-end dan Low-end

Konsumen heterogen yang dianalisis adalah konsumen heterogen high-end dan low-end. Misalkan terdapat m konsumen high-end ($i=1$) dan n konsumen low-end ($i=2$). Kemudian diasumsikan bahwa setiap konsumen heterogen tersebut mempunyai batas atas yang sama $\bar{X}$ dan $\bar{Y}$ dengan masing-masing adalah tingkat konsumsi pada jam sibuk dan bukan jam sibuk serta $a_1 > a_2, b_1 > b_2$.

Optimasi masalah konsumen:

$$\max_{X_i, Y_i, Z_i} a_i X_i + b_i Y_i - P_X X_i - P_Y Y_i - P Z_i \quad (2.35)$$

dengan kendala :

$$X_i \leq \bar{X}_i Z_i \quad (2.36)$$

$$Y_i \leq \bar{Y}_i Z_i \quad (2.37)$$

$$a_i X_i + b_i Y_i - P_X X_i - P_Y Y_i - P Z_i \geq 0 \quad (2.38)$$

$$Z_i = 0 \text{ atau } 1. \quad (2.39)$$

Optimasi masalah produsen:

$$\max_{P_X, P_Y} m(P_X X_1^* + P_Y Y_1^* + P Z_1^*) + n(P_X X_2^* + P_Y Y_2^* + P Z_2^*) \quad (2.40)$$

$$\text{dengan } (X_i^*, Y_i^*, Z_i^*) = \arg \max a_i X_i + b_i Y_i - P_X X_i - P_Y Y_i - P Z_i \quad (2.41)$$

dengan kendala:

$$X_i \leq \bar{X}_i Z_i$$

$$\begin{aligned}
Y_i &\leq \bar{Y}_i Z_i \\
a_i X_i + b_i Y_i - P_X X_i - P_Y Y_i - P Z_i &\geq 0 \\
Z_i &= 0 \text{ atau } 1.
\end{aligned}$$

Kasus 4a: Skema pembiayaan flat fee untuk konsumen heterogen (high end dan low end) berdasarkan fungsi utilitas perfect substitute

Jika ISP menggunakan skema pembiayaan flat fee maka $P_X = 0$, $P_Y = 0$, dan $P > 0$. Jika konsumen memilih untuk bergabung ke dalam program yang diberikan maka tingkat kepuasan maksimum yang diperoleh dengan memilih tingkat konsumsi $X_1 = \bar{X}$, $Y_1 = \bar{Y}$ atau $X_2 = \bar{X}$, $Y_2 = \bar{Y}$. Hal ini membuat ISP memberikan harga untuk setiap konsumen high-end tidak lebih dari $a_1 \bar{X} + b_1 \bar{Y}$ dan setiap konsumen low-end tidak lebih dari $a_2 \bar{X} + b_2 \bar{Y}$. Kemudian dapat menjadi lebih mudah dengan mengansumsikan bahwa $a_1 < \frac{m+n}{m} a_2$ dan $b_1 < \frac{m+n}{m} b_2$. Oleh karena itu, ISP mengenakan biaya $a_2 \bar{X} + b_2 \bar{Y}$ kepada konsumen high-end dan konsumen low-end yang membuat keuntungan maksimum yang didapat ISP menjadi $(m+n)(a_2 \bar{X} + b_2 \bar{Y})$. Analisis ini disimpulkan ke dalam Lemma 4a.

Lemma 4a : Jika ISP menggunakan skema pembiayaan flat fee, harga yang dikenakan kepada konsumen menjadi $a_2 \bar{X} + b_2 \bar{Y}$ dan keuntungan maksimum yang diperoleh sebesar $(m+n)(a_2 \bar{X} + b_2 \bar{Y})$.

Kasus 5a: Skema pembiayaan usage based untuk konsumen heterogen (high end dan low end) berdasarkan fungsi utilitas perfect substitute

Jika ISP memilih menggunakan skema pembiayaan usage based maka ditetapkanlah $P_X > 0$, $P_Y > 0$, dan $P = 0$ sehingga Persamaan (2.40) menjadi:

$$\begin{aligned}
&(a_1 X_1 + b_1 Y_1 - P_X X_1 - P_Y Y_1 - 0 \cdot Z_1) + (a_2 X_2 + b_2 Y_2 - P_X X_2 - P_Y Y_2 - 0 \cdot Z_1) \\
&= (a_1 X_1 + b_1 Y_1 - P_X X_1 - P_Y Y_1) + (a_2 X_2 + b_2 Y_2 - P_X X_2 - P_Y Y_2) \quad (2.42)
\end{aligned}$$

Selanjutnya dilakukan penurunan Persamaan (2.42) terhadap X dan Y untuk mengoptimalkan masalah konsumen.

$$\frac{\partial [(a_1 X_1 + b_1 Y_1 - P_X X_1 - P_Y Y_1) + (a_2 X_2 + b_2 Y_2 - P_X X_2 - P_Y Y_2)]}{\partial X_1} = 0$$

$$a_1 - P_X = 0 \Leftrightarrow a_1 = P_X \quad (2.43)$$

$$\frac{\partial[(a_1X_1 + b_1Y_1 - P_XX_1 - P_Y Y_1) + (a_2X_2 + b_2Y_2 - P_XX_2 - P_Y Y_2)]}{\partial Y_1} = 0$$

$$b_1 - P_Y = 0 \Leftrightarrow b_1 = P_Y \quad (2.44)$$

$$\frac{\partial[(a_1X_1 + b_1Y_1 - P_XX_1 - P_Y Y_1) + (a_2X_2 + b_2Y_2 - P_XX_2 - P_Y Y_2)]}{\partial X_2} = 0$$

$$a_2 - P_X = 0 \Leftrightarrow a_2 = P_X \quad (2.45)$$

$$\frac{\partial[(a_1X_1 + b_1Y_1 - P_XX_1 - P_Y Y_1) + (a_2X_2 + b_2Y_2 - P_XX_2 - P_Y Y_2)]}{\partial Y_2} = 0$$

$$b_2 - P_Y = 0 \Leftrightarrow b_2 = P_Y \quad (2.46)$$

Optimasi masalah produsen menjadi:

$$\begin{aligned} \max_{P_X, P_Y} m(P_X X_1^* + P_Y Y_1^*) + n(P_X X_2^* + P_Y Y_2^*) \\ = m(a_1 X_1^* + b_1 Y_1^*) + n(a_2 X_2^* + b_2 Y_2^*) \end{aligned} \quad (2.47)$$

ISP harus memperkecil nilai P_X dan P_Y untuk memaksimumkan Persamaan (2.35). Jika X_1 , X_2 , Y_1 , dan Y_2 dibatasi maka X_1^* , X_2^* , Y_1^* , dan Y_2^* tidak dapat melebihi $\bar{X}$ dan $\bar{Y}$.

Optimasi masalah produsen:

$$\max_{P_X} m(P_X X_1^*) + n(P_X X_2^*) = m(a_1 X_1^*) + n(a_2 X_2^*) \quad (2.48)$$

Produsen harus memperkecil nilai P_X sehingga harga terbaik P_X tidak dapat lebih besar dari a_1 untuk memaksimumkan Persamaan (2.48). Jika produsen memberikan harga di bawah a_2 maka keuntungan yang diperoleh tidaklah optimal (maksimum) karena X_1^* dan X_2^* tidak dapat lebih dari $\bar{X}$ dan permintaan pengguna akan meningkat dengan menurunnya harga. Jadi harga terbaik P_X haruslah berada diantara a_1 dan a_2 . Ketika harga berada pada interval tersebut, permintaan konsumen high-end akan menjadi tetap di $\bar{X}$ sedangkan permintaan konsumen low-end akan meningkat sebanding dengan menurunnya harga. Jadi P_X dan P_Y menjadi $P_X = a_2$ dan $P_Y = b_2$ dengan keuntungan maksimum yang diperoleh adalah $(m + n)(a_2 \bar{X} + b_2 \bar{Y})$. Berdasarkan analisis ini maka diperoleh Lemma 5a.

Lemma 5a : Jika ISP menggunakan skema pembiayaan usage based, harga optimalnya adalah $P_X = a_2$ dan $P_Y = b_2$ dengan keuntungan maksimum yang diperoleh adalah $(m + n)(a_2 \bar{X} + b_2 \bar{Y})$.

Kasus 6a: Skema pembiayaan two part tariff untuk konsumen heterogen (high end dan low end) berdasarkan fungsi utilitas perfect substitute

Jika ISP memilih menggunakan skema pembiayaan two part tariff maka ditetapkanlah $P_X > 0$, $P_Y > 0$, dan $P > 0$. Dilakukan penurunan Persamaan (2.40) terhadap X dan Y sehingga akan diperoleh Persamaan (2.43) sampai Persamaan (2.46) untuk mengoptimalkan masalah konsumen. Setelah itu diperoleh P_X yang berada diantara a_1 dan a_2 atau $a_2 \leq P_X \leq a_1$ begitu pula dengan P_Y . Jadi harga terbaik P_X haruslah berada diantara a_1 dan a_2 . Ketika harga berada pada interval tersebut permintaan konsumen high-end akan menjadi tetap di $\bar{X}$ sedangkan permintaan konsumen low-end tetap sebanding dengan menurunnya harga atau dengan kata lain, P_X dan P_Y menjadi $P_X = a_2$, $P_Y = b_2$ dan $P = 0$. Selain itu juga diasumsikan $a_1 < \frac{m+n}{m} a_2$ dan $b_1 < \frac{m+n}{m} b_2$. Jadi keuntungan maksimum yang diperoleh adalah $(m+n)(a_2\bar{X} + b_2\bar{Y})$. Analisis ini disimpulkan ke dalam Lemma 6a.

Lemma 6a : Jika ISP menggunakan skema pembiayaan two part tariff, harga optimalnya adalah $P_X = a_2$, $P_Y = b_2$ dan $P = 0$ dengan keuntungan maksimum yang diperoleh adalah $(m+n)(a_2\bar{X} + b_2\bar{Y})$.

Tipe skema pembiayaan flat fee, usage based, dan two-part tariff menghasilkan besar keuntungan yang sama dari sudut memaksimalkan keuntungan bagi ISP dengan tetap memperhatikan kepuasan dari konsumen/pelanggan heterogen high-end dan low-end.

2.12.2.2 Konsumen Heterogen : High-demand dan Low-demand

Diasumsikan terdapat dua tipe konsumen, yaitu konsumen high-demand (tipe 1) dan konsumen low-demand (tipe 2) dengan tingkat maksimum pemakaian $\bar{X}_1$ dan $\bar{Y}_1$ untuk tipe 1 serta $\bar{X}_2$ dan $\bar{Y}_2$ untuk tipe 2; dengan $\bar{X}_1 > \bar{X}_2$ dan $\bar{Y}_1 > \bar{Y}_2$. Misalkan terdapat m konsumen high-demand dan n konsumen low-demand dengan $a_1 = a_2 = a$ dan $b_1 = b_2 = b$.

Kasus 7a: Skema pembiayaan flat fee untuk konsumen heterogen (high demand dan low demand) berdasarkan fungsi utilitas perfect substitute

Jika menggunakan skema pembayaran flat fee maka $P_X = 0$, $P_Y = 0$, dan $P > 0$. Jika konsumen memilih untuk bergabung ke dalam program yang diberikan, maka tingkat kepuasan maksimum akan

diperoleh dengan memilih tingkat konsumsi $X_1 = \bar{X}_1$, $Y_1 = \bar{Y}_1$ atau $X_2 = \bar{X}_2$, $Y_2 = \bar{Y}_2$ dengan tingkat kepuasan maksimum yang diperoleh $a\bar{X}_1 + b\bar{Y}_1$ atau $a\bar{X}_2 + b\bar{Y}_2$. Oleh karena itu, ISP tidak dapat mengenakan biaya lebih dari $a\bar{X}_1 + b\bar{Y}_1$ kepada setiap konsumen high demand dan $a\bar{X}_2 + b\bar{Y}_2$ kepada setiap konsumen low demand. Penggunaan skema pembiayaan flat fee ini membuat ISP tidak dapat membedakan pembiayaan antara konsumen high demand dan konsumen low demand sehingga ISP harus memilih untuk mengenakan biaya sebesar $a\bar{X}_1 + b\bar{Y}_1$ sehingga hanya konsumen high demand yang dapat menggunakan layanan tersebut atau mengenakan biaya sebesar $a\bar{X}_2 + b\bar{Y}_2$. Konsumen high demand dan konsumen low demand dapat bergabung ke dalam program yang diberikan. Jika diasumsikan $m(a\bar{X}_1 + b\bar{Y}_1) < (m+n)(a\bar{X}_2 + b\bar{Y}_2)$ maka harga terbaik yang dapat dikenakan oleh ISP adalah $a\bar{X}_2 + b\bar{Y}_2$ untuk konsumen high demand dan konsumen low demand. Jadi keuntungan maksimum yang diperoleh ISP adalah $(m+n)(a\bar{X}_2 + b\bar{Y}_2)$. Berdasarkan analisis tersebut diperoleh Lemma 7a.

Lemma 7a : Jika ISP menggunakan skema pembiayaan flat fee maka biaya yang dibayarkan akan menjadi $P = a\bar{X}_2 + b\bar{Y}_2$ dan keuntungan maksimum yang diperoleh adalah $(m+n)(a\bar{X}_2 + b\bar{Y}_2)$. Kasus 8a: Skema pembiayaan usage based untuk konsumen heterogen (high demand dan low demand) berdasarkan fungsi utilitas perfect substitute

Jika ISP memilih menggunakan skema pembiayaan usage based maka $P_X > 0$, $P_Y > 0$, dan $P = 0$. Kondisi untuk proses pengoptimalan pada optimasi masalah konsumen high demand dan konsumen low demand:

$$\frac{\partial[(aX_1 + bY_1 - P_X X_1 - P_Y Y_1) + (aX_2 + bY_2 - P_X X_2 - P_Y Y_2)]}{\partial X_1} = 0$$

$$a - P_X = 0 \Leftrightarrow a = P_X \quad (2.49)$$

$$\frac{\partial[(aX_1 + bY_1 - P_X X_1 - P_Y Y_1) + (aX_2 + bY_2 - P_X X_2 - P_Y Y_2)]}{\partial Y_1} = 0$$

$$b - P_Y = 0 \Leftrightarrow b = P_Y \quad (2.50)$$

$$\frac{\partial[(aX_1 + bY_1 - P_X X_1 - P_Y Y_1) + (aX_2 + bY_2 - P_X X_2 - P_Y Y_2)]}{\partial X_2} = 0$$

$$a - P_X = 0 \Leftrightarrow a = P_X \quad (2.51)$$

$$\frac{\partial[(aX_1 + bY_1 - P_X X_1 - P_Y Y_1) + (aX_2 + bY_2 - P_X X_2 - P_Y Y_2)]}{\partial Y} = 0$$

$$b - P_Y = 0 \Leftrightarrow b = P_Y \quad (2.52)$$

Optimasi masalah produsen menjadi:

$$\begin{aligned} \max_{P_X, P_Y} m(P_X X_1^* + P_Y Y_1^*) + n(P_X X_2^* + P_Y Y_2^*) \\ = m(aX_1^* + bY_1^*) + n(aX_2^* + bY_2^*) \end{aligned} \quad (2.53)$$

Jika X_1, X_2, Y_1 , dan Y_2 dibatasi maka X_1^*, X_2^*, Y_1^* , dan Y_2^* akhirnya menjadi $\bar{X}_1, \bar{X}_2, \bar{Y}_1$, dan $\bar{Y}_2$. Kemudian P_X dan P_Y menjadi $P_X = a$ dan $P_Y = b$ dengan keuntungan maksimum yang diperoleh adalah $m(a\bar{X}_1 + b\bar{Y}_1) + n(a\bar{X}_2 + b\bar{Y}_2)$ sehingga diperoleh Lemma 8a.

Lemma 8a : Jika ISP menggunakan skema pembiayaan usage based maka harga optimalnya adalah $P_X = a$ dan $P_Y = b$ dengan keuntungan maksimum yang diperoleh adalah $m(a\bar{X}_1 + b\bar{Y}_1) + n(a\bar{X}_2 + b\bar{Y}_2)$.

Kasus 9a: Skema pembiayaan two part tariff untuk konsumen heterogen (high demand dan low demand) berdasarkan fungsi utilitas perfect substitute

Jika ISP memilih menggunakan skema pembiayaan two part tariff maka ditetapkanlah $P_X > 0$, $P_Y > 0$, dan $P > 0$. Pada optimasi masalah kosumen high demand dan kosumen low demand untuk proses pengoptimalan sehingga diperoleh hasil yang sama seperti Persamaan (2.49) sampai Persamaan (2.52)

$$\frac{\partial[(aX_1 + bY_1 - P_X X_1 - P_Y Y_1 - P) + (aX_2 + bY_2 - P_X X_2 - P_Y Y_2 - P)]}{\partial X_1} = 0$$

$$a - P_X = 0 \Leftrightarrow a = P_X$$

$$\frac{\partial[(aX_1 + bY_1 - P_X X_1 - P_Y Y_1 - P) + (aX_2 + bY_2 - P_X X_2 - P_Y Y_2 - P)]}{\partial Y_1} = 0$$

$$b - P_Y = 0 \Leftrightarrow b = P_Y$$

$$\frac{\partial[(aX_1 + bY_1 - P_X X_1 - P_Y Y_1 - P) + (aX_2 + bY_2 - P_X X_2 - P_Y Y_2 - P)]}{\partial X_2} = 0$$

$$a - P_X = 0 \Leftrightarrow a = P_X$$

$$\frac{\partial[(aX_1 + bY_1 - P_X X_1 - P_Y Y_1 - P) + (aX_2 + bY_2 - P_X X_2 - P_Y Y_2 - P)]}{\partial Y} = 0$$

$$b - P_Y = 0 \Leftrightarrow b = P_Y$$

Optimasi masalah produsen menjadi:

$$\max_{P_X, P_Y} m(P_X X_1^* + P_Y Y_1^* + P) + n(P_X X_2^* + P_Y Y_2^* + P)$$

$$= m(aX_1^* + bY_1^* + P) + n(aX_2^* + bY_2^* + P) \quad (2.54)$$

Jika X_1, X_2, Y_1 dan Y_2 dibatasi, maka X_1^*, X_2^*, Y_1^* dan Y_2^* menjadi $\bar{X}_1, \bar{X}_2, \bar{Y}_1$ dan $\bar{Y}_2$. Kemudian P_X dan P_Y menjadi $P_X = a$ dan $P_Y = b$ dengan keuntungan maksimum yang diperoleh adalah $m(a\bar{X}_1 + b\bar{Y}_1) + n(a\bar{X}_2 + b\bar{Y}_2)$. Berdasarkan analisis ini diperoleh Lemma 9a. Lemma 9a : Jika ISP menggunakan skema pembiayaan two part tariff maka harga optimalnya adalah $P_X = a, P_Y = b$ dan $P = 0$ dengan keuntungan maksimum yang diperoleh adalah $m(a\bar{X}_1 + b\bar{Y}_1) + n(a\bar{X}_2 + b\bar{Y}_2)$.

2.13 Function of Bandwidth Diminished with Increasing Bandwidth

Pada kasus ini digunakan functions of bandwidth diminished with increasing bandwidth dengan bentuk (Yang, 2004):

$$U_{kj} = U_{0j} + W_j \ln \frac{X_{kj}}{L_{mj}} \quad (2.55)$$

Kelas j dibagi menjadi kelas pada jam sibuk (x) dan kelas pada jam tidak sibuk (y) sehingga diperoleh:

$$U_{kx} = U_{0x} + W_x \ln \frac{X_{kx}}{L_{mx}} \quad (2.56)$$

$$U_{ky} = U_{0y} + W_y \ln \frac{X_{ky}}{L_{my}} \quad (2.57)$$

menjadi:

$$U(x, y) = U_{0x} + W_x \ln \frac{X_{kx}}{L_{mx}} + U_{0y} + W_y \ln \frac{X_{ky}}{L_{my}} \quad (2.58)$$

dengan mengubah variabel-variabel berikut:

$$U_{0x} + U_{0y} = U_0 \quad (2.59)$$

$$W_x = a \text{ dan } W_y = b$$

$$X_{kx} = X \text{ dan } X_{ky} = Y$$

$$L_{mx} = X_m \text{ dan } L_{my} = Y_m$$

maka Persamaan (4.48) menjadi:

$$U(X, Y) = U_0 + a \ln \frac{X}{X_m} + b \ln \frac{Y}{Y_m}. \quad (2.60)$$

Kemudian dilakukan perubahan untuk mempermudah dalam perhitungan sehingga Persamaan (2.60) menjadi:

$$U(X, Y) = U_0 + a \ln \frac{X+1}{X_m+1} + b \ln \frac{Y+1}{Y_m+1} \quad (2.61)$$

Hal ini dilakukan untuk mempermudah dalam perhitungan ketika tingkat konsumsi minimum, X_m dan Y_m serta tingkat

konsumsi ketika jam sibuk dan jam tidak sibuk (X dan Y) bernilai 0 karena dengan tidak adanya perubahan membuat nilai dapat menjadi negatif.

2.13.1 Function of Bandwidth Diminished with Increasing Bandwidth pada Konsumen Homogen

Pada kasus konsumen homogen ini, diasumsikan semua konsumen memiliki tingkat kepuasan yang sama dan tingkat maksimum penggunaan yang sama di jam sibuk maupun di jam tidak sibuk, yaitu $\bar{X}$ dan $\bar{Y}$. Setiap konsumen akan mengikuti problem optimasi menjadi:

Optimasi masalah konsumen:

$$\max_{X,Y,Z} U_0 + a \ln \frac{X+1}{X_m+1} + b \ln \frac{Y+1}{Y_m+1} - P_X X - P_Y Y - PZ \quad (2.62)$$

dengan kendala:

$$X \leq \bar{X}Z$$

$$Y \leq \bar{Y}Z$$

$$U_0 + a \ln \frac{X+1}{X_m+1} + b \ln \frac{Y+1}{Y_m+1} - P_X X - P_Y Y - PZ \geq 0 \quad (2.63)$$

$$Z = 0 \text{ atau } 1.$$

Optimasi masalah produsen:

$$\max_{P_X, P_Y, P_Z} \sum_i (P_X X_i^* + P_Y Y_i^* + P_Z Z_i^*) \text{ dengan } (X^*, Y^*, Z^*) = \arg \max U_0 + a \ln \frac{X+1}{X_m+1} + b \ln \frac{Y+1}{Y_m+1} - P_X X - P_Y Y - PZ \quad (2.64)$$

dengan kendala:

$$X \leq \bar{X}Z$$

$$Y \leq \bar{Y}Z$$

$$U_0 + a \ln \frac{X+1}{X_m+1} + b \ln \frac{Y+1}{Y_m+1} - P_X X - P_Y Y - PZ \geq 0 \quad (2.65)$$

$$Z = 0 \text{ atau } 1.$$

Kasus 1b: Skema pembiayaan flat fee untuk konsumen homogen berdasarkan function of bandwidth diminished with increasing bandwidth

Jika ISP memilih untuk menggunakan skema pembiayaan flat fee maka $P_X = 0$, $P_Y = 0$, dan $P > 0$. Sesuai ketentuan tersebut membuat tingkat konsumsi konsumen menjadi $X = \bar{X}$ dan $Y = \bar{Y}$ dan semua konsumen dianggap bergabung ke dalam layanan yang diberikan sehingga Persamaan (2.62) menjadi:

$$\max_{X,Y,Z} U_0 + a \ln \frac{\bar{X}+1}{X_m+1} + b \ln \frac{\bar{Y}+1}{Y_m+1} - 0.X - 0.Y - P.1$$

$$= U_0 + a \ln \frac{\bar{X}+1}{X_{m+1}} + b \ln \frac{\bar{Y}+1}{Y_{m+1}} - P \quad (2.66)$$

Berdasarkan kendala pada Persamaan (2.63) diperoleh:

$$U_0 + a \ln \frac{\bar{X}+1}{X_{m+1}} + b \ln \frac{\bar{Y}+1}{Y_{m+1}} - P \geq 0 \quad (2.67)$$

Batas atas dari Pertidaksamaan (2.67) diambil untuk tetap membuat tingkat kepuasan konsumen maksimum sehingga $P = U_0 + a \ln \frac{\bar{X}+1}{X_{m+1}} + b \ln \frac{\bar{Y}+1}{Y_{m+1}}$. Biaya yang dikenakan pada skema pembiayaan flat fee ini adalah sebesar $U_0 + a \ln \frac{\bar{X}+1}{X_{m+1}} + b \ln \frac{\bar{Y}+1}{Y_{m+1}}$.

Keuntungan maksimum ISP menjadi:

$$\begin{aligned} \sum_i \left(0 \cdot X_i^* + 0 \cdot Y_i^* + U_0 + a \ln \frac{\bar{X}+1}{X_{m+1}} + b \ln \frac{\bar{Y}+1}{Y_{m+1}} \right) \\ = \sum_i \left(U_0 + a \ln \frac{\bar{X}+1}{X_{m+1}} + b \ln \frac{\bar{Y}+1}{Y_{m+1}} \right) \end{aligned} \quad (2.68)$$

Keuntungan maksimum yang diperoleh oleh ISP adalah $\sum_i \left(U_0 + a \ln \frac{\bar{X}+1}{X_{m+1}} + b \ln \frac{\bar{Y}+1}{Y_{m+1}} \right)$. Berdasarkan analisis tersebut sehingga diperoleh Lemma 1b.

Lemma 1b: Jika ISP menggunakan skema pembiayaan flat fee maka biaya yang dibayarkan menjadi $U_0 + a \ln \frac{\bar{X}+1}{X_{m+1}} + b \ln \frac{\bar{Y}+1}{Y_{m+1}}$ dan keuntungan maksimum yang diperoleh adalah $\sum_i \left(U_0 + a \ln \frac{\bar{X}+1}{X_{m+1}} + b \ln \frac{\bar{Y}+1}{Y_{m+1}} \right)$.

Kasus 2b: Skema pembiayaan usage based untuk konsumen homogen berdasarkan function of bandwidth diminished with increasing bandwidth

Jika ISP memilih menggunakan skema pembiayaan usage based maka $P_X > 0$, $P_Y > 0$, dan $P = 0$. Ketetapan tersebut membuat Persamaan (2.62) menjadi:

$$\begin{aligned} \max_{X,Y,Z} U_0 + a \ln \frac{X+1}{X_{m+1}} + b \ln \frac{Y+1}{Y_{m+1}} - P_X X - P_Y Y - 0 \cdot Z \\ = \max_{X,Y,Z} U_0 + a \ln \frac{X+1}{X_{m+1}} + b \ln \frac{Y+1}{Y_{m+1}} - P_X X - P_Y Y \end{aligned} \quad (2.69)$$

Penyedia harus memperkecil nilai P_X dan P_Y untuk memaksimumkan Persamaan (2.69).

- Syarat Perlu

Dilakukan penurunan Persamaan (2.69) terhadap X dan Y untuk mengoptimalkan masalah konsumen.

$$\frac{\partial \left(U_0 + a \ln \frac{X+1}{X_m+1} + b \ln \frac{Y+1}{Y_m+1} - P_X X - P_Y Y \right)}{\partial X} = 0$$

$$\frac{a}{X^*+1} - P_X = 0 \Leftrightarrow \frac{a}{X^*+1} = P_X \text{ maka } X^* = \frac{a}{P_X} - 1 \quad (2.70)$$

$$\frac{\partial \left(U_0 + a \ln \frac{X+1}{X_m+1} + b \ln \frac{Y+1}{Y_m+1} - P_X X - P_Y Y \right)}{\partial Y} = 0$$

$$\frac{b}{Y^*+1} - P_Y = 0 \Leftrightarrow \frac{b}{Y^*+1} = P_Y \text{ maka } Y^* = \frac{b}{P_Y} - 1 \quad (2.71)$$

- Syarat Cukup

Dilakukan penurunan Persamaan (2.70) dan Persamaan (2.71) terhadap X dan Y atau dengan kata lain dilakukan penurunan ke dua dari Persamaan (2.69).

$$\frac{\partial^2 \left(U_0 + a \ln \frac{X+1}{X_m+1} + b \ln \frac{Y+1}{Y_m+1} - P_X X - P_Y Y \right)}{\partial X^2} < 0$$

$$-\frac{a}{(X+1)^2} < 0 \Leftrightarrow a > 0$$

$$\frac{\partial^2 \left(U_0 + a \ln \frac{X+1}{X_m+1} + b \ln \frac{Y+1}{Y_m+1} - P_X X - P_Y Y \right)}{\partial Y^2} < 0$$

$$-\frac{b}{(Y+1)^2} < 0 \Leftrightarrow b > 0$$

$$\max_{P_X, P_Y} \sum_i (P_X X^* + P_Y Y^*) = \max_{P_X, P_Y} \sum_i (a - P_X + b - P_Y) \quad (2.72)$$

X dan Y dibatasi, maka X^* dan Y^* akhirnya menjadi $\bar{X}$ dan $\bar{Y}$ sehingga P_X dan P_Y menjadi $P_X = \frac{a}{\bar{X}+1}$ dan $P_Y = \frac{b}{\bar{Y}+1}$ dengan keuntungan maksimum yang diperoleh adalah $\sum_i \left(a - \frac{a}{\bar{X}+1} + b - \frac{b}{\bar{Y}+1} \right) = \sum_i \left(a \left(1 - \frac{1}{\bar{X}+1} \right) + b \left(1 - \frac{1}{\bar{Y}+1} \right) \right)$.

Berdasarkan analisis tersebut diperoleh Lemma 2b.

Lemma 2b : Jika ISP menggunakan skema pembiayaan usage based maka harga optimalnya adalah $P_X = \frac{a}{\bar{X}+1}$ dan $P_Y = \frac{b}{\bar{Y}+1}$ dengan keuntungan maksimum yang diperoleh adalah $\sum_i \left(a \left(1 - \frac{1}{\bar{X}+1} \right) + b \left(1 - \frac{1}{\bar{Y}+1} \right) \right)$.

Kasus 3b: Skema pembiayaan two part tariff untuk konsumen homogen berdasarkan function of bandwidth diminished with increasing bandwidth

Jika ISP memilih menggunakan skema pembiayaan two part tariff maka ditetapkanlah $P_X > 0$, $P_Y > 0$, dan $P > 0$. Persamaan (2.62) menjadi:

$$\max_{X,Y,Z} U_0 + a \ln \frac{X+1}{X_m+1} + b \ln \frac{Y+1}{Y_m+1} - P_X X - P_Y Y - P \quad (2.73)$$

- Syarat Perlu

Dalam pengoptimalan masalah konsumen dilakukan penurunan Persamaan (2.73) terhadap X dan Y untuk memaksimalkan nilai P_X dan P_Y sehingga diperoleh Persamaan (2.70) dan Persamaan (2.71).

$$\begin{aligned} \frac{\partial \left(U_0 + a \ln \frac{X+1}{X_m+1} + b \ln \frac{Y+1}{Y_m+1} - P_X X - P_Y Y - P \right)}{\partial X} &= 0 \\ \frac{a}{X^{*+1}} - P_X &= 0 \Leftrightarrow \frac{a}{X^{*+1}} = P_X \text{ maka } X^* = \frac{a}{P_X} - 1 \\ \frac{\partial \left(U_0 + a \ln \frac{X+1}{X_m+1} + b \ln \frac{Y+1}{Y_m+1} - P_X X - P_Y Y - P \right)}{\partial Y} &= 0 \\ \frac{b}{Y^{*+1}} - P_Y &= 0 \Leftrightarrow \frac{b}{Y^{*+1}} = P_Y \text{ maka } Y^* = \frac{b}{P_Y} - 1 \end{aligned}$$

- Syarat Cukup

Dilakukan penurunan ke dua dari Persamaan (2.69) sebagai syarat perlu dari analisis ini.

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \left(U_0 + a \ln \frac{X+1}{X_m+1} + b \ln \frac{Y+1}{Y_m+1} - P_X X - P_Y Y \right)}{\partial X^2} &< 0 \\ -\frac{a}{(X+1)^2} &< 0 \Leftrightarrow a > 0 \\ \frac{\partial^2 \left(U_0 + a \ln \frac{X+1}{X_m+1} + b \ln \frac{Y+1}{Y_m+1} - P_X X - P_Y Y \right)}{\partial Y^2} &< 0 \\ -\frac{b}{(Y+1)^2} &< 0 \Leftrightarrow b > 0 \end{aligned}$$

Optimasi masalah produsen menjadi :

$$\begin{aligned} \max_{P,P_X,P_Y} \sum_i (P_X X^* + P_Y Y^* + P Z^*) \\ = \max_{P,P_X,P_Y} \sum_i \left(P_X \left(\frac{a}{P_X} - 1 \right) + P_Y \left(\frac{b}{P_Y} - 1 \right) + P \right) \\ = \max_{P,P_X,P_Y} \sum_i (a - P_X + b - P_Y + P) \end{aligned} \quad (2.74)$$

Jika X dan Y dibatasi maka X^* dan Y^* menjadi $\bar{X}$ dan $\bar{Y}$ sehingga P_X dan P_Y menjadi $P_X = \frac{a}{\bar{X}+1}$, $P_Y = \frac{b}{\bar{Y}+1}$ dan $P = U_0 + a \ln \frac{X+1}{X_m+1} + b \ln \frac{Y+1}{Y_m+1} -$

$\frac{a\bar{X}}{\bar{X}+1} - \frac{b\bar{Y}}{\bar{Y}+1}$. Jadi biaya yang dikenakan sesuai dengan pemakaian konsumen tersebut sebesar $a\left(1 - \frac{1}{\bar{X}+1}\right) + b\left(1 - \frac{1}{\bar{Y}+1}\right) = \frac{a\bar{X}}{\bar{X}+1} + \frac{b\bar{Y}}{\bar{Y}+1}$ dengan keuntungan maksimum yang diperoleh adalah $\sum_i \left(U_0 + a \ln \frac{X_i+1}{X_m+1} + b \ln \frac{Y_i+1}{Y_m+1} \right)$. Berdasarkan analisis yang telah dilakukan diperoleh Lemma 3b.

Lemma 3b : Jika ISP menggunakan skema pembiayaan two part tariff maka harga optimalnya adalah $P_X = \frac{a}{\bar{X}+1}$, $P_Y = \frac{b}{\bar{Y}+1}$, dan $P = U_0 + a \ln \frac{X+1}{X_m+1} + b \ln \frac{Y+1}{Y_m+1} - \frac{a\bar{X}}{\bar{X}+1} - \frac{b\bar{Y}}{\bar{Y}+1}$ dengan keuntungan maksimum yang diperoleh adalah $\sum_i \left(U_0 + a \ln \frac{X_i+1}{X_m+1} + b \ln \frac{Y_i+1}{Y_m+1} \right)$.

Tipe skema pembiayaan flat fee dan two-part tariff menghasilkan besar keuntungan yang sama dari sudut memaksimalkan keuntungan bagi ISP sedangkan skema pembiayaan usage based berbeda dari dua skema tersebut.

2.13.2 Function of Bandwidth Diminished with Increasing Bandwidth pada Konsumen Heterogen

Konsumen heterogen dibagi menjadi konsumen heterogen high-end dan low-end serta konsumen heterogen high-demand dan low-demand.

2.13.2.1 Konsumen Heterogen : High-end dan Low-end

Misalkan terdapat m konsumen high-end ($i=1$) dan n konsumen low-end ($i=2$). Diasumsikan bahwa setiap konsumen heterogen tersebut mempunyai batas atas yang sama $\bar{X}$ dan $\bar{Y}$ dengan masing-masing adalah tingkat konsumsi pada jam sibuk dan bukan jam sibuk dan $a_1 > a_2$, $b_1 > b_2$.

Optimasi masalah konsumen:

$$\max_{X_i, Y_i, Z_i} U_{0i} + a_i \ln \frac{X_i+1}{X_m+1} + b_i \ln \frac{Y_i+1}{Y_m+1} - P_X X_i - P_Y Y_i - P Z_i \quad (2.75)$$

dengan kendala :

$$X_i \leq \bar{X}_i Z_i$$

$$Y_i \leq \bar{Y}_i Z_i$$

$$U_{0i} + a_i \ln \frac{X_i+1}{X_m+1} + b_i \ln \frac{Y_i+1}{Y_m+1} - P_X X_i - P_Y Y_i - P Z_i \geq 0 \quad (2.76)$$

$$Z_i = 0 \text{ atau } 1.$$

Optimasi masalah produsen:

$$\max_{P, P_X, P_Y} m(P_X X_1^* + P_Y Y_1^* + P Z_1^*) + n(P_X X_2^* + P_Y Y_2^* + P Z_2^*)$$

dengan $(X_i^*, Y_i^*, Z_i^*) = \arg \max U_{0i} + a_i \ln \frac{X_i+1}{X_m+1} + b_i \ln \frac{Y_i+1}{Y_m+1} - P_X X_i - P_Y Y_i - P Z_i$

dengan kendala:

$$X_i \leq \bar{X}_i Z_i$$

$$Y_i \leq \bar{Y}_i Z_i$$

$$U_{0i} + a_i \ln \frac{X_i+1}{X_m+1} + b_i \ln \frac{Y_i+1}{Y_m+1} - P_X X_i - P_Y Y_i - P Z_i \geq 0 \quad (2.77)$$

$$Z_i = 0 \text{ atau } 1.$$

Kasus 4b: Skema pembiayaan flat fee untuk konsumen heterogen (high end dan low end) berdasarkan functions of bandwidth diminished with increasing bandwidth

Jika menggunakan skema pembayaran flat fee maka $P_X = 0$, $P_Y = 0$, dan $P > 0$. Jika konsumen memilih untuk bergabung ke dalam program yang diberikan, tingkat kepuasan maksimum diperoleh dengan memilih tingkat konsumsi $X_1 = \bar{X}$, $Y_1 = \bar{Y}$ atau $X_2 = \bar{X}$, $Y_2 = \bar{Y}$. Hal ini membuat ISP dapat memberikan harga untuk setiap konsumen high-end tidak lebih dari $U_{01} + a_1 \ln \frac{X_1+1}{X_m+1} + b_1 \ln \frac{Y_1+1}{Y_m+1}$ dan setiap konsumen low-end tidak lebih dari $U_{02} + a_2 \ln \frac{X_2+1}{X_m+1} + b_2 \ln \frac{Y_2+1}{Y_m+1}$. ISP akan mengenakan biaya $U_{02} + a_2 \ln \frac{\bar{X}+1}{X_m+1} + b_2 \ln \frac{\bar{Y}+1}{Y_m+1}$ kepada konsumen high-end dan konsumen low-end yang membuat keuntungan maksimum yang didapat ISP menjadi $(m+n) \left(U_{02} + a_2 \ln \frac{\bar{X}+1}{X_m+1} + b_2 \ln \frac{\bar{Y}+1}{Y_m+1} \right)$ dengan asumsi bahwa $a_1 < \frac{m+n}{m} a_2$ dan $b_1 < \frac{m+n}{m} b_2$. Berdasarkan analisis ini diperoleh Lemma 4b.

Lemma 4b : Jika ISP menggunakan skema pembiayaan flat fee maka harga yang dikenakan kepada konsumen menjadi $U_{02} + a_2 \ln \frac{\bar{X}+1}{X_m+1} + b_2 \ln \frac{\bar{Y}+1}{Y_m+1}$ dan keuntungan maksimum yang diperoleh sebesar $(m+n) \left(U_{02} + a_2 \ln \frac{\bar{X}+1}{X_m+1} + b_2 \ln \frac{\bar{Y}+1}{Y_m+1} \right)$.

Kasus 5b: Skema pembiayaan usage based untuk konsumen heterogen (high end dan low end) berdasarkan function of bandwidth diminished with increasing bandwidth

Jika ISP memilih menggunakan skema pembiayaan usage based maka ditetapkanlah $P_X > 0$, $P_Y > 0$, dan $P = 0$. Sesuai dengan ketentuan tersebut Persamaan (4.65) menjadi :

$$\begin{aligned} & \left(U_{01} + a_1 \ln \frac{X_1+1}{X_m+1} + b_1 \ln \frac{Y_1+1}{Y_m+1} - P_X X_1 - P_Y Y_1 - 0 \cdot Z_1 \right) + \left(U_{02} + a_2 \ln \frac{X_2+1}{X_m+1} + \right. \\ & \left. b_2 \ln \frac{Y_2+1}{Y_m+1} - P_X X_2 - P_Y Y_2 - 0 \cdot Z_1 \right) \\ & = \left(U_{01} + a_1 \ln \frac{X_1+1}{X_m+1} + b_1 \ln \frac{Y_1+1}{Y_m+1} - P_X X_1 - P_Y Y_1 \right) + \left(U_{02} + a_2 \ln \frac{X_2+1}{X_m+1} + \right. \\ & \left. b_2 \ln \frac{Y_2+1}{Y_m+1} - P_X X_2 - P_Y Y_2 \right) \end{aligned} \quad (2.78)$$

- Syarat Perlu

Dilakukan penurunan Persamaan (2.78) terhadap X dan Y untuk mengoptimalkan masalah konsumen.

$$\frac{\partial \left[\left(U_{01} + a_1 \ln \frac{X_1+1}{X_m+1} + b_1 \ln \frac{Y_1+1}{Y_m+1} - P_X X_1 - P_Y Y_1 \right) + \left(U_{02} + a_2 \ln \frac{X_2+1}{X_m+1} + b_2 \ln \frac{Y_2+1}{Y_m+1} - P_X X_2 - P_Y Y_2 \right) \right]}{\partial X_1} = 0$$

$$\frac{a_1}{X_1^*+1} - P_X = 0 \Leftrightarrow \frac{a_1}{X_1^*+1} = P_X \text{ maka } X_1^* = \frac{a_1}{P_X} - 1 \quad (2.79)$$

$$\frac{\partial \left[\left(U_{01} + a_1 \ln \frac{X_1+1}{X_m+1} + b_1 \ln \frac{Y_1+1}{Y_m+1} - P_X X_1 - P_Y Y_1 \right) + \left(U_{02} + a_2 \ln \frac{X_2+1}{X_m+1} + b_2 \ln \frac{Y_2+1}{Y_m+1} - P_X X_2 - P_Y Y_2 \right) \right]}{\partial Y_1} = 0$$

$$\frac{b_1}{Y_1^*+1} - P_Y = 0 \Leftrightarrow \frac{b_1}{Y_1^*+1} = P_Y \text{ maka } Y_1^* = \frac{b_1}{P_Y} - 1 \quad (2.80)$$

$$\frac{\partial \left[\left(U_{01} + a_1 \ln \frac{X_1+1}{X_m+1} + b_1 \ln \frac{Y_1+1}{Y_m+1} - P_X X_1 - P_Y Y_1 \right) + \left(U_{02} + a_2 \ln \frac{X_2+1}{X_m+1} + b_2 \ln \frac{Y_2+1}{Y_m+1} - P_X X_2 - P_Y Y_2 \right) \right]}{\partial X_2} = 0$$

$$\frac{a_2}{X_2^*+1} - P_X = 0 \Leftrightarrow \frac{a_2}{X_2^*+1} = P_X \text{ maka } X_2^* = \frac{a_2}{P_X} - 1 \quad (2.81)$$

$$\frac{\partial \left[\left(U_{01} + a_1 \ln \frac{X_1+1}{X_m+1} + b_1 \ln \frac{Y_1+1}{Y_m+1} - P_X X_1 - P_Y Y_1 \right) + \left(U_{02} + a_2 \ln \frac{X_2+1}{X_m+1} + b_2 \ln \frac{Y_2+1}{Y_m+1} - P_X X_2 - P_Y Y_2 \right) \right]}{\partial Y_2} = 0$$

$$\frac{b_2}{Y_2^*+1} - P_Y = 0 \Leftrightarrow \frac{b_2}{Y_2^*+1} = P_Y \text{ maka } Y_2^* = \frac{b_2}{P_Y} - 1 \quad (2.82)$$

- Syarat Cukup

Kemudian dilakukan penurunan ke dua dari Persamaan (2.69) sebagai syarat perlu dari analisi ini.

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial^2 \left[\left(U_{01} + a_1 \ln \frac{X_1+1}{X_m+1} + b_1 \ln \frac{Y_1+1}{Y_m+1} - P_X X_1 - P_Y Y_1 \right) + \right.}{\partial X_1^2} \left. \left(U_{02} + a_2 \ln \frac{X_2+1}{X_m+1} + b_2 \ln \frac{Y_2+1}{Y_m+1} - P_X X_2 - P_Y Y_2 \right) \right]}{< 0} \\
 & - \frac{a_1}{(X_1+1)^2} < 0 \Leftrightarrow a_1 > 0 \\
 & \frac{\partial^2 \left[\left(U_{01} + a_1 \ln \frac{X_1+1}{X_m+1} + b_1 \ln \frac{Y_1+1}{Y_m+1} - P_X X_1 - P_Y Y_1 \right) + \right.}{\partial X_2^2} \left. \left(U_{02} + a_2 \ln \frac{X_2+1}{X_m+1} + b_2 \ln \frac{Y_2+1}{Y_m+1} - P_X X_2 - P_Y Y_2 \right) \right]}{< 0} \\
 & - \frac{a_2}{(X_2+1)^2} < 0 \Leftrightarrow a_2 > 0 \\
 & \frac{\partial^2 \left[\left(U_{01} + a_1 \ln \frac{X_1+1}{X_m+1} + b_1 \ln \frac{Y_1+1}{Y_m+1} - P_X X_1 - P_Y Y_1 \right) + \right.}{\partial Y_1^2} \left. \left(U_{02} + a_2 \ln \frac{X_2+1}{X_m+1} + b_2 \ln \frac{Y_2+1}{Y_m+1} - P_X X_2 - P_Y Y_2 \right) \right]}{< 0} \\
 & - \frac{b_1}{(Y_1+1)^2} < 0 \Leftrightarrow b_1 > 0 \\
 & \frac{\partial^2 \left[\left(U_{01} + a_1 \ln \frac{X_1+1}{X_m+1} + b_1 \ln \frac{Y_1+1}{Y_m+1} - P_X X_1 - P_Y Y_1 \right) + \right.}{\partial Y_2^2} \left. \left(U_{02} + a_2 \ln \frac{X_2+1}{X_m+1} + b_2 \ln \frac{Y_2+1}{Y_m+1} - P_X X_2 - P_Y Y_2 \right) \right]}{< 0} - \frac{b_2}{(Y_1+1)^2} < 0 \Leftrightarrow b_2 > 0
 \end{aligned}$$

Optimasi masalah produsen menjadi :

$$\begin{aligned}
 & \max_{P_X, P_Y} m(P_X X_1^* + P_Y Y_1^*) + n(P_X X_2^* + P_Y Y_2^*) \\
 & = \max_{P_X, P_Y} m(a_1 - P_X + b_1 - P_Y) + n(a_2 - P_X + b_2 - P_Y) \quad (2.83)
 \end{aligned}$$

ISP harus memperkecil nilai P_X dan P_Y untuk memaksimumkan Persamaan (2.83). Jika X_1 , X_2 , Y_1 , dan Y_2 dibatasi maka X_1^* , X_2^* , Y_1^* , dan Y_2^* tidak dapat melebihi $\bar{X}$ dan $\bar{Y}$. Untuk mencari harga optimal, pertama dilakukan analisis pada jam sibuk.

Optimasi Masalah Produsen :

$$\max_{P_X} m(P_X X_1^*) + n(P_Y Y_2^*) = \max_{P_X} m(a_1 - P_X) + n(a_1 - P_X) \quad (2.84)$$

Produsen harus memperkecil nilai P_X sehingga harga terbaik P_X tidak dapat lebih besar dari $\frac{a_1}{\bar{X}+1}$ untuk memaksimumkan Persamaan (2.84). Jika produsen memberikan harga di bawah $\frac{a_2}{\bar{X}+1}$ maka keuntungan yang diperoleh tidaklah optimal (maksimum) karena X_1^* dan X_2^* tidak dapat lebih dari $\bar{X}$ dan permintaan pengguna meningkat dengan menurunnya harga. Jadi harga terbaik P_X haruslah berada diantara $\frac{a_1}{\bar{X}+1}$ dan $\frac{a_2}{\bar{X}+1}$. Ketika harga berada pada

interval tersebut permintaan konsumen high-end menjadi tetap di $\bar{X}$, sedangkan permintaan konsumen low-end meningkat yang sebanding dengan menurunnya harga atau dengan kata lain, P_X dan P_Y yang menjadi $P_X = \frac{a_2}{\bar{X}+1}$ dan $P_Y = \frac{b_2}{\bar{Y}+1}$ dengan keuntungan maksimum yang diperoleh adalah $(m+n) \left(\frac{a_2 \bar{X}}{\bar{X}+1} + \frac{b_2 \bar{Y}}{\bar{Y}+1} \right)$. Berdasarkan analisis ini diperoleh Lemma 5b.

Lemma 5b : Jika ISP menggunakan skema pembiayaan usage based, harga optimalnya adalah $P_X = \frac{a_2}{\bar{X}+1}$ dan $P_Y = \frac{b_2}{\bar{Y}+1}$ dengan keuntungan maksimum yang diperoleh adalah $(m+n) \left(\frac{a_2 \bar{X}}{\bar{X}+1} + \frac{b_2 \bar{Y}}{\bar{Y}+1} \right)$.

Kasus 6b: Skema pembiayaan two part tariff untuk konsumen heterogen (high end dan low end) berdasarkan function of bandwidth diminished with increasing bandwidth

Jika ISP memilih menggunakan skema pembiayaan two part tariff maka ditetapkanlah $P_X > 0$, $P_Y > 0$, dan $P > 0$. Sesuai ketentuan tersebut Persamaan (2.75) menjadi :

$$\begin{aligned} & \left(U_{01} + a_1 \ln \frac{X_1+1}{X_m+1} + b_1 \ln \frac{Y_1+1}{Y_m+1} - P_X X_1 - P_Y Y_1 - P \right) + \\ & \left(U_{02} + a_2 \ln \frac{X_2+1}{X_m+1} + b_2 \ln \frac{Y_2+1}{Y_m+1} - P_X X_2 - P_Y Y_2 - P \right) \quad (2.85) \end{aligned}$$

Pengoptimalan masalah konsumen dilakukan dengan penurunan Persamaan (2.85) terhadap X dan Y sehingga diperoleh persamaan yang sama seperti Persamaan (2.79) sampai Persamaan (2.82) sebagai syarat perlu dan dilakukan syarat cukup yang sama seperti pada Kasus 5b. Setelah itu diperoleh P yang berada diantara $\frac{a_1}{\bar{X}+1}$ dan $\frac{a_2}{\bar{X}+1}$ begitu pula dengan P_Y . Jadi harga terbaik P_X harus berada diantara $\frac{a_1}{\bar{X}+1}$ dan $\frac{a_2}{\bar{X}+1}$. Ketika harga berada pada interval tersebut permintaan konsumen high-end menjadi tetap di $\bar{X}$ sedangkan permintaan konsumen low-end tetap sebanding dengan menurunnya harga atau dengan kata lain, P_X dan P_Y menjadi $P_X = \frac{a_2}{\bar{X}+1}$, $P_Y = \frac{b_2}{\bar{Y}+1}$ dan $P = U_{02} + a_2 \ln \frac{\bar{X}+1}{X_m+1} + b_2 \ln \frac{\bar{Y}+1}{Y_m+1} - \frac{a_2 \bar{X}}{\bar{X}+1} - \frac{b_2 \bar{Y}}{\bar{Y}+1}$. Selain itu juga diasumsikan bahwa $a_1 < \frac{m+n}{m} a_2$ dan $b_1 < \frac{m+n}{m} b_2$. Jadi keuntungan maksimum yang diperoleh adalah

sebesar $(m + n) \left(U_{02} + a_2 \ln \frac{\bar{X}+1}{x_{m+1}} + b_2 \ln \frac{\bar{Y}+1}{y_{m+1}} \right)$ maka dari kasus ini diperoleh Lemma 6b.

Lemma 6b : Jika ISP menggunakan skema pembiayaan two part tariff maka harga optimalnya adalah $P_X = \frac{a_2}{\bar{X}+1}$, $P_Y = \frac{b_2}{\bar{Y}+1}$ dan $P = U_{02} + a_2 \ln \frac{\bar{X}+1}{x_{m+1}} + b_2 \ln \frac{\bar{Y}+1}{y_{m+1}} - \frac{a_2 \bar{X}}{\bar{X}+1} - \frac{b_2 \bar{Y}}{\bar{Y}+1}$ dengan keuntungan maksimum yang diperoleh adalah $(m + n) \left(U_{02} + a_2 \ln \frac{\bar{X}+1}{x_{m+1}} + b_2 \ln \frac{\bar{Y}+1}{y_{m+1}} \right)$.

Tipe skema pembiayaan flat fee dan two-part tariff menghasilkan besar keuntungan yang sama dari sudut memaksimalkan keuntungan bagi ISP, sedangkan skema pembiayaan usage based berbeda dari dua skema tersebut.

2.13.2.2 Konsumen Heterogen : High-demand dan Low-demand

Pada kasus heterogen ini terdapat dua tipe konsumen, yaitu konsumen high-demand (tipe 1) dan konsumen low-demand (tipe 2) dengan tingkat maksimum pemakaian $\bar{X}_1$ dan $\bar{Y}_1$ untuk tipe 1 serta $\bar{X}_2$ dan $\bar{Y}_2$ untuk tipe 2; dengan $\bar{X}_1 > \bar{X}_2$ dan $\bar{Y}_1 > \bar{Y}_2$. Misalkan terdapat m konsumen high-demand dan n konsumen low-demand dengan $a_1 = a_2 = a$ dan $b_1 = b_2 = b$.

Kasus 7b: Skema pembiayaan flat fee untuk konsumen heterogen (high demand dan low demand) berdasarkan functions of bandwidth diminished with increasing bandwidth

Jika menggunakan skema pembayaran flat fee maka $P_X = 0$, $P_Y = 0$, dan $P > 0$. Ketika konsumen memilih untuk bergabung ke dalam program yang diberikan, maka tingkat kepuasan maksimum diperoleh dengan memilih tingkat konsumsi $X_1 = \bar{X}_1$, $Y_1 = \bar{Y}_1$ atau $X_2 = \bar{X}_2$, $Y_2 = \bar{Y}_2$ sehingga tingkat kepuasan maksimum yang diperoleh menjadi $U_{01} + a \ln \frac{\bar{X}_1+1}{x_{m+1}} + b \ln \frac{\bar{Y}_1+1}{y_{m+1}}$ atau $U_{02} + a \ln \frac{\bar{X}_2+1}{x_{m+1}} + b \ln \frac{\bar{Y}_2+1}{y_{m+1}}$. Oleh karena itu, ISP tidak dapat mengenakan biaya lebih dari $U_{01} + a \ln \frac{\bar{X}_1+1}{x_{m+1}} + b \ln \frac{\bar{Y}_1+1}{y_{m+1}}$ kepada setiap konsumen high demand dan $U_{02} + a \ln \frac{\bar{X}_2+1}{x_{m+1}} + b \ln \frac{\bar{Y}_2+1}{y_{m+1}}$ kepada setiap konsumen low demand. Penggunaan skema pembiayaan flat fee membuat ISP tidak dapat membedakan pembiayaan antara konsumen high

demand dan konsumen low demand maka ISP harus memilih mengenakan biaya $U_{01} + a \ln \frac{\bar{X}_1+1}{X_{m+1}} + b \ln \frac{\bar{Y}_1+1}{Y_{m+1}}$ sehingga hanya konsumen high demand yang dapat menggunakan layanan tersebut atau mengenakan biaya sebesar $U_{02} + a \ln \frac{\bar{X}_2+1}{X_{m+1}} + b \ln \frac{\bar{Y}_2+1}{Y_{m+1}}$ sehingga konsumen high demand dan low demand dapat bergabung ke program yang diberikan. Diasumsikan $m \left(U_{01} + a \ln \frac{\bar{X}_1+1}{X_{m+1}} + b \ln \frac{\bar{Y}_1+1}{Y_{m+1}} \right) < (m+n) \left(U_{02} + a \ln \frac{\bar{X}_2+1}{X_{m+1}} + b \ln \frac{\bar{Y}_2+1}{Y_{m+1}} \right)$, maka harga terbaik yang dapat dikenakan oleh ISP adalah $U_{02} + a \ln \frac{\bar{X}_2+1}{X_{m+1}} + b \ln \frac{\bar{Y}_2+1}{Y_{m+1}}$ untuk konsumen high demand dan konsumen low demand. Jadi keuntungan maksimum yang diperoleh ISP adalah $(m+n) \left(U_{02} + a \ln \frac{\bar{X}_2+1}{X_{m+1}} + b \ln \frac{\bar{Y}_2+1}{Y_{m+1}} \right)$. Kesimpulan analisis tersebut dibuat dalam Lemma 7b.

Lemma 7b : Jika ISP menggunakan skema pembiayaan flat fee maka biaya yang dibayarkan menjadi $P = U_{02} + a \ln \frac{\bar{X}_2+1}{X_{m+1}} + b \ln \frac{\bar{Y}_2+1}{Y_{m+1}}$ dan keuntungan maksimum yang diperoleh adalah $(m+n) \left(U_{02} + a \ln \frac{\bar{X}_2+1}{X_{m+1}} + b \ln \frac{\bar{Y}_2+1}{Y_{m+1}} \right)$.

Kasus 8b: Skema pembiayaan usage based untuk konsumen heterogen (high demand dan low demand) berdasarkan functions of bandwidth diminished with increasing bandwidth

Jika ISP memilih menggunakan skema pembiayaan usage based maka ditetapkanlah $P_X > 0$, $P_Y > 0$, dan $P = 0$. Kemudian untuk proses pengoptimalan pada optimasi masalah kosumen high demand dan konsumen low demand:

- Syarat Cukup

$$\frac{\partial \left[\left(U_{01} + a \ln \frac{\bar{X}_1+1}{X_{m+1}} + b \ln \frac{\bar{Y}_1+1}{Y_{m+1}} - P_X X_1 - P_Y Y_1 \right) + \left(U_{02} + a \ln \frac{\bar{X}_2+1}{X_{m+1}} + b \ln \frac{\bar{Y}_2+1}{Y_{m+1}} - P_X X_2 - P_Y Y_2 \right) \right]}{\partial X_1} = 0$$

$$\frac{a}{X_1^*+1} - P_X = 0 \Leftrightarrow \frac{a}{X_1^*+1} = P_X \Leftrightarrow X_1^* = \frac{a}{P_X} - 1 \quad (2.86)$$

$$\frac{\partial \left[\left(U_{01} + a \ln \frac{\bar{X}_1+1}{X_{m+1}} + b \ln \frac{\bar{Y}_1+1}{Y_{m+1}} - P_X X_1 - P_Y Y_1 \right) + \left(U_{02} + a \ln \frac{\bar{X}_2+1}{X_{m+1}} + b \ln \frac{\bar{Y}_2+1}{Y_{m+1}} - P_X X_2 - P_Y Y_2 \right) \right]}{\partial Y_1} = 0$$

$$\frac{b}{Y_1^*+1} - P_Y = 0 \Leftrightarrow \frac{b}{Y_1^*+1} = P_Y \Leftrightarrow Y_1^* = \frac{b}{P_Y} - 1 \quad (2.87)$$

$$\frac{\partial \left[\left(U_{01} + a \ln \frac{X_1+1}{X_{m+1}} + b \ln \frac{Y_1+1}{Y_{m+1}} - P_X X_1 - P_Y Y_1 \right) + \left(U_{02} + a \ln \frac{X_2+1}{X_{m+1}} + b \ln \frac{Y_2+1}{Y_{m+1}} - P_X X_2 - P_Y Y_2 \right) \right]}{\partial X_2} = 0$$

$$\frac{a}{X_2^*+1} - P_X = 0 \Leftrightarrow \frac{a}{X_2^*+1} = P_X \Leftrightarrow X_2^* = \frac{a}{P_X} - 1 \quad (2.88)$$

$$\frac{\partial \left[\left(U_{01} + a \ln \frac{X_1+1}{X_{m+1}} + b \ln \frac{Y_1+1}{Y_{m+1}} - P_X X_1 - P_Y Y_1 \right) + \left(U_{02} + a \ln \frac{X_2+1}{X_{m+1}} + b \ln \frac{Y_2+1}{Y_{m+1}} - P_X X_2 - P_Y Y_2 \right) \right]}{\partial Y_2} = 0$$

$$\frac{b}{Y_2^*+1} - P_Y = 0 \Leftrightarrow \frac{b}{Y_2^*+1} = P_Y \Leftrightarrow Y_2^* = \frac{b}{P_Y} - 1 \quad (2.89)$$

- Syarat Cukup

Dilakukan penurunan ke dua dari Persamaan (2.69) sebagai syarat perlu dari analisis ini.

$$\frac{\partial^2 \left[\left(U_{01} + a \ln \frac{X_1+1}{X_{m+1}} + b \ln \frac{Y_1+1}{Y_{m+1}} - P_X X_1 - P_Y Y_1 \right) + \left(U_{02} + a \ln \frac{X_2+1}{X_{m+1}} + b \ln \frac{Y_2+1}{Y_{m+1}} - P_X X_2 - P_Y Y_2 \right) \right]}{\partial X_1^2} < 0$$

$$- \frac{a}{(X_1+1)^2} < 0 \Leftrightarrow a > 0$$

$$\frac{\partial^2 \left[\left(U_{01} + a \ln \frac{X_1+1}{X_{m+1}} + b \ln \frac{Y_1+1}{Y_{m+1}} - P_X X_1 - P_Y Y_1 \right) + \left(U_{02} + a \ln \frac{X_2+1}{X_{m+1}} + b \ln \frac{Y_2+1}{Y_{m+1}} - P_X X_2 - P_Y Y_2 \right) \right]}{\partial X_2^2} < 0$$

$$- \frac{a}{(X_2+1)^2} < 0 \Leftrightarrow a > 0$$

$$\frac{\partial^2 \left[\left(U_{01} + a \ln \frac{X_1+1}{X_{m+1}} + b \ln \frac{Y_1+1}{Y_{m+1}} - P_X X_1 - P_Y Y_1 \right) + \left(U_{02} + a \ln \frac{X_2+1}{X_{m+1}} + b \ln \frac{Y_2+1}{Y_{m+1}} - P_X X_2 - P_Y Y_2 \right) \right]}{\partial Y_1^2} < 0$$

$$- \frac{b}{(Y_1+1)^2} < 0 \Leftrightarrow b > 0$$

$$\frac{\partial^2 \left[\left(U_{01} + a \ln \frac{X_1+1}{X_{m+1}} + b \ln \frac{Y_1+1}{Y_{m+1}} - P_X X_1 - P_Y Y_1 \right) + \left(U_{02} + a \ln \frac{X_2+1}{X_{m+1}} + b \ln \frac{Y_2+1}{Y_{m+1}} - P_X X_2 - P_Y Y_2 \right) \right]}{\partial Y_2^2} < 0$$

$$- \frac{b}{(Y_2+1)^2} < 0 \Leftrightarrow b > 0$$

Optimasi masalah produsen menjadi:

$$\begin{aligned} & \max_{P_X, P_Y} m(P_X X_1^* + P_Y Y_1^*) + n(P_X X_2^* + P_Y Y_2^*) \\ & = \max m(a_1 - P_X + b_1 - P_Y) + n(a_2 - P_X + b_2 - P_Y) \end{aligned} \quad (2.90)$$

Ketika X_1, X_2, Y_1 , dan Y_2 dibatasi, maka X_1^*, X_2^*, Y_1^* , dan Y_2^* menjadi $\bar{X}_1, \bar{X}_2, \bar{Y}_1$, dan $\bar{Y}_2$, sehingga dari Persamaan (2.90) dapat dilihat bahwa untuk memaksimalkan keuntungan maka ISP harus memperkecil nilai P_X dan P_Y . Kemudian dilakukan analisis pada jam sibuk dengan nilai P_X tidak dapat lebih besar dari $\frac{a}{\bar{X}_2+1}$. Jika P_X diatur untuk lebih kecil dari $\frac{a}{\bar{X}_1+1}$ maka keuntungan yang diperoleh tidak akan optimal ketika X_1^* dan X_2^* tidak lebih dari $\bar{X}_1$ dan $\bar{X}_2$ serta permintaan konsumen tidak akan meningkat seperti harga yang terus menurun. Jadi harga terbaik untuk P_X harus berada diantara $\frac{a}{\bar{X}_1+1}$ dan $\frac{a}{\bar{X}_2+1}$ karena ketika harga berada pada interval tersebut permintaan konsumen low-demand akan tetap pada $\bar{X}_2$ dan permintaan konsumen high-demand akan terus meningkat sebanding dengan menurunnya harga. Oleh karena itu harga terbaik untuk P_X menjadi $\frac{a}{\bar{X}_1+1}$. Begitu pula untuk analisis pada saat bukan jam sibuk, sehingga akan diperoleh $P_Y = \frac{b}{\bar{Y}_1+1}$ atau dengan kata lain, $P_X = \frac{a}{\bar{X}_1+1}$ dan $P_Y = \frac{b}{\bar{Y}_1+1}$ dengan keuntungan maksimum yang diperoleh adalah sebesar $m \left(\frac{a\bar{X}_1}{\bar{X}_1+1} + \frac{b\bar{Y}_1}{\bar{Y}_1+1} \right) + n \left(\frac{a\bar{X}_2}{\bar{X}_1+1} + \frac{b\bar{Y}_2}{\bar{Y}_1+1} \right)$. Kesimpulan analisis tersebut dibuat dalam Lemma 8b.

Lemma 8b : Jika ISP menggunakan skema pembiayaan usage based maka harga optimalnya adalah $P_X = \frac{a}{\bar{X}_1+1}$ dan $P_Y = \frac{b}{\bar{Y}_1+1}$ dengan keuntungan maksimum yang diperoleh adalah $m \left(\frac{a\bar{X}_1}{\bar{X}_1+1} + \frac{b\bar{Y}_1}{\bar{Y}_1+1} \right) + n \left(\frac{a\bar{X}_2}{\bar{X}_1+1} + \frac{b\bar{Y}_2}{\bar{Y}_1+1} \right)$.

Kasus 9a: Skema pembiayaan two part tariff untuk konsumen heterogen (high demand dan low demand) berdasarkan function of bandwidth diminished with increasing bandwidth

Jika ISP memilih menggunakan skema pembiayaan two part tariff maka ditetapkanlah $P_X > 0$, $P_Y > 0$, dan $P > 0$.

$$\begin{aligned} & \left(U_{01} + a \ln \frac{X_1+1}{X_m+1} + b \ln \frac{Y_1+1}{Y_m+1} - P_X X_1 - P_Y Y_1 - P \right) \\ & + \left(U_{02} + a \ln \frac{X_2+1}{X_m+1} + b \ln \frac{Y_2+1}{Y_m+1} - P_X X_2 - P_Y Y_2 - P \right) \end{aligned} \quad (2.91)$$

Selanjutnya dilakukan penurunan Persamaan (2.91) sehingga diperoleh persamaan-persamaan yang sama dengan Persamaan (2.86) sampai Persamaan (2.89) untuk pengoptimalan pada optimasi masalah konsumen high demand dan low demand.

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial \left[\left(U_{01} + a \ln \frac{X_1+1}{X_m+1} + b \ln \frac{Y_1+1}{Y_m+1} - P_X X_1 - P_Y Y_1 - P \right) + \right.}{\partial X_1} \left. \left(U_{02} + a \ln \frac{X_2+1}{X_m+1} + b \ln \frac{Y_2+1}{Y_m+1} - P_X X_2 - P_Y Y_2 - P \right) \right] = 0 \\
 & \frac{a}{X_1^*+1} - P_X = 0 \Leftrightarrow \frac{a}{X_1^*+1} = P_X \Leftrightarrow X_1^* = \frac{a}{P_X} - 1 \\
 & \frac{\partial \left[\left(U_{01} + a \ln \frac{X_1+1}{X_m+1} + b \ln \frac{Y_1+1}{Y_m+1} - P_X X_1 - P_Y Y_1 - P \right) + \right.}{\partial Y_1} \left. \left(U_{02} + a \ln \frac{X_2+1}{X_m+1} + b \ln \frac{Y_2+1}{Y_m+1} - P_X X_2 - P_Y Y_2 - P \right) \right] = 0 \\
 & \frac{b}{Y_1^*+1} - P_Y = 0 \Leftrightarrow \frac{b}{Y_1^*+1} = P_Y \Leftrightarrow Y_1^* = \frac{b}{P_Y} - 1 \\
 & \frac{\partial \left[\left(U_{01} + a \ln \frac{X_1+1}{X_m+1} + b \ln \frac{Y_1+1}{Y_m+1} - P_X X_1 - P_Y Y_1 - P \right) + \right.}{\partial X_2} \left. \left(U_{02} + a \ln \frac{X_2+1}{X_m+1} + b \ln \frac{Y_2+1}{Y_m+1} - P_X X_2 - P_Y Y_2 - P \right) \right] = 0 \\
 & \frac{a}{X_2^*+1} - P_X = 0 \Leftrightarrow \frac{a}{X_2^*+1} = P_X \Leftrightarrow X_2^* = \frac{a}{P_X} - 1 \\
 & \frac{\partial \left[\left(U_{01} + a \ln \frac{X_1+1}{X_m+1} + b \ln \frac{Y_1+1}{Y_m+1} - P_X X_1 - P_Y Y_1 - P \right) + \right.}{\partial Y_2} \left. \left(U_{02} + a \ln \frac{X_2+1}{X_m+1} + b \ln \frac{Y_2+1}{Y_m+1} - P_X X_2 - P_Y Y_2 - P \right) \right] = 0 \\
 & \frac{b}{Y_2^*+1} - P_Y = 0 \Leftrightarrow \frac{b}{Y_2^*+1} = P_Y \Leftrightarrow Y_2^* = \frac{b}{P_Y} - 1
 \end{aligned}$$

- Syarat Cukup

Dilakukan penurunan ke dua dari Persamaan (2.69) sebagai syarat perlu.

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial^2 \left[\left(U_{01} + a \ln \frac{X_1+1}{X_m+1} + b \ln \frac{Y_1+1}{Y_m+1} - P_X X_1 - P_Y Y_1 - P \right) + \right.}{\partial X_1^2} \left. \left(U_{02} + a \ln \frac{X_2+1}{X_m+1} + b \ln \frac{Y_2+1}{Y_m+1} - P_X X_2 - P_Y Y_2 - P \right) \right] < 0 \\
 & - \frac{a}{(X_1+1)^2} < 0 \Leftrightarrow a > 0 \\
 & \frac{\partial^2 \left[\left(U_{01} + a \ln \frac{X_1+1}{X_m+1} + b \ln \frac{Y_1+1}{Y_m+1} - P_X X_1 - P_Y Y_1 - P \right) + \right.}{\partial X_2^2} \left. \left(U_{02} + a \ln \frac{X_2+1}{X_m+1} + b \ln \frac{Y_2+1}{Y_m+1} - P_X X_2 - P_Y Y_2 - P \right) \right] < 0 \\
 & - \frac{a}{(X_2+1)^2} < 0 \Leftrightarrow a > 0
 \end{aligned}$$

$$\frac{\partial^2 \left[\left(U_{01} + a \ln \frac{X_1+1}{X_m+1} + b \ln \frac{Y_1+1}{Y_m+1} - P_X X_1 - P_Y Y_1 - P \right) + \left(U_{02} + a \ln \frac{X_2+1}{X_m+1} + b \ln \frac{Y_2+1}{Y_m+1} - P_X X_2 - P_Y Y_2 - P \right) \right]}{\partial Y_1^2} < 0$$

$$- \frac{b}{(Y_1+1)^2} < 0 \Leftrightarrow b > 0$$

$$\frac{\partial^2 \left[\left(U_{01} + a \ln \frac{X_1+1}{X_m+1} + b \ln \frac{Y_1+1}{Y_m+1} - P_X X_1 - P_Y Y_1 - P \right) + \left(U_{02} + a \ln \frac{X_2+1}{X_m+1} + b \ln \frac{Y_2+1}{Y_m+1} - P_X X_2 - P_Y Y_2 - P \right) \right]}{\partial Y_2^2} < 0$$

$$- \frac{b}{(Y_1+1)^2} < 0 \Leftrightarrow b > 0$$

Optimasi masalah produsen menjadi:

$$\begin{aligned} & \max_{P_X, P_Y} m(P_X X_1^* + P_Y Y_1^* + P) + n(P_X X_2^* + P_Y Y_2^* + P) \\ &= \max m \left(P_X \left(\frac{a}{P_X} - 1 \right) + P_Y \left(\frac{b}{P_Y} - 1 \right) + P \right) + n \left(P_X \left(\frac{a}{P_X} - 1 \right) + P_Y \left(\frac{b}{P_Y} - 1 \right) + P \right) \\ &= \max m(a - P_X + b - P_Y + P) + n(a - P_X + b - P_Y + P) \quad (2.92) \end{aligned}$$

Berdasarkan Persamaan (2.92) dapat dilihat bahwa untuk memperoleh keuntungan yang maksimum maka nilai P_X dan P_Y harus dibuat sekecil mungkin dengan tetap membuat nilai P tetap besar. Oleh karena X_1, X_2, Y_1 , dan Y_2 dibatasi, maka X_1^*, X_2^*, Y_1^* , dan Y_2^* menjadi $\bar{X}_1, \bar{X}_2, \bar{Y}_1$, dan $\bar{Y}_2$, sehingga untuk P_X akan berada diantara $\frac{a}{\bar{X}_1+1}$ dan $\frac{a}{\bar{X}_2+1}$. Begitu pula untuk P_Y berada diantara $\frac{b}{\bar{Y}_1+1}$ dan $\frac{b}{\bar{Y}_2+1}$. Jika harga berada pada interval tersebut, maka permintaan konsumen low-demand akan tetap pada $\bar{X}_2$ dan permintaan konsumen high-demand terus meningkat sebanding dengan menurunnya harga. Oleh karena itu, harga terbaik untuk P_X menjadi $\frac{a}{\bar{X}_1+1}$. Begitu pula untuk analisis pada saat bukan jam sibuk,

sehingga akan diperoleh $P_Y = \frac{b}{\bar{Y}_1+1}$ atau dengan kata lain, P_X dan P_Y menjadi $P_X = \frac{a}{\bar{X}_1+1}$ dan $P_Y = \frac{b}{\bar{Y}_1+1}$ dengan $P = U_{02} + a \ln \frac{X_2+1}{X_m+1} + b \ln \frac{Y_2+1}{Y_m+1} - \frac{a\bar{X}_2}{\bar{X}_1+1} - \frac{b\bar{Y}_2}{\bar{Y}_1+1}$. Jadi keuntungan maksimum yang diperoleh adalah $m \left(a \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\bar{X}_1+1} + b \frac{\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2}{\bar{Y}_1+1} \right) + (m+n) \left(U_{02} + a \ln \frac{X_2+1}{X_m+1} + b \ln \frac{Y_2+1}{Y_m+1} \right)$, sehingga pada Kasus 9b ini diperoleh Lemma 9b.

Lemma 9b : Jika ISP menggunakan skema pembiayaan two part tariff maka harga optimalnya adalah $P_X = \frac{a}{\bar{X}_1+1}$, $P_Y = \frac{b}{\bar{Y}_1+1}$ dan

$P = U_{02} + a \ln \frac{X_2+1}{X_m+1} + b \ln \frac{Y_2+1}{Y_m+1} - \frac{a\bar{X}_2}{\bar{X}_1+1} - \frac{b\bar{Y}_2}{\bar{Y}_1+1}$ dengan keuntungan maksimum yang diperoleh adalah $m \left(a \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\bar{X}_1+1} + b \frac{\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2}{\bar{Y}_1+1} \right) + (m+n) \left(U_{02} + a \ln \frac{X_2+1}{X_m+1} + b \ln \frac{Y_2+1}{Y_m+1} \right)$.

2.14 Analisis Model Skema Pembiayaan Optimal

Berdasarkan pembahasan dapat dibandingkan skema pembiayaan yang optimal untuk setiap jenis konsumen berdasarkan fungsi utilitas yang digunakan. Hal ini dapat dilihat pada Tabel 1.20.

Tabel 1.20 Rekapitulasi skema-skema pembiayaan untuk setiap jenis konsumen

Jenis Konsumen	Skema Pembiayaan	Fungsi Utilitas	
		Fungsi Utilitas Perfect Substitute	Functions of bandwidth diminished with increasing bandwidth
Homogen	Flat fee	$\Sigma_i(a\bar{X} + b\bar{Y})$	$\Sigma_i \left(U_0 + a \ln \frac{\bar{X}+1}{X_m+1} + b \ln \frac{\bar{Y}+1}{Y_m+1} \right)$
	Usage based		$\Sigma_i \left(\frac{a\bar{X}}{\bar{X}+1} + \frac{b\bar{Y}}{\bar{Y}+1} \right)$
	Two part tariff		$\Sigma_i \left(U_0 + a \ln \frac{\bar{X}+1}{X_m+1} + b \ln \frac{\bar{Y}+1}{Y_m+1} \right)$
Heterogen: High end & Low end	Flat fee	$(m+n)(a_2\bar{X} + b_2\bar{Y})$	$(m+n) \left(U_{02} + a_2 \ln \frac{\bar{X}+1}{X_m+1} + b_2 \ln \frac{\bar{Y}+1}{Y_m+1} \right)$
	Usage based		$(m+n) \left(\frac{a_2\bar{X}}{\bar{X}+1} + \frac{b_2\bar{Y}}{\bar{Y}+1} \right)$
	Two part tariff		$(m+n) \left(U_{02} + a_2 \ln \frac{\bar{X}+1}{X_m+1} + b_2 \ln \frac{\bar{Y}+1}{Y_m+1} \right)$

Heterogen: High demand & Low demand	Flat fee	$(m+n)$ $(a\bar{X}_2 + b\bar{Y}_2)$	$(m+n)$ $\left(U_{02} + a \ln \frac{\bar{X}_2+1}{\bar{X}_m+1} + \right.$ $\left. b \ln \frac{\bar{Y}_2+1}{\bar{Y}_m+1} \right)$
	Usage Based	$m(a\bar{X}_1$ $+ b\bar{Y}_1)$ $+ n(a\bar{X}_2$ $+ b\bar{Y}_2)$	$m \left(\frac{a\bar{X}_1}{\bar{X}_1+1} + \frac{b\bar{Y}_1}{\bar{Y}_1+1} \right) +$ $n \left(\frac{a\bar{X}_2}{\bar{X}_1+1} + \frac{b\bar{Y}_2}{\bar{Y}_1+1} \right)$
	Two part tariff		$m \left(a \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\bar{X}_1+1} + b \frac{\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2}{\bar{Y}_1+1} \right)$ $+ (m+n)$ $\left(U_{02} + a \ln \frac{\bar{X}_2+1}{\bar{X}_m+1} + \right.$ $\left. b \ln \frac{\bar{Y}_2+1}{\bar{Y}_m+1} \right)$

1. Skema Pembiayaan Optimal untuk Konsumen Homogen

Berdasarkan Tabel 1.20 untuk konsumen homogen berdasarkan fungsi utilitas perfect substitute, ISP bebas untuk memilih skema pembiayaan yang ada karena ketiga jenis skema pembiayaan tersebut menghasilkan keuntungan maksimum yang sama besar.

Skema pembiayaan yang optimal untuk konsumen homogen berdasarkan fungsi utilitas perfect substitute terdapat pada skema pembiayaan flat fee, usage based atau two part tariff. Sementara itu, berdasarkan functions of bandwidth diminished with increasing bandwidth, karena $\ln \frac{X+1}{X_m+1} > \frac{\bar{X}}{\bar{X}+1}$ dan $\ln \frac{Y+1}{Y_m+1} > \frac{\bar{Y}}{\bar{Y}+1}$ maka skema pembiayaan optimal diperoleh jika ISP memilih menggunakan skema pembiayaan flat fee atau skema pembiayaan two part tariff. Oleh karena $\bar{X} > \ln \frac{X+1}{X_m+1}$ dan $\bar{Y} > \ln \frac{Y+1}{Y_m+1}$, diantara skema pembiayaan berdasarkan fungsi utilitasnya, ISP memperoleh keuntungan maksimum yang lebih optimal jika memilih menggunakan skema pembiayaan berdasarkan fungsi utilitas perfect substitute.

2. Skema Pembiayaan Optimal untuk Konsumen Heterogen: High end dan Low end

Berdasarkan fungsi utilitas perfect substitute untuk konsumen heterogen (high end dan low end), skema pembiayaan

yang optimal terdapat pada skema pembiayaan flat fee, usage based atau two part tariff. Oleh karena itu, ISP bebas untuk memilih menggunakan skema pembiayaan yang ada karena memiliki keuntungan maksimum yang sama.

Berdasarkan functions of bandwidth diminished with increasing bandwidth untuk konsumen high end dan low end karena $\ln \frac{\bar{X}+1}{X_m+1} > \frac{\bar{X}}{\bar{X}+1}$ dan $\ln \frac{\bar{Y}+1}{Y_m+1} > \frac{b_2 \bar{Y}}{\bar{Y}+1}$ maka ISP memperoleh keuntungan maksimum yang lebih optimal jika memilih menggunakan skema pembiayaan flat fee atau two part tariff.

Oleh karena $\bar{X} > \ln \frac{\bar{X}+1}{X_m+1}$ dan $\bar{Y} > \ln \frac{\bar{Y}+1}{Y_m+1}$, ISP memperoleh keuntungan maksimum yang lebih optimal jika ISP memilih menggunakan skema pembiayaan berdasarkan fungsi utilitas perfect substitute diantara skema pembiayaan berdasarkan fungsi utilitasnya.

3. Skema Pembiayaan Optimal untuk Konsumen Heterogen: High demand dan Low demand

Berdasarkan fungsi utilitas perfect substitute untuk konsumen heterogen (high demand dan low demand), karena $\bar{X}_1 > \bar{X}_2$ maka $m(a\bar{X}_1 + b\bar{Y}_1) > m(a\bar{X}_2 + b\bar{Y}_2)$. Oleh karena itu, skema pembiayaan yang optimal terdapat pada skema pembiayaan usage based dan two part tariff.

Berdasarkan functions of bandwidth diminished with increasing bandwidth untuk konsumen high demand dan low demand, ISP memperoleh keuntungan maksimum jika memilih menggunakan skema pembiayaan two part tariff.

Jadi ISP memperoleh keuntungan maksimum yang lebih optimal jika ISP memilih menggunakan skema pembiayaan berdasarkan fungsi utilitas perfect substitute dengan skema pembiayaan usage based atau two part tariff.

2.15 Data Pemakaian Internet

Dalam analisis fungsi utilitas yang lebih optimal diperlukan data untuk membandingkan hasil. Pada penelitian ini terdapat tiga aplikasi dalam pengamatan data, yaitu data untuk pemakaian Web, Mails, dan Files. Data tersebut dibagi menjadi dua bagian, yaitu data

pada jam sibuk yang diamati dari pukul 9.00 sampai dengan pukul 16.59 dan data pada jam tidak sibuk yang diamati mulai pukul 17.00 sampai dengan pukul 8.59. Data ini diambil dari server lokal di Palembang dan diamati dari tanggal 8 Agustus 2013 pukul 1.00 sampai dengan 7 September 2013 pukul 22.59 atau selama 31 hari.

2.15.1 Data Pemakaian Internet untuk Web

Data pemakaian internet untuk Web adalah data yang digunakan untuk mencari informasi atau hanya sekedar membuka halaman web tertentu. Salah satu contoh pemakaian internet untuk web ini adalah membuka Google dan mencari informasi tertentu. Contoh lain yang paling sering dilakukan adalah membuka facebook.

Tabel 1.21 Data pemakaian internet untuk web pada jam sibuk

No.	Tanggal	Jam Sibuk (9.00 - 16.59)		Total Pemakaian per Hari
		Diterima	Dikirim	
1.	8 - 8 - 2013	59,386	272,430	331,816
2.	9 - 8 - 2013	59,532	526,449	585,981
3.	10 - 8 - 2013	28,218	386,819	415,037
4.	11 - 8 - 2013	45,332	481,733	527,065
5.	12 - 8 - 2013	15,819	42,727	58,546
6.	13 - 8 - 2013	58,990	253,264	312,254
7.	14 - 8 - 2013	11,107	186,476	197,583
8.	15 - 8 - 2013	47,950	219,060	267,010
9.	16 - 8 - 2013	70,482	95,457	165,939
10.	17 - 8 - 2013	14,907	235,913	250,820
11.	18 - 8 - 2013	18,956	50,837	69,793
12.	19 - 8 - 2013	49,167	148,304	197,472
13.	20 - 8 - 2013	30,322	243,080	273,402
14.	21 - 8 - 2013	33,285	282,582	315,866
15.	22 - 8 - 2013	45,132	1457,350	1502,481
16.	23 - 8 - 2013	45,194	1119,614	1164,808
17.	24 - 8 - 2013	8,678	231,211	239,889
18.	25 - 8 - 2013	14,036	164,646	178,681
19.	26 - 8 - 2013	39,026	79,089	118,115

20.	27 - 8 - 2013	40,411	384,622	425,033
21.	28 - 8 - 2013	52,804	230,687	283,490
22.	29 - 8 - 2013	54,757	579,777	634,534
23.	30 - 8 - 2013	50,334	321,725	372,059
24.	31 - 8 - 2013	66,462	487,915	554,376
25.	1 - 9 - 2013	58,689	137,896	196,584
26.	2 - 9 - 2013	55,063	329,821	384,884
27.	3 - 9 - 2013	56,020	118,215	174,236
28.	4 - 9 - 2013	43,462	321,046	364,509
29.	5 - 9 - 2013	53,191	339,157	392,347
30.	6 - 9 - 2013	43,080	293,284	336,364
31.	7 - 9 - 2013	44,470	102,548	147,018
Total (kilobyte)		1314,259	10123,733	11437,992
Rata-rata (kilobyte)		42,395	326,572	368,967

Sumber : Data dari Server Lokal di Palembang

Tabel 1. 22 Data pemakaian internet untuk web pada jam tidak sibuk

No.	Tanggal	Bukan Jam Sibuk (17.00 - 8.59)		Total Pemakaian per Hari
		Diterima	Dikirim	
1.	8 - 8 - 2013	60,170	270,835	331,005
2.	9 - 8 - 2013	65,831	279,679	345,510
3.	10 - 8 - 2013	40,636	111,704	152,339
4.	11 - 8 - 2013	18,265	80,779	99,044
5.	12 - 8 - 2013	35,076	149,597	184,673
6.	13 - 8 - 2013	59,855	143,069	202,924
7.	14 - 8 - 2013	5,384	93,946	99,330
8.	15 - 8 - 2013	19,269	73,745	93,014
9.	16 - 8 - 2013	37,957	120,999	158,956
10.	17 - 8 - 2013	28,521	188,783	217,304
11.	18 - 8 - 2013	28,396	90,418	118,814
12.	19 - 8 - 2013	35,371	88,798	124,169
13.	20 - 8 - 2013	36,739	186,118	222,857
14.	21 - 8 - 2013	47,792	253,734	301,526

15.	22 - 8 - 2013	42,742	147,567	190,309
16.	23 - 8 - 2013	34,859	215,275	250,134
17.	24 - 8 - 2013	24,936	170,446	195,382
18.	25 - 8 - 2013	22,018	144,746	166,764
19.	26 - 8 - 2013	36,601	282,828	319,429
20.	27 - 8 - 2013	40,866	176,353	217,219
21.	28 - 8 - 2013	48,936	247,483	296,419
22.	29 - 8 - 2013	49,258	270,469	319,726
23.	30 - 8 - 2013	48,169	143,152	191,321
24.	31 - 8 - 2013	74,194	194,305	268,498
25.	1 - 9 - 2013	56,168	134,904	191,072
26.	2 - 9 - 2013	58,730	110,628	169,357
27.	3 - 9 - 2013	58,026	182,485	240,511
28.	4 - 9 - 2013	52,842	123,588	176,430
29.	5 - 9 - 2013	54,994	261,455	316,449
30.	6 - 9 - 2013	40,826	131,398	172,224
31.	7 - 9 - 2013	52,529	100,612	153,141
Total (kilobyte)		1315,955	5169,897	6485,852
Rata-rata (kilobyte)		42,450	166,771	209,221

Keterangan : Angka yang dicetak tebal adalah data pemakaian terendah dan tertinggi.

Tabel 1.21 dan Tabel 1.22 menunjukkan data pemakaian internet pada jam sibuk dan tidak sibuk untuk pemakaian web. Pada jam sibuk data yang dikirim hampir mencapai delapan kali lipat dari data yang diterima, sedangkan pada jam tidak sibuk data yang dikirim hampir mencapai empat kali lipat dari data yang diterima. Total data pemakaian untuk jam sibuk hampir mencapai dua kali lipat dari total pemakaian pada jam tidak sibuk.

2.15.2 Data Pemakaian Internet untuk Mails

Data pemakaian internet untuk mails adalah data yang digunakan untuk mengirimkan ataupun menerima email. Salah satu contoh pemakaian internet untuk mails ini adalah membuka inbox email dalam Yahoo atau membuka Hotmail dan juga mengirimkan pesan berupa email ke pengguna alamat email lainnya.

Tabel 1. 23 Data pemakaian internet untuk mails pada jam sibuk

No.	Tanggal	Jam Sibuk (9.00 - 16.59)		Total Pemakaian per Hari
		Diterima	Dikirim	
1.	8 - 8 - 2013	4,549	3,520	8,068
2.	9 - 8 - 2013	6,159	8,103	14,262
3.	10 - 8 - 2013	3,749	10,349	14,099
4.	11 - 8 - 2013	4,356	4,737	9,093
5.	12 - 8 - 2013	11,451	20,427	31,877
6.	13 - 8 - 2013	159,379	84,392	243,771
7.	14 - 8 - 2013	109,170	137,983	247,153
8.	15 - 8 - 2013	68,637	35,153	103,790
9.	16 - 8 - 2013	39,077	24,959	64,035
10.	17 - 8 - 2013	65,254	19,596	84,850
11.	18 - 8 - 2013	64,176	4,770	68,947
12.	19 - 8 - 2013	73,019	40,504	113,523
13.	20 - 8 - 2013	96,048	49,394	145,442
14.	21 - 8 - 2013	147,896	67,705	215,601
15.	22 - 8 - 2013	109,532	100,686	210,218
16.	23 - 8 - 2013	109,513	46,323	155,836
17.	24 - 8 - 2013	66,251	92,102	158,352
18.	25 - 8 - 2013	66,052	21,783	87,835
19.	26 - 8 - 2013	67,088	49,265	116,353
20.	27 - 8 - 2013	75,648	64,274	139,922
21.	28 - 8 - 2013	120,628	69,411	190,038
22.	29 - 8 - 2013	70,738	30,791	101,529
23.	30 - 8 - 2013	86,621	31,712	118,333
24.	31 - 8 - 2013	59,553	48,946	108,499
25.	1 - 9 - 2013	64,999	5,062	70,060
26.	2 - 9 - 2013	59,752	12,427	72,179
27.	3 - 9 - 2013	67,951	11,754	79,705
28.	4 - 9 - 2013	69,236	10,135	79,371
29.	5 - 9 - 2013	88,337	40,974	129,311
30.	6 - 9 - 2013	58,853	37,753	96,606
31.	7 - 9 - 2013	68,423	55,500	123,924
Total (kilobyte)		2162,094	1240,490	3402,584
Rata-rata (kilobyte)		69,745	40,016	109,761

Sumber : Data dari Server Lokal di Palembang

Tabel 1. 24 Data pemakaian internet untuk mails pada jam tidak sibuk

No.	Tanggal	Bukan Jam Sibuk (17.00 - 8.59)		Total Pemakaian per Hari
		Diterima	Dikirim	
1.	8 - 8 - 2013	59,290	6,235	65,525
2.	9 - 8 - 2013	47,191	9,411	56,603
3.	10 - 8 - 2013	62,522	11,693	74,215
4.	11 - 8 - 2013	61,904	7,751	69,654
5.	12 - 8 - 2013	59,500	5,683	65,183
6.	13 - 8 - 2013	25,482	26,038	51,521
7.	14 - 8 - 2013	65,323	5,561	70,884
8.	15 - 8 - 2013	49,363	47,298	96,660
9.	16 - 8 - 2013	66,079	10,483	76,562
10.	17 - 8 - 2013	46,766	10,494	57,260
11.	18 - 8 - 2013	4,033	4,510	8,543
12.	19 - 8 - 2013	6,595	6,759	13,354
13.	20 - 8 - 2013	21,705	18,033	39,738
14.	21 - 8 - 2013	79,103	31,118	110,221
15.	22 - 8 - 2013	4,949	4,469	9,418
16.	23 - 8 - 2013	15,159	54,524	69,683
17.	24 - 8 - 2013	6,831	4,458	11,289
18.	25 - 8 - 2013	144,022	48,944	192,966
19.	26 - 8 - 2013	137,792	8,100	145,892
20.	27 - 8 - 2013	111,656	47,670	159,326
21.	28 - 8 - 2013	32,600	4,211	36,812
22.	29 - 8 - 2013	8,413	33,316	41,729
23.	30 - 8 - 2013	5,140	6,030	11,170
24.	31 - 8 - 2013	7,942	11,152	19,094
25.	1 - 9 - 2013	5,005	4,480	9,484
26.	2 - 9 - 2013	14,071	8,250	22,321
27.	3 - 9 - 2013	12,530	11,740	24,270
28.	4 - 9 - 2013	12,555	18,986	31,541
29.	5 - 9 - 2013	13,168	5,497	18,665
30.	6 - 9 - 2013	75,270	71,215	146,485
31.	7 - 9 - 2013	4,746	4,605	9,351
Total (kilobyte)		1266.704	548,714	1815,418

Rata-rata (kilobyte)	40.861	17,700	58,562
-------------------------	--------	--------	--------

Keterangan : Angka yang dicetak tebal adalah data pemakaian terendah dan tertinggi

Berdasarkan Tabel 1.23 dan Tabel 1.24 menyajikan data pemakaian internet pada jam sibuk dan tidak sibuk untuk pemakaian mails. Pada jam sibuk data yang diterima hampir mencapai dua kali lipat dari data yang dikirim, sedangkan pada jam tidak sibuk data yang diterima hampir mencapai tiga kali lipat dari data yang diterima. Total data pemakaian pada jam sibuk hampir mencapai dua kali lipat dari total pemakaian pada jam tidak sibuk.

2.15.3 Data Pemakaian Internet untuk Files

Data pemakaian internet untuk Files adalah data yang digunakan untuk meng-upload dan men-download sesuatu. Contoh yang paling sering dilakukan adalah meng-upload foto di Facebook atau mungkin men-download gambar atau data tertentu dari internet.

Tabel 1. 25 Data pemakaian internet untuk files pada jam sibuk

No.	Tanggal	Jam Sibuk (9.00 - 16.59)		Total Pemakaian per Hari
		Diterima	Dikirim	
1.	8 - 8 - 2013	0	0	0
2.	9 - 8 - 2013	0	0	0
3.	10 - 8 - 2013	0	0	0
4.	11 - 8 - 2013	0	0	0
5.	12 - 8 - 2013	120,722	5803,546	5924,268
6.	13 - 8 - 2013	172,346	11468,996	11641,342
7.	14 - 8 - 2013	845,662	26835,377	27681,039
8.	15 - 8 - 2013	379,176	21368,312	21747,487
9.	16 - 8 - 2013	443,778	21919,957	22363,735
10.	17 - 8 - 2013	283,854	13446,779	13730,633
11.	18 - 8 - 2013	0,909	18,788	19,697
12.	19 - 8 - 2013	556,381	24278,796	24835,177
13.	20 - 8 - 2013	495,827	22741,001	23236,828
14.	21 - 8 - 2013	461,007	20719,313	21180,320

15.	22 - 8 - 2013	19454,912	30783,037	50237,949
16.	23 - 8 - 2013	2542,092	22381,015	24923,106
17.	24 - 8 - 2013	498,933	24315,201	24814,134
18.	25 - 8 - 2013	387,094	7439,640	7826,734
19.	26 - 8 - 2013	370,842	20103,148	20473,990
20.	27 - 8 - 2013	624,758	28013,736	28638,494
21.	28 - 8 - 2013	429,518	26324,811	26754,329
22.	29 - 8 - 2013	318,187	13719,066	14037,252
23.	30 - 8 - 2013	7380,891	18398,803	25779,694
24.	31 - 8 - 2013	683,372	35716,982	36400,354
25.	1 - 9 - 2013	262,593	8577,096	8839,689
26.	2 - 9 - 2013	311,583	15560,167	15871,750
27.	3 - 9 - 2013	799,990	34100,291	34900,281
28.	4 - 9 - 2013	146,991	6643,880	6790,871
29.	5 - 9 - 2013	755,056	25318,554	26073,609
30.	6 - 9 - 2013	1097,268	30706,261	31803,529
31.	7 - 9 - 2013	452,245	23528,231	23980,476
Total (kilobyte)		40275.986	540230,782	580506,768
Rata-rata (kilobyte)		1299.225	17426,799	18726,025

Sumber : Data dari Server Lokal di Palembang

Tabel 1.26 Data pemakaian internet untuk files pada jam tidak sibuk

No.	Tanggal	Bukan Jam Sibuk (17.00 - 8.59)		Total Pemakaian per Hari
		Diterima	Dikirim	
1.	8 - 8 - 2013	0	0	0
2.	9 - 8 - 2013	0	0	0
3.	10 - 8 - 2013	0	0	0
4.	11 - 8 - 2013	0	0	0
5.	12 - 8 - 2013	0	0	0
6.	13 - 8 - 2013	544,602	698,211	1242,813
7.	14 - 8 - 2013	5206,400	6196,287	11402,687
8.	15 - 8 - 2013	307,989	14519,938	14827,927

9.	16 - 8 - 2013	1022,142	7720,329	8742,472
10.	17 - 8 - 2013	207,826	9882,810	10090,636
11.	18 - 8 - 2013	145,438	5838,290	5983,728
12.	19 - 8 - 2013	306,078	984,720	1290,798
13.	20 - 8 - 2013	74,436	4063,386	4137,822
14.	21 - 8 - 2013	43,185	2095,378	2138,563
15.	22 - 8 - 2013	373,096	4712,521	5085,617
16.	23 - 8 - 2013	3392,446	9752,770	13145,215
17.	24 - 8 - 2013	1832,100	5857,658	7689,757
18.	25 - 8 - 2013	871,961	15042,118	15914,079
19.	26 - 8 - 2013	124,547	8086,508	8211,055
20.	27 - 8 - 2013	4382,429	15225,631	19608,059
21.	28 - 8 - 2013	660,057	6272,503	6932,560
22.	29 - 8 - 2013	181,648	10109,564	10291,212
23.	30 - 8 - 2013	2919,127	8414,754	11333,881
24.	31 - 8 - 2013	699,867	8846,750	9546,617
25.	1 - 9 - 2013	633,430	5227,261	5860,691
26.	2 - 9 - 2013	151,341	9593,941	9745,282
27.	3 - 9 - 2013	312,862	15788,281	16101,143
28.	4 - 9 - 2013	679,092	7642,140	8321,232
29.	5 - 9 - 2013	5,498	137,726	143,224
30.	6 - 9 - 2013	11166,402	11274,172	22440,574
31.	7 - 9 - 2013	2371,693	5789,215	8160,909
Total (kilobyte)		38615.691	199772,863	238388,553
Rata-rata (kilobyte)		1245.667	6444,286	7689,953

Keterangan : Angka yang dicetak tebal adalah data pemakaian terendah dan tertinggi

Tabel 1.25 dan Tabel 1.26 menunjukkan data pemakaian internet files pada jam sibuk dan tidak sibuk. Pada jam sibuk data yang dikirim hampir mencapai 14 kali lipat data yang diterima, sedangkan pada jam tidak sibuk data yang dikirim mencapai lima kali lipat dari data yang diterima. Total data pemakaian pada jam

sibuk hampir mencapai tiga kali lipat dari total pemakaian pada jam tidak sibuk.

Berdasarkan Tabel 1.21 sampai Tabel 1.26 maka diperoleh data sesuai pemakaiannya yang dapat digunakan dalam perhitungan seperti ditunjukkan pada Tabel 1.27.

Tabel 1.27 Data pemakaian internet untuk jam sibuk (X) dan jam tidak sibuk (Y)

	Web	Mails	Files
$\bar{X} = \bar{X}_1$	1.502,481	247,153	50.237,949
$\bar{X}_2$	1.164,808	243,771	36.400,354
X_m	58,546	8,068	0
$\bar{Y} = \bar{Y}_1$	345,510	192,966	22.440,574
$\bar{Y}_2$	331,005	159,326	19.608,059
Y_m	93,014	8,543	0

Keterangan : $\bar{X} = \bar{X}_1$ dan $\bar{Y} = \bar{Y}_1$ merupakan data pemakaian terbanyak atau terbesar, $\bar{X}_2$ dan $\bar{Y}_2$ adalah data untuk pemakaian terbesar ke dua serta X_m dan Y_m adalah data pemakaian terkecil.

Data pada Tabel 1.27 ini digunakan untuk perhitungan dalam pengoptimalan model skema yang sudah ada. Data pemakaian tertinggi pada jam sibuk dan pada jam tidak sibuk terdapat pada data pemakaian untuk files. Pemakaian data terendah pada jam sibuk dan pada jam tidak sibuk juga terdapat pada data pemakaian untuk files. Selain itu, dapat dilihat perbandingan yang cukup besar antara data pemakaian internet untuk files dengan data pemakaian internet lainnya.

2.16 Skema Pembiayaan Optimal untuk Konsumen Homogen

Pada masalah konsumen homogen ini dilakukan perbandingan skema pembiayaan yang paling optimal antara skema pembiayaan flat fee, usage based, dan two part tariff dengan menggunakan data pemakaian untuk web, mails, dan files.

Pada fungsi utilitas perfect substitute antara skema pembiayaan flat fee, usage based, dan two part tariff memiliki keuntungan maksimum yang sama besar. Sementara itu untuk

functions of bandwidth diminished with increasing bandwidth, karena skema pembiayaan flat fee dan two part tariff memiliki keuntungan yang sama besar namun berbeda dengan skema pembiayaan usage based maka dibedakan dalam perhitungan keuntungan yang lebih optimal diantara kedua kemungkinan tersebut.

Tabel 1.28 Model skema pembiayaan untuk konsumen homogen

Skema Pembiayaan	Fungsi Utilitas Perfect Substitute	Functions of bandwidth diminished with increasing bandwidth
Flat fee	$\sum_i(a\bar{X} + b\bar{Y})$	$\sum_i\left(U_0 + a \ln \frac{\bar{X}+1}{\bar{X}_m+1} + b \ln \frac{\bar{Y}+1}{\bar{Y}_m+1}\right)$
Usage based		$\sum_i\left(\frac{a\bar{X}}{\bar{X}+1} + \frac{b\bar{Y}}{\bar{Y}+1}\right)$
Two part tariff		$\sum_i\left(U_0 + a \ln \frac{\bar{X}+1}{\bar{X}_m+1} + b \ln \frac{\bar{Y}+1}{\bar{Y}_m+1}\right)$

Keterangan : Skema pembiayaan optimal pada konsumen homogen adalah $\sum_i(a\bar{X} + b\bar{Y})$.

2.16.1 Keuntungan Maksimum pada Konsumen Homogen untuk Data Web

Data untuk pemakaian web ini digunakan untuk membandingkan keuntungan maksimum yang diperoleh berdasarkan skema pembiayaan dan fungsi utilitas yang ada. Berdasarkan Tabel 1.27 dilakukan perhitungan berdasarkan fungsi utilitas perfect substitute dan functions of bandwidth diminished with increasing bandwidth.

Perhitungan untuk fungsi utilitas perfect substitute:

$$\sum_i(a\bar{X} + b\bar{Y}) = \sum_i(1.502,481a + 345,51b)$$

Perhitungan untuk functions of bandwidth diminished with increasing bandwidth:

1. Skema pembiayaan flat fee dan two part tariff

$$\begin{aligned} \sum_i\left(U_0 + a \ln \frac{\bar{X}+1}{\bar{X}_m+1} + b \ln \frac{\bar{Y}+1}{\bar{Y}_m+1}\right) &= \sum_i\left(U_0 + a \ln \frac{1.502,481+1}{58,546+1} + b \ln \frac{345,51+1}{93,014+1}\right) \\ &= \sum_i(U_0 + a \ln 25,249 + b \ln 3,686) \end{aligned}$$

$$= \sum_i (U_0 + 3,229a + 1,305b)$$

2. Skema pembiayaan usage based

$$\begin{aligned} \sum_i \left(\frac{a\bar{X}}{\bar{X}+1} + \frac{b\bar{Y}}{\bar{Y}+1} \right) &= \sum_i \left(\frac{a.1.502,481}{1.502,481+1} + \frac{b.345,51}{345,51+1} \right) \\ &= \sum_i (0,99933a + 0,99711b) \end{aligned}$$

Berdasarkan perhitungan yang telah dilakukan maka diperoleh Tabel 1.29.

Tabel 1. 29 Konsumen homogen dengan data pemakaian untuk web

Skema Pembiayaan	Fungsi Utilitas Perfect Substitute	Functions of bandwidth diminished with increasing bandwidth
Flat fee	$\sum_i (1.502,481a + 345,51b)$	$\sum_i (U_0 + 3,229a + 1,305b)$
Usage based		$\sum_i (0,99933a + 0,99711b)$
Two part tariff		$\sum_i (U_0 + 3,229a + 1,305b)$

Keterangan: $a > 0$, $b > 0$ dan $U_0 > 0$.

Berdasarkan fungsi utilitas perfect substitute karena keuntungan maksimum yang diperoleh dari masing-masing skema sama, yaitu sebesar $\sum_i (1.502,481a + 345,51b)$ maka skema pembiayaan yang dipilih antara skema pembiayaan flat fee, usage based, dan two part tariff tidak membuat keuntungan berubah, sedangkan untuk functions of bandwidth diminished with increasing bandwidth keuntungan yang lebih optimal diperoleh ketika ISP memilih menggunakan skema pembiayaan flat fee atau skema pembiayaan two part tariff, yaitu sebesar $\sum_i (U_0 + 3,229a + 1,305b)$. Jadi keuntungan maksimum yang paling optimal berada pada fungsi utilitas perfect substitute dengan besar keuntungan $\sum_i (1.502,481a + 345,51b)$.

2.16.2 Keuntungan Maksimum pada Konsumen Homogen untuk Data Mails

Berdasarkan Tabel 1.27 untuk pemakaian mails dan cara pengolahan data yang sama seperti data untuk pemakaian web maka diperoleh hasil seperti disajikan dalam Tabel 1.30.

Tabel 1.30 Konsumen homogen dengan data pemakaian untuk mails

Skema Pembiayaan	Fungsi Utilitas Perfect Substitute	Functions of Bandwidth Diminished with Increasing Bandwidth
Flat fee	$\sum_i(247,153a + 192,966b)$	$\sum_i(U_0 + 3,426a + 3,012b)$
Usage based		$\sum_i(0,99597a + 0,99484b)$
Two part tariff		$\sum_i(U_0 + 3,426a + 3,012b)$

Keterangan: $a > 0, b > 0$ dan $U_0 > 0$.

Berdasarkan fungsi utilitas perfect substitute, keuntungan maksimum yang diperoleh dari setiap skema sama, yaitu $\sum_i(247,153a + 192,966b)$ maka skema pembiayaan yang dipilih antara skema pembiayaan flat fee, usage based atau two part tariff tidak membuat keuntungan berubah, sedangkan untuk functions of bandwidth diminished with increasing bandwidth keuntungan yang optimal diperoleh ketika ISP memilih skema pembiayaan flat fee atau two part tariff, yaitu $\sum_i(U_0 + 3,426a + 3,012b)$. Jadi keuntungan maksimum yang paling optimal berada pada fungsi utilitas perfect substitute dengan besar keuntungan $\sum_i(247,153a + 192,966b)$.

2.16.3 Keuntungan Maksimum pada Konsumen Homogen untuk Data Files

Berdasarkan Tabel 1.27 untuk pemakaian mails dan perhitungan seperti pada data pemakaian web maka diperoleh hasil seperti disajikan dalam Tabel 1.31.

Tabel 1.31 Konsumen homogen dengan data pemakaian untuk files

Skema Pembiayaan	Fungsi Utilitas Perfect Substitute	Functions of Bandwidth Diminished with Increasing Bandwidth
Flat fee	$\sum_i(50.237,949a + 22.440,574b)$	$\sum_i(U_0 + 10,825a + 10,019b)$
Usage based		$\sum_i(0,99998a + 0,99996b)$
Two part tariff		$\sum_i(U_0 + 10,825a + 10,019b)$

Keterangan: $a > 0, b > 0$ dan $U_0 > 0$.

Berdasarkan fungsi utilitas perfect substitute karena keuntungan maksimum yang diperoleh dari masing-masing skema sama, yaitu sebesar $\sum_i(50.237,949a + 22.440,574b)$ maka skema pembiayaan yang dipilih antara skema pembiayaan flat fee, usage based, dan two part tariff membuat keuntungan sama, sedangkan untuk functions of bandwidth diminished with increasing bandwidth keuntungan yang lebih optimal diperoleh jika ISP memilih menggunakan skema pembiayaan flat fee atau skema pembiayaan two part tariff, yaitu sebesar $\sum_i(U_0 + 10,825a + 10,019b)$. Jadi keuntungan maksimum yang paling optimal berada pada fungsi utilitas perfect substitute dengan besar keuntungan $\sum_i(50.237,949a + 22.440,574b)$.

Berdasarkan analisis perhitungan keuntungan maksimum untuk konsumen homogen pada setiap pemakaian maka diperoleh hasil seperti disajikan Tabel 1.32. Berdasarkan tabel tersebut keuntungan yang diperoleh untuk jenis konsumen homogen ini semuanya berada pada skema pembiayaan dengan fungsi utilitas perfect substitute. Hal ini sesuai dengan analisis pada skema pembiayaan yang optimal untuk konsumen homogen.

Tabel 1.32 Rekapitulasi keuntungan maksimum untuk kasus konsumen homogen

Data Pemakaian	Skema Pembiayaan	Fungsi Utilitas Perfect Substitute	Functions of Bandwidth Diminished with Increasing Bandwidth
Web	Flat fee	$\sum_i(1.502,481a + 345,51b)$	$\sum_i(U_0 + 3,229a + 1,305b)$
	Usage based		$\sum_i(0,99933a + 0,99711b)$
	Two part tariff		$\sum_i(U_0 + 3,229a + 1,305b)$
Mails	Flat fee	$\sum_i(247,153a + 192,966b)$	$\sum_i(U_0 + 3,426a + 3,012b)$
	Usage based		$\sum_i(0,99597a + 0,99484b)$
	Two part tariff		$\sum_i(U_0 + 3,426a + 3,012b)$
Files	Flat fee	$\sum_i(50.237,949a + 2.440,574b)$	$\sum_i(U_0 + 10,825a + 10,019b)$
	Usage based		$\sum_i(0,99998a + 0,99996b)$
	Two part tariff		$\sum_i(U_0 + 10,825a + 10,019b)$

Keterangan : Fungsi yang dicetak tebal adalah keuntungan maksimum dari skema pembiayaan yang optimal.

2.17 Skema Pembiayaan Optimal untuk Kasus Konsumen Heterogen : High- end dan Low-end

Setelah dibahas tentang konsumen homogen, selanjutnya dilakukan perhitungan untuk konsumen high end dan konsumen low end berdasarkan data yang ada pada Tabel 1.27 dan berdasarkan analisis yang sudah ada, dilanjutkan dengan perhitungan untuk konsumen high end dan konsumen low end. Pada fungsi utilitas perfect substitute antara skema pembiayaan flat fee, usage based, dan two part tariff memiliki keuntungan maksimum yang sama besar, sedangkan untuk functions of bandwidth diminished with increasing bandwidth karena skema pembiayaan flat fee dan two part tariff memiliki keuntungan yang sama besar namun berbeda dengan skema pembiayaan usage based.

Tabel 1. 33 Model skema pembiayaan untuk konsumen heterogen : high end dan low end

Skema Pembiayaan	Fungsi Utilitas Perfect Substitute	Functions of Bandwidth Diminished with Increasing Bandwidth
Flat fee	$(m + n)(a_2\bar{X} + b_2\bar{Y})$	$(m + n) \left(U_{02} + a_2 \ln \frac{\bar{X}+1}{x_{m+1}} + b_2 \ln \frac{\bar{Y}+1}{y_{m+1}} \right)$
Usage based		$(m + n) \left(\frac{a_2\bar{X}}{\bar{X}+1} + \frac{b_2\bar{Y}}{\bar{Y}+1} \right)$
Two part tariff		$(m + n) \left(U_{02} + a_2 \ln \frac{\bar{X}+1}{x_{m+1}} + b_2 \ln \frac{\bar{Y}+1}{y_{m+1}} \right)$

Keterangan : Skema pembiayaan optimal pada konsumen heterogen: high-end dan low-end adalah $(m + n)(a_2\bar{X} + b_2\bar{Y})$.

2.17.1 Keuntungan Maksimum pada Konsumen High-end dan Low-end untuk Data Web

Data untuk pemakaian web ini digunakan untuk membandingkan keuntungan maksimum yang diperoleh

berdasarkan skema pembiayaan dan fungsi utilitas yang ada dan dilakukan perhitungan berdasarkan data pada Tabel 1.27.

Perhitungan untuk fungsi utilitas perfect substitute:

$$(m+n)(a_2\bar{X} + b_2\bar{Y}) = (m+n)(1.502,481a_2 + 345,510b_2)$$

Perhitungan untuk functions of bandwidth diminished with increasing bandwidth:

1. Skema pembiayaan flat fee dan two part tariff

$$\begin{aligned} (m+n) \left(U_{02} + a_2 \ln \frac{\bar{X}+1}{X_{m+1}} + b_2 \ln \frac{\bar{Y}+1}{Y_{m+1}} \right) \\ = (m+n) \left(U_{02} + a_2 \ln \frac{1.502,481+1}{58,546+1} + b_2 \ln \frac{345,51+1}{93,014+1} \right) \\ = (m+n)(U_{02} + a_2 \ln 25,68 + b_2 \ln 3,686) \\ = (m+n)(U_{02} + 3,246a_2 + 1,305b_2) \end{aligned}$$

2. Skema pembiayaan usage based

$$\begin{aligned} (m+n) \left(\frac{a_2\bar{X}}{\bar{X}+1} + \frac{b_2\bar{Y}}{\bar{Y}+1} \right) &= (m+n) \left(\frac{a_2.1.502,481}{1.502,481+1} + \frac{b_2.345,51}{345,51+1} \right) \\ &= (m+n)(0,99933a_2 + 0,99711b_2) \end{aligned}$$

Tabel 1. 34 Konsumen heterogen : high end dan low end dengan data pemakaian untuk web

Skema Pembiayaan	Fungsi Utilitas Perfect Substitute	Functions of Bandwidth Diminished with Increasing Bandwidth
Flat fee	$(m+n)$ $(1.502,481a_2 + 345,510b_2)$	$(m+n)$ $(U_{02} + 3,246a_2 + 1,305b_2)$
Usage based		$(m+n)(0,99933a_2 + 0,99711b_2)$
Two part tariff		$(m+n)$ $(U_{02} + 3,246a_2 + 1,305b_2)$

Keterangan: $a_2 > 0, b_2 > 0, U_{02} > 0, m > 0$ dan $n > 0$.

Berdasarkan fungsi utilitas perfect substitute karena keuntungan maksimum yang diperoleh dari masing-masing skema sama, yaitu sebesar $(m+n)(1.502,481a_2 + 345,510b_2)$ maka skema pembiayaan yang dipilih tidak mengubah keuntungan. Sementara itu, untuk functions of bandwidth diminished with increasing bandwidth keuntungan maksimum diperoleh ketika ISP

memilih menggunakan skema pembiayaan flat fee atau two part tariff, yaitu sebesar $(m + n)(U_{02} + 3,246a_2 + 1,305b_2)$. Jadi keuntungan maksimum yang lebih optimal diperoleh jika menggunakan fungsi utilitas perfect substitute pada salah satu skema pembiayaan yang ada dengan keuntungan $(m + n)(1.502,481a_2 + 345,510b_2)$.

2.17.2 Keuntungan Maksimum pada Konsumen High-end dan Low-end untuk Data Mails

Berdasarkan Tabel 1.27 untuk pemakaian mails dilakukan perhitungan seperti pada data pemakaian untuk web sehingga diperoleh hasil seperti yang ditunjukkan oleh Tabel 1.35.

Tabel 1. 35 Konsumen heterogen : high end dan low end dengan data pemakaian untuk mails

Skema Pembiayaan	Fungsi Utilitas Perfect Substitute	Functions of Bandwidth Diminished with Increasing Bandwidth
Flat fee	$(m + n)$ $(247,153a_2 + 192,966b_2)$	$(m + n)(U_{02} + 3,309a_2 + 3,123b_2)$
Usage based		$(m + n)(0,99597a_2 + 0,99484b_2)$
Two part tariff		$(m + n)(U_{02} + 3,309a_2 + 3,123b_2)$

Keterangan: $a_2 > 0, b_2 > 0, U_{02} > 0, m > 0$ dan $n > 0$.

Pada fungsi utilitas perfect substitute keuntungan maksimum yang diperoleh dari masing-masing skema sama, yaitu sebesar $(m + n)(247,153a_2 + 192,966b_2)$ sehingga skema pembiayaan yang dipilih antara skema pembiayaan flat fee, usage based, dan two part tariff tidak membuat keuntungan berubah. Sementara itu, untuk functions of bandwidth diminished with increasing bandwidth keuntungan yang lebih optimal diperoleh ketika ISP memilih menggunakan skema pembiayaan flat fee atau skema pembiayaan two part tariff, yaitu sebesar $(m + n)(U_{02} + 3,309a_2 + 3,123b_2)$. Jadi keuntungan maksimum yang lebih optimal berada pada fungsi utilitas perfect substitute dengan besar keuntungan $(m + n)(247,153a_2 + 192,966b_2)$.

2.17.3 Keuntungan Maksimum pada Konsumen High-end dan Low-end untuk Data Files

Berdasarkan data pemakaian mails pada Tabel 1.27, dapat dilakukan perhitungan seperti yang dilakukan pada data pemakaian web sehingga diperoleh data seperti pada Tabel 1.36.

Tabel 1.36 Konsumen heterogen : high end dan low end dengan data pemakaian untuk files

Skema Pembiayaan	Fungsi Utilitas Perfect Substitute	Functions of Bandwidth Diminished with Increasing Bandwidth
Flat fee	$(m + n)$ $(50.237,949a_2 + 22.440,574b_2)$	$(m + n)$ $(U_{02} + 10,825a_2 + 10,019b_2)$
Usage based		$(m + n)$ $(0,99998a_2 + 0,99996b_2)$
Two part tariff		$(m + n)$ $(U_{02} + 10,825a_2 + 10,019b_2)$

Keterangan: $a_2 > 0, b_2 > 0, U_{02} > 0, m > 0$ dan $n > 0$.

Pada fungsi utilitas perfect substitute karena keuntungan maksimum yang diperoleh dari masing-masing skema sama maka skema pembiayaan yang dipilih antara skema pembiayaan flat fee, usage based, dan two part tariff tidak membuat keuntungan berubah. Sementara itu, untuk functions of bandwidth diminished with increasing bandwidth keuntungan yang lebih optimal diperoleh ketika ISP memilih menggunakan skema pembiayaan flat fee atau skema pembiayaan two part tariff, yaitu sebesar $(m + n)(U_{02} + 10,825a_2 + 10,019b_2)$. Jadi keuntungan maksimum yang lebih optimal berada pada fungsi utilitas perfect substitute dengan besar keuntungan $(m + n)(50.237,949a_2 + 22.440,574b_2)$.

Berdasarkan analisis perhitungan keuntungan maksimum untuk konsumen high end dan low end pada setiap pemakaian maka diperoleh Tabel 1.37. Berdasarkan Tabel 1.37, keuntungan yang diperoleh untuk jenis konsumen high end dan low end berada pada skema pembiayaan dengan fungsi utilitas perfect substitute.

Hal ini sesuai dengan analisis pada skema pembiayaan yang optimal.

Tabel 1.37 Rekapitulasi keuntungan maksimum untuk kasus konsumen heterogen: high end dan low end

Jenis Data	Skema Pembiayaan	Fungsi Utilitas Perfect Substitute	Functions of Bandwidth Diminished with Increasing Bandwidth
Web	Flat fee	$(m + n)$ $(1.502,481a_2 + 345,510b_2)$	$(m + n)$ $(U_{02} + 3,246a_2 + 1,305b_2)$
	Usage based		$(m + n)$ $(0,99933a_2 + 0,99711b_2)$
	Two part tariff		$(m + n)$ $(U_{02} + 3,246a_2 + 1,305b_2)$
Mails	Flat fee	$(m + n)$ $(247,153a_2 + 192,966b_2)$	$(m + n)$ $(U_{02} + 3,309a_2 + 3,123b_2)$
	Usage based		$(m + n)$ $(0,99597a_2 + 0,99484b_2)$
	Two part tariff		$(m + n)$ $(U_{02} + 3,309a_2 + 3,123b_2)$
Files	Flat fee	$(m + n)$ $(50.237,949a_2 + 2.440,574b_2)$	$(m + n)$ $(U_{02} + 10,825a_2 + 10,019b_2)$
	Usage based		$(m + n)$ $(0,99998a_2 + 0,99996b_2)$
	Two part tariff		$(m + n)$ $(U_{02} + 10,825a_2 + 10,019b_2)$

Keterangan : Fungsi yang dicetak tebal adalah keuntungan maksimum dari skema pembiayaan yang optimal.

2.18 Skema Pembiayaan Optimal untuk Kasus Konsumen Heterogen : High Demand dan Low Demand

Selain dilakukan perhitungan untuk konsumen heterogen: high end dan low demand, dilakukan juga perhitungan untuk konsumen heterogen: high demand dan low demand. Pada kasus konsumen high demand dan low demand, pemakaian internet dibagi menjadi tiga, yaitu $\overline{X}_1$ dan $\overline{Y}_1$ yang diambil dari pemakaian tertinggi, $\overline{X}_2$ dan $\overline{Y}_2$ yang merupakan data tertinggi kedua, dan yang terakhir adalah X_m dan Y_m yang sama seperti data sebelumnya, yaitu data pemakaian terkecil.

Berdasarkan analisis yang telah dilakukan untuk fungsi utilitas perfect substitute memiliki keuntungan maksimum yang sama untuk skema pembiayaan usage based dan two part tariff tetapi berbeda untuk skema pembiayaan flat fee. Sementara itu, untuk fungsi utilitas sebagai fungsi bandwith yang berkurang dengan meningkatnya bandwidth memiliki keuntungan maksimum yang berbeda untuk masing-masing skema pembiayaan flat fee, usage based, dan two part tariff. Hasil analisa tersebut dapat dilihat pada Tabel 1.38.

Tabel 1. 38 Model skema pembiayaan untuk konsumen heterogen : high demand dan low demand

Skema Pembiayaan	Fungsi Utilitas Perfect Substitute	Functions of Bandwidth Diminished with Increasing Bandwidth
Flat fee	$(m + n)(a\overline{X}_2 + b\overline{Y}_2)$	$(m + n) \left(U_{02} + a \ln \frac{\overline{X}_2+1}{X_{m+1}} + b \ln \frac{\overline{Y}_2+1}{Y_{m+1}} \right)$
Usage based	$m(a\overline{X}_1 + b\overline{Y}_1) + n(a\overline{X}_2 + b\overline{Y}_2)$	$m \left(\frac{a\overline{X}_1}{\overline{X}_1+1} + \frac{b\overline{Y}_1}{\overline{Y}_1+1} \right) + n \left(\frac{a\overline{X}_2}{\overline{X}_1+1} + \frac{b\overline{Y}_2}{\overline{Y}_1+1} \right)$
Two part tariff		$m \left(a \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\overline{X}_1+1} + b \frac{\overline{Y}_1 - \overline{Y}_2}{\overline{Y}_1+1} \right) + (m + n) \left(U_{02} + a \ln \frac{X_2+1}{X_{m+1}} + b \ln \frac{Y_2+1}{Y_{m+1}} \right)$

Keterangan : Skema pembiayaan optimal pada konsumen heterogen: high-demand dan low-demand adalah $m(a\overline{X}_1 + b\overline{Y}_1) + n(a\overline{X}_2 + b\overline{Y}_2)$.

2.18.1 Keuntungan Maksimum pada Konsumen High Demand dan Low Demand untuk Data Web

Data untuk pemakaian web ini dapat dilihat pada Tabel 1.27, dengan jenis data sudah dikelompokkan berdasarkan jenis pemakaiannya. Selanjutnya dilakukan perhitungan terhadap masing-masing skema dari setiap fungsi utilitas.

Perhitungan untuk fungsi utilitas perfect Substitute:

1. Skema Pembiayaan Flat Fee

$$(m + n)(a\bar{X}_2 + b\bar{Y}_2) = (m + n)(1.164,808a + 331,005b)$$

2. Skema Pembiayaan Usage Based dan Two Part Tariff

$$\begin{aligned} m(a\bar{X}_1 + b\bar{Y}_1) + n(a\bar{X}_2 + b\bar{Y}_2) &= m(a \times 1.502,481 + b \times 345,51) + n(a \times 1.164,808 + b \times 331,005) \\ &= m(1.502,481a + 345,51b) + n(1.164,808a + 331,005b) \end{aligned}$$

Perhitungan untuk functions of bandwidth diminished with increasing bandwidth:

1. Skema pembiayaan flat fee

$$\begin{aligned} (m + n) \left(U_{02} + a \ln \frac{\bar{X}_2 + 1}{X_{m+1}} + b \ln \frac{\bar{Y}_2 + 1}{Y_{m+1}} \right) \\ = (m + n) \left(U_{02} + a \ln \frac{1.164,808 + 1}{58,546 + 1} + b \ln \frac{331,005 + 1}{93,014 + 1} \right) \\ = (m + n) (U_{02} + a_2 \ln 19,561 + b_2 \ln 3,531) \\ = (m + n) (U_{02} + 2,974a_2 + 1,262b_2) \end{aligned}$$

2. Skema pembiayaan usage based

$$\begin{aligned} m \left(\frac{a\bar{X}_1}{\bar{X}_1 + 1} + \frac{b\bar{Y}_1}{\bar{Y}_1 + 1} \right) + n \left(\frac{a\bar{X}_2}{\bar{X}_1 + 1} + \frac{b\bar{Y}_2}{\bar{Y}_1 + 1} \right) \\ = m \left(\frac{a.1.502,481}{1.502,481 + 1} + \frac{b.345,51}{345,51 + 1} \right) + n \left(\frac{a.1.164,808}{1.502,481 + 1} + \frac{b.331,005}{345,51 + 1} \right) \\ = m(0,99933a + 0,99711b) + n(0,775a + 0,955b) \end{aligned}$$

3. Skema pembiayaan two part tariff

$$\begin{aligned} m \left(a \frac{1.502,481 - 1.164,808}{1.502,481 + 1} + b \frac{345,51 - 331,005}{345,51 + 1} \right) \\ + (m + n) \left(U_{02} + a \ln \frac{1.164,808 + 1}{58,546 + 1} + b \ln \frac{331,005 + 1}{93,014 + 1} \right) \\ = m(0,225a + 0,042b) + (m + n) (U_{02} + a \ln 19,578 + b \ln 3,531) \\ = m(0,225a + 0,042b) + (m + n) (U_{02} + 2,974a + 1,261b) \end{aligned}$$

Tabel 1.39 Konsumen heterogen : high demand dan low demand dengan data pemakaian untuk web

Skema Pembiayaan	Fungsi Utilitas Perfect Substitute	Functions of Bandwidth Diminished with Increasing Bandwidth
Flat fee	$(m + n)$ $(1.164,808a + 331,005b)$	$(m + n)(U_{02} + 2,974a_2 + 1,262b_2)$
Usage based	$m(1.502,481a + 345,51b)$ $+n(1.164,808a + 331,005b)$	$m(0.99933a + 0,99711b)$ $+n(0,775a + 0,955b)$
Two part tariff		$m(0,225a + 0,042b)$ $+(m + n)(U_{02} + 2,974a + 1,261b)$

Keterangan: $a > 0, b > 0, U_{02} > 0, m > 0$ dan $n > 0$.

Pada kasus konsumen heterogen (high demand dan low demand) pada fungsi utilitas perfect substitute, keuntungan maksimum yang diperoleh ISP sebesar $m(1.502,481a + 345,51b) + n(1.164,808a + 331,005b)$ jika memilih untuk menggunakan skema pembiayaan usage based atau two part tariff.

Sementara itu, untuk perhitungan dengan functions of bandwidth diminished with increasing bandwidth, skema pembiayaan yang menghasilkan keuntungan $m(0,225a + 0,042b) + (m + n)(U_{02} + 2,974a + 1,261b)$ merupakan skema pembiayaan yang optimal, yaitu skema pembiayaan two part tariff.

Berdasarkan kedua skema pembiayaan yang optimal sesuai fungsi utilitasnya, keuntungan optimal yang dapat diperoleh ISP jika memilih skema pembiayaan usage based atau two part tariff dengan fungsi utilitas perfect substitute dengan keuntungan maksimum sebesar $m(1.502,481a + 345,51b) + n(1.164,808a + 331,005b)$.

2.18.2 Keuntungan Maksimum pada Konsumen High Demand dan Low Demand untuk Data Mails

Berdasarkan Tabel 1.27 diperoleh data untuk pengolahan data pada konsumen heterogen high demand dan konsumen low demand. Selanjutnya dilakukan perhitungan seperti pada data pemakaian untuk web sehingga diperoleh hasil seperti pada Tabel 1.40.

Tabel 1.40 Konsumen heterogen : high demand dan low demand dengan data pemakaian untuk mails

Skema Pembiayaan	Fungsi Utilitas Perfect Substitute	Functions of Bandwidth Diminished with Increasing Bandwidth
Flat fee	$(m + n)$ $(243,771a + 159,326b)$	$(m + n)(U_{02} + 3,296a + 2,821b)$
Usage based	$m(247,153a + 243,771b)$ $+n(243,771a + 159,326b)$	$m(0,99597a + 0,99484b) + n(0,982a + 0,821b)$
Two part tariff		$m(0,014a + 0,173b) + (m + n)(U_{02} + 3,296a + 2,821b)$

Keterangan: $a > 0, b > 0, U_{02} > 0, m > 0$ dan $n > 0$.

Pada kasus konsumen heterogen: high demand dan low demand, ISP akan memperoleh keuntungan maksimum yang lebih optimal pada fungsi utilitas perfect substitute, dengan memilih untuk menggunakan skema pembiayaan usage based atau two part tariff. Sementara itu, untuk functions of bandwidth diminished with increasing bandwidth, skema pembiayaan yang menghasilkan keuntungan maksimum yang lebih optimal jika memilih menggunakan skema pembiayaan two part tariff. Jadi skema pembiayaan yang optimal untuk ISP jika memilih menggunakan skema pembiayaan usage based atau two part tariff berdasarkan fungsi utilitas perfect substitute.

2.18.3 Keuntungan Maksimum pada Konsumen High Demand dan Low Demand untuk Data Files

Berdasarkan Tabel 1.27 dan dilakukan perhitungan seperti yang dilakukan pada data pemakaian web maka diperoleh seperti disajikan pada Tabel 1.41.

Tabel 1. 41 Konsumen heterogen: high demand dan low demand dengan data pemakaian untuk files

Skema Pembiayaan	Fungsi Utilitas Perfect Substitute	Functions of Bandwidth Diminished with Increasing Bandwidth
Flat fee	$(m + n)$ $(36.400,354a + 19.608,059b)$	$(m + n)$ $(U_{02} + 10,825a + 9,883b)$
Usage based	$m(50.237,949$ $+ 22.440,574b)$ $+n(36.400,354a19.608,059b)$	$m(0.99998a + 0,99996b)$ $+n(0,725a + 0,874b)$
Two part tariff		$m(0,275a + 0,126b)$ $+(m + n)(U_{02} + 10,825a + 9,883b)$

Keterangan: $a > 0, b > 0, U_{02} > 0, m > 0$ dan $n > 0$.

Pada kasus konsumen high demand dan low demand, ISP memperoleh keuntungan maksimum dengan memilih menggunakan skema pembiayaan usage based atau two part tariff. Sementara itu, untuk functions of bandwidth diminished with increasing bandwidth keuntungan maksimum diperoleh jika ISP memilih menggunakan skema pembiayaan two part tariff. Dari kedua keuntungan maksimum yang diperoleh dari masing-masing fungsi utilitas, ISP memperoleh keuntungan maksimum optimal jika menggunakan fungsi utilitas perfect substitute dengan skema pembiayaan usage based atau two part tariff.

Setelah dilakukan analisis perhitungan keuntungan maksimum untuk konsumen high demand dan low demand pada setiap pemakaian, maka dapat diperoleh rekapitulasi seperti pada Tabel 1.42. Keuntungan maksimum yang lebih optimal untuk kasus konsumen high demand dan low demand diperoleh jika ISP memilih skema pembiayaan usage based atau two part tariff berdasarkan fungsi utilitas perfect substitute.

Tabel 1. 42 Rekapitulasi keuntungan maksimum untuk kasus konsumen heterogen: high demand dan low demand

Jenis Data	Skema Pembiayaan	Fungsi Utilitas Perfect Substitute	Functions of Bandwidth Diminished with Increasing Bandwidth
Web	Flat fee	$(m + n)$ $(1.164,808a + 331,005b)$	$(m + n)$ $(U_{02} + 2,974a_2 + 1,262b_2)$
	Usage based	$m(1.502,481a + 345,51b)$ $+n(1.164,808a + 331,005b)$	$m(0.99933a + 0,99711b)$ $+n(0,775a + 0,955b)$
	Two part tariff		$m(0,225a + 0,042b)$ $+(m + n)$ $(U_{02} + 2,974a + 1,261b)$
Mails	Flat fee	$(m + n)$ $(243,771a + 159,326b)$	$(m + n)$ $(U_{02} + 3,296a + 2,821b)$
	Usage based	$m(247,153a + 243,771b)$ $+n(243,771a + 159,326b)$	$m(0.99597a + 0,99484b)$ $+n(0,982a + 0,821b)$
	Two part tariff		$m(0,014a + 0,173b)$ $+(m + n)$ $(U_{02} + 3,296a + 2,821b)$
Files	Flat fee	$(m + n)(36.400,354a + 19.608,059b)$	$(m + n)$ $(U_{02} + 10,825a + 9,883b)$

	Usage based	$m(50.237,949a + 22.440,574b)$ $+n(36.400,354a + 19.608,059b)$	$m(0.99998a + 0,99996b)$ $+n(0,725a + 0,874b)$
	Two part tariff		$m(0,275a + 0,126b)$ $+(m + n)$ $(U_{02} + 10,825a + 9,883b)$

Keterangan : Fungsi yang dicetak tebal adalah keuntungan maksimum dari skema pembiayaan yang optimal.

2.19 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan yang telah dilakukan dapat diambil kesimpulan bahwa:

1. Skema pembiayaan optimal untuk jenis konsumen homogen diperoleh berdasarkan fungsi utilitas perfect substitute dengan skema pembiayaan flat fee, usage based atau two part tariff.
2. Skema pembiayaan optimal untuk jenis konsumen heterogen: high end dan low end diperoleh berdasarkan fungsi utilitas perfect substitute dengan skema pembiayaan flat fee, usage based atau two part tariff
3. Skema pembiayaan optimal untuk konsumen heterogen: high demand dan low demand diperoleh berdasarkan fungsi utilitas perfect substitute dengan skema pembiayaan usage based atau two part tariff.

2.20 Saran

Pada penelitian ini telah dilakukan analisis terhadap dua bentuk fungsi utilitas, yaitu fungsi utilitas perfect substitute dan functions of bandwidth diminished with increasing bandwidth. Bagi peneliti lain disarankan untuk membahas fungsi utilitas yang berbeda seperti fungsi utilitas perfect complement.

3.1 Latar Belakang

Perkembangan internet saat ini semakin pesat sehingga penyedia layanan internet atau Internet Service Provider (ISP) termotivasi untuk memberikan layanan yang terbaik dengan harga yang terjangkau oleh konsumen. Menurut Wang dan Schulzrinne (2001), fungsi utilitas biasanya berhubungan dengan tingkat kepuasan yang pengguna dapatkan atas konsumsi layanan informasi yang dapat memaksimalkan keuntungan. Oleh karena itu, dibutuhkan fungsi utilitas yang terbaik yang tidak hanya bisa menguntungkan bagi ISP tetapi juga untuk konsumen dengan cara memberikan pelayanan terbaik kepada konsumen.

Fungsi utilitas biasanya berhubungan dengan tingkat kepuasan yang pengguna dapatkan atas pemakaian layanan informasi yang digunakan khususnya yang berhubungan dengan memaksimalkan keuntungan dalam mencapai tujuan tertentu dan dapat ditulis dengan $U = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ yang artinya bahwa $x_1, x_2, \dots, x_n$ berkontribusi utilitas pengguna yang mengindikasikan kepuasan-tujuan (Curescu, 2005; Wang and Schulzrinne, 2001).

Banyak asumsi yang digunakan dalam fungsi utilitas diantaranya fungsi bandwidth dengan nilai loss dan delay yang tetap. Menurut Wu, Hande et al (2010), alasan lain sehubungan dengan pemilihan fungsi utilitas adalah fungsi tersebut harus mudah disederhanakan dan mudah dianalisis homogenitas dan heterogenitasnya. Beberapa fungsi utilitas yang sering digunakan antara lain, fungsi utilitas Cobb-Douglas, Quasi-Linear, Perfect-Substitutes, Perfect Complement. Sebelumnya, penelitian untuk memperoleh solusi yang optimum dengan menggunakan fungsi utilitas telah dilakukan Wu dan Banker (2010). Dalam penelitiannya, hasil analisis yang diperoleh adalah pembiayaan dengan flat fee dan two-part tariff lebih optimal dibandingkan

dengan usage-based, dan hanya membandingkan ketiga strategi pembiayaan untuk fungsi utilitas Cobb-Douglas dengan memaksimalkan keuntungan bagi ISP dengan syarat, memperhatikan kepuasan konsumen, dan fungsi utilitas yang digunakan adalah fungsi utilitas yang telah di modifikasi.

Secara umum, biaya marginal adalah biaya yang penetapannya disesuaikan dengan banyaknya produksi suatu barang sehingga timbul perbedaan biaya tetap karena adanya penambahan atau pengurangan dalam jumlah unit produksi, sedangkan biaya pengawasan adalah biaya yang dikeluarkan untuk mengontrol aktivitas yang dilakukan agen dalam mengelola perusahaan. Penelitian (Indrawati et al, 2015) dan (Wu dan Banker, 2010) pada pemilihan fungsi utilitas yang dapat memaksimalkan keuntungan bagi penyedia layanan mengabaikan biaya pengawasan dan biaya marginal. Kenyataannya biaya pengawasan dan biaya marginal menjadi penting dalam perkembangan layanan informasi untuk tiga skema pembiayaan (flat-fee, usage-based, dan two-part-tariff). Biaya marginal dan biaya pengawasan dapat mempengaruhi harga skema pembiayaan yang optimal. Untuk itu, perlu dikaji mengenai biaya pengawasan dan biaya marginal dalam model skema pembiayaan layanan informasi yang melibatkan empat fungsi utilitas (Cobb-Douglas, Quasi-Linear, Perfect-Substitutes, Perfect Complements).

Oleh karena itu, dalam penelitian ini diteliti tiga skema pembiayaan internet (flat fee, usage-based, dan two-part tariff) pada jam sibuk (09.00 – 16.59 WIB) dan jam tidak sibuk (17.00 – 08.59 WIB) untuk konsumen heterogen dan konsumen homogen berdasarkan fungsi utilitas Cobb-Douglas dan Fungsi Bandwidth dengan memperhatikan biaya pengawasan dan biaya marginal.

3.2 Perumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah dijelaskan perumusan masalah dalam penelitian ini sebagai berikut :

1. Bagaimana mengembangkan Fungsi Utilitas Cobb-Douglas dan Fungsi Bandwidth pada skema pembiayaan

2. Bagaimana layanan informasi dengan penambahan biaya pengawasan dan biaya marginal dengan tipe pembiayaan flat fee, usage-based, dan two-part tariff untuk masalah konsumen homogen, konsumen heterogen (kemampuan untuk membayar), dan konsumen heterogen (tingkat pemakaian).
3. Bagaimana membandingkan model skema pembiayaan layanan informasi yang optimal dengan biaya pengawasan dan biaya marginal untuk fungsi utilitas Cobb-Douglas dan Fungsi Bandwidth dengan tipe pembiayaan flat fee, usage-based, dan two-part tariff untuk masalah konsumen homogen, konsumen heterogen (kemampuan untuk membayar), dan konsumen heterogen (tingkat pemakaian).

3.3 Pembatasan Masalah

Permasalahan pada penelitian ini dibatasi pada:

1. Pembentukan formulasi fungsi utilitas berdasarkan Cobb-Douglas dan Fungsi Bandwidth menggunakan diferensial secara analitik dengan mengaplikasikan biaya pengawasan dan biaya marginal.
2. Konsumen heterogen dibedakan menjadi 2 tipe yaitu heterogen berdasarkan konsumen golongan atas dan golongan bawah dan berdasarkan tingkat pemakaian tinggi dan tingkat pemakaian rendah.

3.4 Tujuan

Tujuan dari penelitian ini adalah :

1. Mengembangkan Fungsi Utilitas Cobb-Douglas dan Fungsi Bandwidth pada skema pembiayaan layanan informasi dengan memperluas model dengan penambahan biaya pengawasan dan biaya marginal dengan tipe pembiayaan flat fee, usage-based, dan two-part tariff untuk masalah konsumen homogen, konsumen heterogen (kemampuan untuk membayar), dan konsumen heterogen (tingkat pemakaian).

2. Membandingkan model skema pembiayaan layanan informasi yang optimal dengan biaya pengawasan dan biaya marginal untuk fungsi utilitas Cobb-Douglas dan Fungsi Bandwidth dengan tipe pembiayaan flat fee, usage-based, dan two-part tariff untuk masalah konsumen homogen, konsumen heterogen (kemampuan untuk membayar), dan konsumen heterogen (tingkat pemakaian).

3.5 Manfaat

Penelitian ini diharapkan dapat memberi manfaat kepada pembaca khususnya ISP :

1. Dapat memberikan bahan pertimbangan bagi penyedia layanan (ISP) dalam menentukan tipe - tipe skema pembiayaan yang sesuai dengan kemauan konsumen.
2. Diharapkan ISP dapat memaksimumkan keuntungan dari model skema pembiayaan yang telah diperoleh dengan mempertimbangkan kepuasan konsumen.
3. Diharapkan dapat memberikan wawasan/pengetahuan kepada pembaca ataupun peneliti mengenai skema pembiayaan layanan informasi yang optimal dengan biaya pengawasan dan biaya marginal untuk fungsi utilitas Cobb-Douglas dan Fungsi Bandwidth dengan tipe pembiayaan flat fee, usage-based, dan two-part tariff untuk masalah konsumen homogen, konsumen heterogen (kemampuan untuk membayar), dan konsumen heterogen (tingkat pemakaian).

3.6 Internet (Interconnected Network)

Internet (Inter-Network) adalah sebutan untuk sekumpulan jaringan komputer yang menghubungkan situs akademik, pemerintahan, komersial, organisasi, maupun perorangan. Internet menyediakan akses untuk layanan telekomunikasi dan sumber daya informasi untuk jutaan pemakainya yang tersebar di seluruh dunia. Adapun layanan internet yang tersedia saat ini seperti komunikasi langsung (email, chat), diskusi (Usenet News, email, milis), sumber daya informasi yang terdistribusi (World Wide Web,

Gopher), remote login dan lalu lintas file (Telnet, FTP), dan aneka layanan lainnya (Rohaya, 2008).

Saat ini internet telah menjadi salah satu infrastruktur komunikasi yang termurah dan jangkauan penerimaan yang luas dan tanpa batas, internet media informasi dan komunikasi yang lengkap secara online. Dengan keunggulan internet yang dapat melakukan pelayanan tanpa ada batas waktu, akses yang mudah dan biaya yang terjangkau serta kemudahan-kemudahannya (Aryanto dan Tjendrowasono, 2012).

3.7 Quality of Service (QoS)

QoS atau Quality of Service merupakan suatu jaringan yang menyediakan layanan yang lebih baik untuk pengguna dalam membagi bandwidth sesuai kebutuhan data dan voice. Sebenarnya, QoS sangat populer dan menyimpan banyak istilah yang sangat sering dilihat dari perspektif yang berbeda yaitu dari segi jaringan (networking), pengembangan aplikasi (application development) dan lain sebagainya. Dari segi networking, QoS mengacu kepada kemampuan memberikan pelayanan berbeda kepada lalu lintas jaringan dengan kelas-kelas yang berbeda. Tujuan akhir dari QoS adalah memberikan network service yang lebih baik dan terencana dengan dedicated bandwidth, jitter dan latency yang terkontrol dan meningkatkan loss karakteristik (Fatoni, 2010).

3.8 Penyedia Layanan Internet (ISP)

ISP berasal dari kata internet yang berarti hubungan computer dengan berbagai tipe yang membentuk system jaringan yang mencakup seluruh dunia service dan provider (Santoso, 2012). Internet service provider disingkat ISP adalah perusahaan atau badan yang menyediakan jasa sambungan internet dan jasa lainnya yang berhubungan. Kebanyakan perusahaan telepon merupakan penyedia jasa internet. Mereka menyediakan jasa seperti hubungan ke internet, pendaftaran nama domain dan hosting (Sahari, 2015).

3.9 Biaya Pengawasan dan Biaya Marginal

Dalam penelitiannya Wu dan Banker (2010), mengasumsikan bahwa biaya marginal (dilambangkan dengan c) dan biaya pengawasan (dilambangkan dengan t) keduanya nol. Pada bagian ini, dikaji bagaimana nilai positif (positif terkecil) dari biaya marginal dan biaya pengawasan mempengaruhi skema harga yang optimal. Analisis menunjukkan bahwa dalam kasus-kasus dimana pelanggan homogen atau ditandai dengan kesediaan heterogen untuk membayar, skema pembiayaan tidak bergantung terhadap kedua biaya ketika $c + t$ di bawah nilai ambang tertentu.

Jika c konstan, tidak memperkecil biaya pengawasan (t) terhadap two-part tariff pricing atau usage-based pricing pilihan yang lebih baik daripada flat fee pricing. Disamping itu, jika t konstan biaya marginal (c) meningkat tidak membuat flat fee pricing kurang menarik dibandingkan dengan two-part tariff pricing atau usage-based pricing, selama $c + t$ di bawah nilai tertentu.

Indrawati et al., (2014), telah menganalisis masalah jam sibuk dan jam tidak sibuk, dan tercatat bahwa masalah jam sibuk dan jam tidak sibuk dapat diselesaikan dengan cara yang sama. Dengan biaya marginal yang positif dan biaya pengawasan yang positif, keuntungan dari setiap pelanggan (dilambangkan dengan π) untuk setiap skema harga yang telah diberikan oleh :

- Flat fee pricing : $\pi = P - c\bar{X}$, dan untuk memaksimalkan keuntungan, P akan menjadi $a \log(\bar{X} + 1)$ dengan keuntungan maksimal $a \log(\bar{X} + 1) - c\bar{X}$
- Usage-based pricing : $\pi = P(P_x - c - t) X(P_x)$
- Two-part tariff pricing : $\pi = P(P_x - c - t) X(P_x) + P$.

3.10 Model Pasar Untuk Penyedia Layanan Internet

3.10.1 Optimasi Masalah Konsumen

Wu dan Banker (2010) menjelaskan bahwa pada skema pembiayaan (flat fee, usage-based dan two-part tariff) dan harga yang ditetapkan oleh penyedia layanan informasi, konsumen i menentukan untuk bergabung dengan program layanan (misalnya, untuk membeli layanan informasi) atau tidak dan menentukan

tingkat konsumsi layanan pada jam sibuk dan jam tidak sibuk untuk memaksimalkan total utilitasnya.

Parameter-Parameter yang diberikan :

- P : Biaya yang akan dikeluarkan konsumen untuk mengikuti layanan.
- P_X : Harga satuan yang ditetapkan oleh penyedia layanan di jam sibuk (09.00 – 16.59 WIB).
- P_Y : Harga satuan yang ditetapkan oleh penyedia layanan di jam tidak sibuk (17.00-08.59 WIB).
- $U_{i(X_i,Y_i)}$: Fungsi utilitas konsumen i pada tingkat konsumsi di jam sibuk dan di jam tidak sibuk dengan X_i merupakan tingkat konsumsi maksimum konsumen i pada layanan di jam sibuk dan Y_i merupakan tingkat konsumsi maksimum konsumen i pada layanan di jam tidak sibuk.

Variabel Keputusan:

- X_i : Tingkat konsumsi konsumen i pada layanan di jam sibuk.
- Y_i : Tingkat konsumsi konsumen i pada layanan di jam tidak sibuk.
- Z_i : Variabel keputusan yang bernilai 1 jika konsumen memilih untuk bergabung dengan program dan bernilai 0 jika tidak ingin bergabung.
- $\bar{X}_i$: Tingkat konsumsi maksimum konsumen i pada layanan di jam sibuk.
- $\bar{Y}_i$: Tingkat konsumsi maksimum konsumen i pada layanan di jam tidak sibuk.

Optimasi masalah konsumen:

$$maks_{X_i,Y_i,Z_i} U_{i(X_i,Y_i)} - P_X X_i - P_Y Y_i - PZ_i \quad (3.1)$$

dengan kendala:

$$X_i \leq \bar{X}_i Z_i \quad (3.2)$$

$$Y_i \leq \bar{Y}_i Z_i \quad (3.3)$$

$$U_{i(X_i,Y_i)} - P_X X_i - P_Y Y_i - PZ_i \geq 0 \quad (3.4)$$

$$Z_i = 0 \text{ atau } 1 \quad (3.5)$$

Persamaan (3.1) adalah untuk memaksimalkan kelebihan pemakai berdasarkan harga yang ditetapkan oleh penyedia layanan informasi. Dalam model ini tidak dipertimbangkan biaya awal bagi

konsumen untuk bergabung dalam program, kecuali pertimbangan hubungan jangka panjang antara penyedia dan konsumen yang tidak boleh menggunakan biaya untuk jangka waktu pendek atau jangka waktu tertentu.

Skema pembiayaan yang dipilih disesuaikan dengan variabel P , P_X , dan P_Y dengan tiga skema pembiayaan yaitu :

1. Skema pembiayaan flat fee, jika P_X dan P_Y keduanya bernilai nol dan P adalah positif.
2. Skema pembiayaan usage-based, jika P_X dan P_Y positif dan P bernilai nol
3. Skema pembiayaan two-part tariff, jika P , P_X dan P_Y semuanya bernilai positif

Persamaan (3.5) ditentukan oleh konsumen i , jika konsumen i memilih tidak bergabung dengan program maka Z_i bernilai 0 sehingga kendala (3.2) dan (3.3) bernilai nol untuk tingkat konsumsinya (X_i dan Y_i) dan utilitas total serta biaya keduanya bernilai nol. Jika konsumen i memutuskan untuk bergabung dengan program maka $Z_i = 1$, dan konsumen tersebut harus memutuskan tingkat konsumsi optimal X_i dan Y_i , yang tidak bisa melebihi batas atasnya $\bar{X}_i$ dan $\bar{Y}_i$.

3.10.2 Optimasi Masalah Produsen

Menurut Wu dan Banker (2010), ada beberapa masalah optimasi yang dihadapi oleh produsen. Akan ditetapkan skema harga oleh penyedia layanan, guna memaksimalkan total keuntungan.

Parameter-parameter yang diberikan :

- | | |
|------------------------------|---|
| $X_i^* = X_{i(P_X, P_Y, P)}$ | : Tingkat konsumsi konsumen i pada layanan di jam sibuk (09.00-16.59 WIB). |
| $Y_i^* = Y_{i(P_X, P_Y, P)}$ | : Tingkat konsumsi konsumen i pada layanan di jam tidak sibuk (17.00-08.59 WIB). |
| $Z_i^* = Z_{i(P_X, P_Y, P)}$ | : Variabel keputusan konsumen i tentang partisipasi dalam mengikuti layanan. |
| $U_{i(X_i, Y_i)}$ | : Fungsi utilitas konsumen i pada tingkat konsumsi di jam sibuk dan jam tidak sibuk dengan X_i adalah tingkat |

penggunaan layanan saat jam sibuk dan Y_i adalah tingkat penggunaan layanan saat bukan jam sibuk.

$\bar{X}_i$: Tingkat konsumsi maksimum konsumen i pada layanan di jam sibuk.

$\bar{Y}_i$: Tingkat konsumsi maksimum konsumen i pada layanan di jam tidak sibuk.

Variabel Keputusan:

P : Biaya langganan bagi konsumen untuk mengikuti layanan.

P_X : Biaya yang ditetapkan oleh penyedia layanan pada jam sibuk.

P_Y : Biaya yang ditetapkan oleh penyedia layanan pada jam tidak sibuk.

Optimasi masalah produsen:

$$\max_{P, P_X, P_Y} \sum_i (P_X X_i^* + P_Y Y_i^* + P Z_i^*) \quad (3.6)$$

dengan $(X_i^*, Y_i^*, Z_i^*) = \arg \max U_{i(X_i, Y_i)} - P_X X_i - P_Y Y_i - P Z_i$

dengan kendala:

$$X_i \leq \bar{X}_i Z_i$$

$$Y_i \leq \bar{Y}_i Z_i$$

$$U_{i(X_i, Y_i)} - P_X X_i - P_Y Y_i - P Z_i \geq 0$$

$$Z_i = 0 \text{ atau } 1$$

Persamaan (3.6) adalah untuk memaksimalkan total keuntungan produsen yang diperoleh berdasarkan masalah optimasi yang dihadapi oleh konsumen. Oleh karena itu, penyedia layanan memiliki kapasitas yang cukup sehingga biaya marjinal dan biaya pengawasan yang disediakan layanan adalah nol.

3.11 Fungsi Utilitas

Fungsi utilitas memiliki beberapa jenis, diantaranya yaitu fungsi utilitas Cobb-Douglas, Quasi-Linear, perfect complements, dan Fungsi Bandwidth. Dalam penelitian ini yang dibahas ialah : Cobb-Douglas dan Fungsi Bandwidth.

3.11.1 Fungsi Utilitas Berdasarkan Cobb-Douglas

Indrawati et al., (2014), bentuk umum fungsi utilitas berdasarkan Cobb-Douglas : $U(X, Y) = X^a Y^b$.

Berikut ini analisis fungsi utilitas Cobb-Douglas untuk konsumen homogen dan konsumen heterogen berdasarkan 3 strategi pembiayaan.

3.11.1.1 Konsumen Homogen

Optimasi masalah konsumen homogen :

$$\text{maks}_{X,Y,Z} X^a Y^b - P_X X - P_Y Y - PZ \quad (3.7)$$

dengan kendala :

$$X \leq \bar{X}Z \quad (3.8)$$

$$Y \leq \bar{Y}Z \quad (3.9)$$

$$X^a Y^b - P_X X - P_Y Y - PZ \geq 0 \quad (3.10)$$

$$Z = 0 \text{ atau } 1 \quad (3.11)$$

Optimasi masalah penyedia layanan untuk konsumen homogen :

$$\text{maks}_{P,P_X,P_Y} \sum_i (P_X X^* + P_Y Y^* + PZ^*) \quad (3.12)$$

dengan $(X^*, Y^*, Z^*) = \arg \text{maks } X^a Y^b - P_X X - P_Y Y - PZ$

dengan kendala :

$$X \leq \bar{X}Z$$

$$Y \leq \bar{Y}Z$$

$$X^a Y^b - P_X X - P_Y Y - PZ \geq 0$$

$$Z_i = 0 \text{ atau } 1$$

3.11.1.2 Konsumen Heterogen High-End dan Low-End

Optimasi masalah konsumen heterogen:

$$\text{maks}_{X_i, Y_i, Z_i} X_i^{a_i} Y_i^{b_i} - P_X X_i - P_Y Y_i - PZ_i \quad (3.13)$$

dengan kendala :

$$X_i \leq \bar{X}Z_i \quad (3.14)$$

$$Y_i \leq \bar{Y}Z_i \quad (3.15)$$

$$X_i^{a_i} Y_i^{b_i} - P_X X_i - P_Y Y_i - PZ_i \geq 0 \quad (3.16)$$

$$Z_i = 0 \text{ atau } 1 \quad (3.17)$$

Optimasi masalah produsen untuk konsumen heterogen :

$$\text{maks}_{P,P_X,P_Y} [m(P_X X_1^* + P_Y Y_1^* + PZ_1^*) + n(P_X X_2^* + P_Y Y_2^* + PZ_2^*)] \quad (3.18)$$

dengan $(X_i^*, Y_i^*, Z_i^*) = \arg \text{maks } X_i^{a_i} Y_i^{b_i} - P_X X_i - P_Y Y_i - PZ_i$

dengan kendala :

$$X_i \leq \bar{X}Z_i$$

$$Y_i \leq \bar{Y}Z_i$$

$$X_i^{a_i} Y_i^{b_i} - P_X X_i - P_Y Y_i - PZ_i \geq 0$$

$$Z_i = 0 \text{ atau } 1$$

3.11.1.3 Konsumen Heterogen High-Demand dan Low-Demand

Misalkan diasumsikan dua jenis konsumen, konsumen high-demand (tipe 1) dengan tingkat konsumsi maksimum $\bar{X}_1$ dan $\bar{Y}_1$, dan konsumen tingkat pemakaian rendah (tipe 2) dengan tingkat konsumsi maksimum $\bar{X}_2$ dan $\bar{Y}_2$. Misalkan ada m konsumen (tipe 1) dan n konsumen (tipe 2) dengan $a_1 = a_2 = a$ dan $b_1 = b_2 = b$.

3.11.2 Fungsi Bandwidth

Beberapa asumsi umum tentang fungsi utilitas sebagai fungsi dari bandwidth menurut (Wang dan Schulzrinne, 2004), dengan menetapkan nilai kehilangan (lost) dan keterlambatan (delay). Penyedia layanan ini memiliki bandwidth transmisi minimum dan utilitas adalah nol untuk bandwidth awal. Selain itu, hasil dari kepuasan konsumen dilaporkan bahwa fungsi utilitas biasanya mengikuti model yang menurun kembali ke skala, yaitu utilitas marjinal sebagai Fungsi Bandwidth yang berkurang dengan meningkatkan bandwidth dan akhirnya bernilai nol. Hal tersebut mendefinisikan persyaratan QoS yang maksimal.

Bentuk umum (Wang dan Schulzrinne, 2004):

$$U(x) = U_0 + w \ln \frac{x}{x_m} \quad (3.19)$$

dengan : x_m : Minimum bandwidth yang diharapkan konsumen

w : Sensitifitas tingkat kepuasan pada bandwidth;

U_0 : Peluang keuangan bagi produsen yang diharapkan pada konsumen

Dari Persamaan (2.20) tersebut diperoleh bentuk umum fungsi utilitas sebagai Fungsi Bandwidth (Yang, 2004) :

$$U_{kj} = U_{0j} + W_j \ln \frac{x_{kj}}{L_{mj}} \quad (3.20)$$

dengan :

U_{kj} : Penghasilan yang diperoleh dari konsumen k pada kelas j ;

W_j : Sensitifitas harga untuk bandwidth pada kelas j ;

U_{0j} : Peluang keuangan bagi kelas j ketika konsumen telah mempersiapkan saat tingkat QoS terendah

L_{mj} : Tingkat terendah (minimum) bandwidth pada kelas j ;

X_{kj} : Bandwidth yang didapat oleh konsumen k pada kelas j

Bentuk umum lainnya (Puspita et al, 2013) :

$$\max profit = \sum_j \sum_i (a_j \cdot Z_{ij}) + w_j \ln \frac{\bar{X}_{ij}}{L_{mj}}$$

dengan kendala :

$$\sum_j \sum_i (X_{ij}) \leq Q \quad (3.21)$$

$$\bar{X}_{ij} \geq L_{mj} - (1 - Z_{ij}), i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, m \quad (3.22)$$

$$W_j \leq \bar{W}_{ij} + (1 - Z_{ij}), i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, m \quad (3.23)$$

$$\bar{X}_{ij} \geq V_i - (1 - Z_{ij}), i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, m \quad (3.24)$$

$$\bar{X}_{ij} \geq Z_{ij}, i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, m \quad (3.25)$$

$$\bar{X}_{ij} \geq 0, i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, m \quad (3.26)$$

$$L_{mj}, j = 1, \dots, m \quad (3.27)$$

$$W_j \geq 0, j = 1, \dots, m \quad (3.28)$$

$$\bar{X}_{ij} \leq X, i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, m \quad (3.29)$$

$$Z_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{jika konsumen } i \text{ adalah penerima dari class } j \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases} \quad (3.30)$$

$$0 \leq \bar{W}_{ij} \leq c, i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, m; c \in [0,1] \quad (3.31)$$

dimana c adalah harga batas atas untuk pengguna i dalam class j.

dengan :

α_j = Harga dasar untuk class j

Q = Total Bandwidth

V_i = Nilai minimum bandwidth yang dibutuhkan oleh pengguna i

variabel keputusan sebagai berikut :

$$Z_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{jika konsumen } i \text{ adalah penerima dari class } j \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases}$$

$\bar{X}_{ij}$ = Bandwidth akhir yang diperoleh oleh pengguna i untuk class j

L_{mj} = Minimum bandwidth untuk class j

W_j = Harga sensitivitas untuk class j

X_j = Bandwidth yang digunakan untuk pengguna individu di class j

$\bar{W}_{ij}$ = Harga sensitivitas untuk pengguna i di class j

Dasar pemberian harga dari setiap kelas disesuaikan oleh penyedia layanan internet, ISP. Pelanggan menawar dengan menentukan koefisien sensitivitas dan tingkat bandwidth minimum. Hal tersebut bertujuan memaksimalkan keuntungan penyedia layanan dan menyesuaikan sumber daya yang tersedia.

3.12 Fungsi Utilitas Berdasarkan Cobb-Douglas

Pada kasus ini digunakan fungsi utilitas berdasarkan Cobb-Douglas: $U(X, Y) = X^a Y^b$

Berikut ini analisis fungsi utilitas Cobb-Douglas untuk konsumen homogen dan konsumen heterogen berdasarkan 3 strategi pembiayaan dengan melibatkan Biaya Pengawasan (t) dan Biaya Marginal (c).

3.12.1 Fungsi Utilitas Cobb-Douglas Pada Konsumen Homogen

Optimasi Masalah Konsumen :

$$\max_{X,Y,Z} X^a Y^b - P_X X - P_Y Y - PZ - (X + Y)c \quad (3.32)$$

dengan kendala :

$$X \leq \bar{X}Z \quad (3.33)$$

$$Y \leq \bar{Y}Z \quad (3.34)$$

$$X^a Y^b - P_X X - P_Y Y - PZ - (X + Y)c \geq 0 \quad (3.35)$$

$$Z = 0 \text{ atau } 1 \quad (3.26)$$

Optimasi Masalah Penyedia layanan (ISP) :

$$\max_{P_X, P_Y} \sum_i (P_X X^* + P_Y Y^* + PZ^*) \quad (3.37)$$

dengan $(X^*, Y^*, Z^*) = \arg \max X^a Y^b - P_X X - P_Y Y - PZ - (X + Y)c$

dengan kendala :

$$X \leq \bar{X}Z$$

$$Y \leq \bar{Y}Z$$

$$X^a Y^b - P_X X - P_Y Y - PZ - (X + Y)c \geq 0$$

$$Z_i = 0 \text{ atau } 1$$

Berikut ini penentuan keuntungan maksimum pada setiap skema pembiayaan yang digunakan oleh penyedia layanan (ISP).

Kasus 1a. Jika penyedia layanan (ISP) menggunakan skema pembiayaan flat-fee maka ditetapkan $P_X = 0, P_Y = 0, P > 0$, artinya harga yang digunakan oleh penyedia layanan tidak

berpengaruh pada jam sibuk ataupun jam tidak sibuk. Dengan demikian optimasi masalah konsumen menjadi :

$$\begin{aligned} & \text{maks}_{X,Y,Z} X^a Y^b - P_X X - P_Y Y - PZ - (X + Y) c \\ &= \text{maks}_{X,Y,Z} X^a Y^b - (0)X - (0)Y - P(1) - (X + Y)c \\ &= \text{maks}_{X,Y,Z} X^a Y^b - P - (X + Y)c \end{aligned}$$

Dengan menggunakan Kendala (3.35), diperoleh :

$$\begin{aligned} & X^a Y^b - P_X X - P_Y Y - PZ - (X + Y)c \geq 0 \\ & \Leftrightarrow X^a Y^b - (0)X - (0)Y - P(1) - (X + Y)c \geq 0 \\ & \Leftrightarrow X^a Y^b - P(1) - (X + Y)c \geq 0 \\ & \Leftrightarrow P \leq X^a Y^b - (X + Y)c \end{aligned}$$

Masalah produsen menjadi :

$$\begin{aligned} & \text{maks}_{P,P_X,P_Y} \sum_i (P_X X^* + P_Y Y^* + PZ^*) = \text{maks}_{P,P_X,P_Y} \sum_i ((0)X^* + (0)Y^* + P(1)) \\ &= \text{maks}_{P,P_X,P_Y} \sum_i ((0)X^* + (0)Y^* + X^a Y^b - (X + Y)c) = \text{maks}_{P,P_X,P_Y} \sum_i [X^a Y^b - (X + Y)c] \end{aligned}$$

Untuk memaksimumkan persamaan (3.32), tingkat konsumsi konsumen menjadi $X = \bar{X}$ dan $Y = \bar{Y}$, sehingga konsumen bisa mendapatkan harga $\bar{X}^a \bar{Y}^b - (\bar{X} + \bar{Y})c$, dengan biaya yang dikenakan pada skema pembiayaan flat fee ini adalah $\bar{X}^a \bar{Y}^b - (\bar{X} + \bar{Y})c$ dan keuntungan maksimum yang diperoleh penyedia layanan (ISP) adalah

$$\sum_i [\bar{X}^a \bar{Y}^b - (\bar{X} + \bar{Y})c]$$

Berdasarkan kasus ini diperoleh :

Lemma 1a :

Jika penyedia layanan (ISP) menggunakan skema pembiayaan flat-fee, maka harga yang dikenakan kepada konsumen sebesar $\bar{X}^a \bar{Y}^b - (\bar{X} + \bar{Y})c$ dan keuntungan maksimum yang diperoleh produsen sebesar :

$$\sum_i [\bar{X}^a \bar{Y}^b - (\bar{X} + \bar{Y})c]$$

Untuk Skema Pembiayaan usage-based dan two-part tariff:

Optimasi Masalah Konsumen :

$$\text{maks}_{X,Y,Z} X^a Y^b - P_X X - P_Y Y - PZ - (c + t) X - (c + t) Y \quad (3.38)$$

dengan kendala :

$$X \leq \bar{X}Z \quad (3.39)$$

$$Y \leq \bar{Y}Z \quad (3.40)$$

$$X^a Y^b - P_X X - P_Y Y - PZ - (c + t) X - (c + t) Y \geq 0 \quad (3.41)$$

$$Z = 0 \text{ atau } 1 \quad (3.42)$$

Optimasi Masalah Penyedia layanan (ISP) :

$$\begin{aligned} & \text{maks}_{P_X, P_Y, P_Z} \sum_i (P_X X^* + P_Y Y^* \\ & + PZ^*) \end{aligned} \quad (3.43)$$

dengan $(X^*, Y^*, Z^*) = \arg \text{maks } X^a Y^b - P_X X - P_Y Y - PZ - (c + t) X - (c + t) Y$

dengan kendala :

$$X \leq \bar{X}Z$$

$$Y \leq \bar{Y}Z$$

$$X^a Y^b - P_X X - P_Y Y - PZ - (c + t) X - (c + t) Y \geq 0$$

$$Z_i = 0 \text{ atau } 1$$

Kasus 2a. Jika penyedia layanan (ISP) menggunakan harga usage-based dengan $P_X > 0, P_Y > 0, P = 0$, dan $c \& t = \text{konstanta}$, maka penyedia layanan (ISP) memberikan harga berdasarkan jam sibuk dan jam tidak sibuk. Berdasarkan ketentuan diatas persamaan (3.38) menjadi :

$$\begin{aligned} & \text{maks}_{X, Y, Z} X^a Y^b - P_X X - P_Y Y - 0 \cdot Z - (c + t) X - (c + t) Y \\ & = \text{maks}_{X, Y, Z} X^a Y^b - P_X X - P_Y Y - (c + t) X - (c + t) Y \end{aligned} \quad (3.44)$$

Untuk meminimumkan fungsi tersebut dengan menggunakan syarat perlu dan syarat cukup, persamaan (3.44) diferensialkan terhadap X dan Y :

(iii) Syarat perlu :

$$\frac{\partial (X^a Y^b - P_X X - P_Y Y - (c + t) X - (c + t) Y)}{\partial X} = 0, \text{ diperoleh :}$$

$$a X^{a-1} Y^b - (c + t) = P_X$$

$$(3.45)$$

$$\Leftrightarrow X^{a-1} = \frac{P_X + (c + t)}{a Y^b}$$

$$\Leftrightarrow \log X^{a-1} = \log \frac{P_X + (c + t)}{a Y^b}$$

$$\Leftrightarrow (a - 1) \log X = \log \left(\frac{P_X + (c + t)}{a Y^b} \right)$$

$$\Leftrightarrow (a-1)^{-1}(a-1) \log X = (a-1)^{-1} \log \left(\frac{P_X + (c+t)}{aY^b} \right)$$

$$\Leftrightarrow \log X = \log \left(\frac{P_X + (c+t)}{aY^b} \right)^{(a-1)^{-1}}$$

$$\Leftrightarrow \log X = \log \left(\frac{P_X + (c+t)}{aY^b} \right)^{\frac{1}{a-1}}$$

$$\Leftrightarrow X = \left(\frac{P_X + (c+t)}{aY^b} \right)^{\frac{1}{a-1}},$$

diasumsikan bahwa $X = X^*$

$$\Rightarrow X^* = \left(\frac{P_X + (c+t)}{aY^b} \right)^{\frac{1}{a-1}}$$

(iv) Syarat cukup :

$$\frac{\partial^2 (X^a Y^b - P_X X - P_Y Y - (c+t) X - (c+t) Y)}{\partial X^2} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial (a X^{a-1} Y^b - (c+t) - P_X)}{\partial X} = a(a-1) X^{a-2} Y^b > 0$$

artinya $P_X = a X^{a-1} Y^b - (c+t)$ merupakan harga minimum.

Dan

(iii) Syarat perlu :

$$\frac{\partial (X^a Y^b - P_X X - P_Y Y - (c+t) X - (c+t) Y)}{\partial Y} = 0, \text{ diperoleh :}$$

$$b X^a Y^{b-1} - (c+t) = P_Y \quad (3.46)$$

$$\Leftrightarrow Y^{b-1} = \frac{P_Y + (c+t)}{bX^a}$$

$$\Leftrightarrow \log Y^{b-1} = \log \frac{P_Y + (c+t)}{bX^a}$$

$$\Leftrightarrow (b-1) \log Y = \log \left(\frac{P_Y + (c+t)}{bX^a} \right)$$

$$\Leftrightarrow (b-1)^{-1} (b-1) \log Y$$

$$= (b-1)^{-1} \log \left(\frac{P_Y + (c+t)}{bX^a} \right)$$

$$\Leftrightarrow \log Y = \log \left(\frac{P_Y + (c+t)}{bX^a} \right)^{(b-1)^{-1}}$$

$$\Leftrightarrow \log Y = \log \left(\frac{P_Y + (c+t)}{bX^a} \right)^{\frac{1}{b-1}}$$

$$\Leftrightarrow Y = \left(\frac{P_Y + (c+t)}{bX^a} \right)^{\frac{1}{b-1}}, \text{ diasumsikan bahwa } Y = Y^*$$

$$\Rightarrow Y^* = \left(\frac{P_Y + (c+t)}{bX^a} \right)^{\frac{1}{b-1}}$$

(iv) Syarat cukup :

$$\frac{\partial^2 (X^a Y^{b-1} - P_X X - P_Y Y)}{\partial Y^2} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial (b X^a Y^{b-1} - (c+t) - P_Y)}{\partial Y} = b(b-1) X^a Y^{b-2} > 0$$

artinya $P_Y = b X^a Y^{b-1} - (c+t)$ merupakan harga minimum.

Optimasi masalah produsen menjadi :

$$\max_{P, P_X, P_Y} \sum_i (P_X X^* + P_Y Y^*)$$

$$= \max_{P, P_X, P_Y} \sum_i \left[P_X \left(\frac{[P_X + (c+t)]^{\frac{1}{a-1}}}{a^{\left(\frac{1}{a-1}\right)} Y^{\left(\frac{b}{a-1}\right)}} \right) + P_Y \left(\frac{[P_Y + (c+t)]^{\left(\frac{1}{b-1}\right)}}{b^{\left(\frac{1}{b-1}\right)} X^{\left(\frac{a}{b-1}\right)}} \right) \right]$$

$$= \max_{P, P_X, P_Y} \sum_i \left[(a X^{a-1} Y^b - (c+t)) \left(\frac{(a X^{a-1} Y^b - (c+t) + (c+t))^{\frac{1}{a-1}}}{a^{\left(\frac{1}{a-1}\right)} Y^{\left(\frac{b}{a-1}\right)}} \right) \right. \\ \left. + (b X^a Y^{b-1} - (c+t)) \left(\frac{(b X^a Y^{b-1} - (c+t) + (c+t))^{\left(\frac{1}{b-1}\right)}}{b^{\left(\frac{1}{b-1}\right)} X^{\left(\frac{a}{b-1}\right)}} \right) \right]$$

$$= \max_{P, P_X, P_Y} \sum_i \left[(a X^{a-1} Y^b - (c+t)) \left(\frac{(a X^{a-1} Y^b)^{\frac{1}{a-1}}}{a^{\left(\frac{1}{a-1}\right)} Y^{\left(\frac{b}{a-1}\right)}} \right) \right. \\ \left. + (b X^a Y^{b-1} - (c+t)) \left(\frac{(b X^a Y^{b-1})^{\left(\frac{1}{b-1}\right)}}{b^{\left(\frac{1}{b-1}\right)} X^{\left(\frac{a}{b-1}\right)}} \right) \right]$$

$$= \max_{P, P_X, P_Y} \sum_i \left[\left\{ \frac{(a X^{a-1} Y^b)^{1+\frac{1}{a-1}} - (c+t) (a X^{a-1} Y^b)^{\frac{1}{a-1}}}{a^{\left(\frac{1}{a-1}\right)} Y^{\left(\frac{b}{a-1}\right)}} \right\} \right. \\ \left. + \left\{ \frac{(b X^a Y^{b-1})^{1+\frac{1}{b-1}} - (c+t) (b X^a Y^{b-1})^{\left(\frac{1}{b-1}\right)}}{b^{\left(\frac{1}{b-1}\right)} X^{\left(\frac{a}{b-1}\right)}} \right\} \right]$$

$$\begin{aligned}
&= \max_{P, P_X, P_Y} \sum_i \left[\left\{ \frac{a^{(1+\frac{1}{a-1})} X^a Y^b Y^{\frac{b}{a-1}} - (c+t) a^{\frac{1}{a-1}} X Y^{\frac{b}{a-1}}}{a^{\frac{1}{a-1}} Y^{\frac{b}{a-1}}} \right\} \right. \\
&\quad \left. + \left\{ \frac{b^{(1+\frac{1}{b-1})} X^a X^{\frac{a}{b-1}} Y^b - (c+t) b^{\frac{1}{b-1}} X^{\frac{a}{b-1}} Y}{b^{\frac{1}{b-1}} X^{\frac{a}{b-1}}} \right\} \right] \\
&= \max_{P, P_X, P_Y} \sum_i \left[\left\{ a^{(1+\frac{1}{a-1}-\frac{1}{a-1})} X^a Y^b Y^{\frac{b}{a-1}-\frac{b}{a-1}} - (c+t) a^{\frac{1}{a-1}-\frac{1}{a-1}} X Y^{\frac{b}{a-1}-\frac{b}{a-1}} \right\} + \right. \\
&\quad \left. \left\{ b^{(1+\frac{1}{b-1}-\frac{1}{b-1})} X^a X^{\frac{a}{b-1}-\frac{a}{b-1}} Y^b - (c+t) b^{\frac{1}{b-1}-\frac{1}{b-1}} X^{\frac{a}{b-1}-\frac{a}{b-1}} Y \right\} \right] \\
&= \max_{P, P_X, P_Y} \sum_i \{ [a X^a Y^b - (c+t) X] + [b X^a Y^b - (c+t) Y] \} \\
&= \max_{P, P_X, P_Y} \sum_i \{ (a+b)[X^a Y^b] - (c+t) X - (c+t) Y \}
\end{aligned}$$

Artinya jika penyedia layanan (ISP) ingin memaksimalkan keuntungan, maka P_X dan P_Y harus minimum. Karena $X \leq \bar{X}$ dan $Y \leq \bar{Y}$, maka $X = \bar{X}$ dan $Y = \bar{Y}$.

P_X dan P_Y optimal menjadi $P_X = a\bar{X}^{a-1}\bar{Y}^b - (c+t)$ dan $P_Y = b\bar{X}^a\bar{Y}^{b-1} - (c+t)$

dengan keuntungan maksimum yang diperoleh sebesar :

$$\sum_i \{ (a+b)[\bar{X}^a \bar{Y}^b] - (c+t) \bar{X} - (c+t) \bar{Y} \}$$

Berdasarkan kasus ini diperoleh :

Lemma 2a :

Jika penyedia layanan (ISP) menggunakan usage-based, maka harga yang optimal menjadi $P_X = a\bar{X}^{a-1}\bar{Y}^b - (c+t)$ dan $P_Y = b\bar{X}^a\bar{Y}^{b-1} - (c+t)$ dengan keuntungan maksimum yang diperoleh sebesar :

$$\sum_i \{ (a+b)[\bar{X}^a \bar{Y}^b] - (c+t) \bar{X} - (c+t) \bar{Y} \}$$

Kasus 3a. Penyedia layanan (ISP) menggunakan harga two-part tariff dengan menetapkan $P_X > 0, P_Y > 0$ dan $P > 0$. Jika Persamaan (3.45) dan (3.46), disubstitusikan ke Pertidaksamaan (3.41) yang merupakan kendala pada optimasi masalah konsumen, maka kendala tersebut menjadi :

$$X^a Y^b - P_X X - P_Y Y - PZ - (c+t) X - (c+t) Y \geq 0$$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow X^a Y^b - (a X^{a-1} Y^b - (c+t))X - (b X^a Y^{b-1} - (c+t))Y - P - (c+t)X - (c+t)Y \geq 0 \\
&\Leftrightarrow X^a Y^b - a X^a Y^b + (c+t)X - b X^a Y^b + (c+t)Y - P - (c+t)X - (c+t)Y \geq 0 \\
&\Leftrightarrow P \leq X^a Y^b - a X^a Y^b - b X^a Y^b
\end{aligned}$$

Dengan demikian masalah produsen menjadi :

$$\begin{aligned}
&\max_{P, P_X, P_Y} \sum_i (P_X X^* + P_Y Y^* + P Z^*) \\
&= \max_{P, P_X, P_Y} \sum_i \left[P_X \left(\frac{[P_X + (c+t)]^{\frac{1}{a-1}}}{a^{\left(\frac{1}{a-1}\right)} Y^{\left(\frac{b}{a-1}\right)}} \right) + P_Y \left(\frac{[P_Y + (c+t)]^{\left(\frac{1}{b-1}\right)}}{b^{\left(\frac{1}{b-1}\right)} X^{\left(\frac{a}{b-1}\right)}} \right) \right. \\
&\quad \left. + (X^a Y^b - a X^a Y^b - b X^a Y^b) \right] \\
&= \max_{P, P_X, P_Y} \sum_i \left[\left[(a X^{a-1} Y^b - (c+t)) \left(\frac{(a X^{a-1} Y^b - (c+t) + (c+t))^{\frac{1}{a-1}}}{a^{\left(\frac{1}{a-1}\right)} Y^{\left(\frac{b}{a-1}\right)}} \right) + \right. \right. \\
&\quad \left. \left(b X^a Y^{b-1} - (c+t) \right) \left(\frac{(b X^a Y^{b-1} - (c+t) + (c+t))^{\left(\frac{1}{b-1}\right)}}{b^{\left(\frac{1}{b-1}\right)} X^{\left(\frac{a}{b-1}\right)}} \right) \right] + (X^a Y^b - a X^a Y^b - b X^a Y^b) \right] \\
&= \max_{P, P_X, P_Y} \sum_i \left[\left\{ \frac{(a X^{a-1} Y^b)^{1+\frac{1}{a-1}} - (c+t) (a X^{a-1} Y^b)^{\frac{1}{a-1}}}{a^{\left(\frac{1}{a-1}\right)} Y^{\left(\frac{b}{a-1}\right)}} \right\} + \right. \\
&\quad \left. \left\{ \frac{(b X^a Y^{b-1})^{1+\frac{1}{b-1}} - (c+t) (b X^a Y^{b-1})^{\left(\frac{1}{b-1}\right)}}{b^{\left(\frac{1}{b-1}\right)} X^{\left(\frac{a}{b-1}\right)}} \right\} + (X^a Y^b - a X^a Y^b - b X^a Y^b) \right] \\
&= \max_{P, P_X, P_Y} \sum_i \left[\left\{ \frac{a^{\left(1+\frac{1}{a-1}\right)} X^a Y^b Y^{\left(\frac{b}{a-1}\right)} - (c+t) a^{\left(\frac{1}{a-1}\right)} X Y^{\left(\frac{b}{a-1}\right)}}{a^{\left(\frac{1}{a-1}\right)} Y^{\left(\frac{b}{a-1}\right)}} \right\} + \right. \\
&\quad \left. \left\{ \frac{b^{\left(1+\frac{1}{b-1}\right)} X^a X^{\left(\frac{a}{b-1}\right)} Y^{b-1} - (c+t) b^{\left(\frac{1}{b-1}\right)} X^{\left(\frac{a}{b-1}\right)} Y}{b^{\left(\frac{1}{b-1}\right)} X^{\left(\frac{a}{b-1}\right)}} \right\} + (X^a Y^b - a X^a Y^b - b X^a Y^b) \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \max_{P, P_X, P_Y} \sum_i \left[\left\{ a^{\left(1 + \frac{1}{a-1} - \frac{1}{a-1}\right)} X^a Y^b Y^{\left(\frac{b}{a-1} - \frac{b}{a-1}\right)} - (c+t) a^{\left(\frac{1}{a-1} - \frac{1}{a-1}\right)} X Y^{\left(\frac{b}{a-1} - \frac{b}{a-1}\right)} \right\} + \right. \\
&\quad \left\{ b^{\left(1 + \frac{1}{b-1} - \frac{1}{b-1}\right)} X^a X^{\left(\frac{a}{b-1} - \frac{a}{b-1}\right)} Y^b - (c+t) b^{\left(\frac{1}{b-1} - \frac{1}{b-1}\right)} X^{\left(\frac{a}{b-1} - \frac{a}{b-1}\right)} Y \right\} + \\
&\quad \left. (X^a Y^b - a X^a Y^b - b X^a Y^b) \right] \\
&= \max_{P, P_X, P_Y} \sum_i \{ [a X^a Y^b - (c+t) X] + [b X^a Y^b - (c+t) Y] \\
&\quad + (X^a Y^b - a X^a Y^b - b X^a Y^b) \} \\
&= \max_{P, P_X, P_Y} \sum_i [X^a Y^b - (c+t) X - (c+t) Y]
\end{aligned}$$

Jika P_X dan P_Y menurun, maka X^* dan Y^* meningkat. Apabila $X \leq \bar{X}$ dan $Y \leq \bar{Y}$, maka $X^* = \bar{X}$ dan $Y^* = \bar{Y}$. Dengan kata lain, P_X dan P_Y yang optimal menjadi $P_X = a \bar{X}^{a-1} \bar{Y}^b - (c+t)$, $P_Y = b \bar{X}^a \bar{Y}^{b-1} - (c+t)$ dan $P = \bar{X}^a \bar{Y}^b - a \bar{X}^a \bar{Y}^b - b \bar{X}^a \bar{Y}^b$ dengan keuntungan maksimum yang diperoleh sebesar :

$$\sum_i [\bar{X}^a \bar{Y}^b - (c+t) \bar{X} - (c+t) \bar{Y}]$$

Berdasarkan kasus ini diperoleh :

Lemma 3a :

Jika penyedia layanan (ISP) menggunakan harga two-part tariff, maka P_X dan P_Y yang terbaik menjadi $P_X = a \bar{X}^{a-1} \bar{Y}^b - (c+t)$, $P_Y = b \bar{X}^a \bar{Y}^{b-1} - (c+t)$ dan biaya tetap sebesar $(a+b) \bar{X}^a \bar{Y}^b$ dengan keuntungan maksimum yang diperoleh sebesar :

$$\sum_i [\bar{X}^a \bar{Y}^b - (c+t) \bar{X} - (c+t) \bar{Y}]$$

Hasil analisis dari Lemma 1a, 2a, dan 3a disajikan dalam Tabel 1.43.

Tabel 1. 43 Perbandingan skema pembiayaan untuk konsumen homogen berdasarkan fungsi utilitas Cobb-Douglas.

	Lemma 1.a (Flat-Fee)	Lemma 2.a (Usage-Based)	Lemma 3.a (Two-Part Tariff)
Harga yang dikenakan pada konsumen	$\bar{X}^a \bar{Y}^b$	$P_x = a \bar{X}^{a-1} \bar{Y}^b - (c + t)$ dan $P_y = b \bar{X}^a \bar{Y}^{b-1} - (c + t)$	$P_x = a \bar{X}^{a-1} \bar{Y}^b - (c + t)$ dan $P_y = b \bar{X}^a \bar{Y}^{b-1} - (c + t)$
Keuntungan Maksimum	$\sum_i [\bar{X}^a \bar{Y}^b - (\bar{X} + \bar{Y})c]$	$\sum_i \{ (a + b)[\bar{X}^a \bar{Y}^b] - (c + t) \bar{X} - (c + t) \bar{Y} \}$	$\sum_i [\bar{X}^a \bar{Y}^b - (c + t) \bar{X} - (c + t) \bar{Y}]$

Berdasarkan Tabel 1.43, jika diasumsikan $a\bar{X}^a\bar{Y}^b > \bar{X}^a\bar{Y}^b$ dan $b\bar{X}^a\bar{Y}^b > \bar{X}^a\bar{Y}^b$, maka $(a + b)[\bar{X}^a\bar{Y}^b] > [\bar{X}^a\bar{Y}^b]$; $a, b > 0$. Keuntungan maksimum yang diperoleh penyedia layanan (ISP) adalah saat ISP menggunakan skema pembiayaan usage-based.

3.12.2 Fungsi Utilitas Cobb-Douglas pada Konsumen Heterogen Golongan Atas (High-end) dan Golongan Bawah (Low-end)

Misalkan terdapat m konsumen golongan atas (tipe 1) dan n konsumen golongan bawah (tipe 2). Untuk mempelajari bagaimana kesediaan untuk membayar mempengaruhi skema harga penyedia layanan (ISP), diasumsikan setiap konsumen di kedua bagian memiliki batas atas X yang sama di jam sibuk dan Y di jam tidak sibuk, $a_1 > a_2$ dan $b_1 > b_2$.

Optimasi Masalah Konsumen :

$$\text{maks}_{X_i, Y_i, Z_i} X_i^{a_i} Y_i^{b_i} - P_X X_i - P_Y Y_i - P Z_i - (X_i + Y_i) c \quad (3.47)$$

dengan kendala :

$$X_i \leq \bar{X} Z_i \quad (3.48)$$

$$Y_i \leq \bar{Y} Z_i \quad (3.49)$$

$$X_i^{a_i} Y_i^{b_i} - P_X X_i - P_Y Y_i - P Z_i - (X_i + Y_i) c \geq 0 \quad (3.50)$$

$$Z_i = 0 \text{ atau } 1 \quad (3.51)$$

Optimasi Masalah Produsen :

$$\max_{P_X, P_Y} m(P_X X_1^* + P_Y Y_1^* + P Z_1^*) + n(P_X X_2^* + P_Y Y_2^* + P Z_2^*) \quad (3.52)$$

dengan $(X_i^*, Y_i^*, Z_i^*) = \arg \max X_i^{a_i} Y_i^{b_i} - P_X X_i - P_Y Y_i - P Z_i - (X_i + Y_i) c$

dengan kendala :

$$X_i \leq \bar{X} Z_i$$

$$Y_i \leq \bar{Y} Z_i$$

$$X_i^{a_i} Y_i^{b_i} - P_X X_i - P_Y Y_i - P Z_i - (X_i + Y_i) c \geq 0$$

$$Z_i = 0 \text{ atau } 1$$

Berikut ini dibahas penentuan keuntungan maksimum pada setiap skema pembiayaan yang digunakan penyedia layanan (ISP).

Kasus 4a. Jika penyedia layanan (ISP) menggunakan harga flat fee dengan menetapkan $P_X = 0, P_Y = 0$ dan $P > 0$, artinya harga yang digunakan oleh penyedia layanan (ISP) tidak berpengaruh pada waktu penggunaan (jam sibuk atau jam tidak sibuk), maka konsumen memilih tingkat konsumsi maksimum $X_1 = \bar{X}, X_2 = \bar{X}, Y_1 = \bar{Y}$, dan $Y_2 = \bar{Y}$. Dari persamaan (3.47) setiap konsumen golongan atas dikenakan biaya $P \leq \bar{X}^{a_1} \bar{Y}^{b_1} - (\bar{X} + \bar{Y}) c$ dan konsumen golongan bawah $P \leq \bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2} - (\bar{X} + \bar{Y}) c$. Kasus 4a merupakan skema pembiayaan flat-fee sehingga P atau harganya disetarakan untuk kedua jenis konsumen heterogen. Jika ditetapkan $a_1 > a_2$ maka untuk ketetapan biaya golongan atas mengikuti harga bagi biaya golongan bawah.

$$a_1 > a_2 \Leftrightarrow \bar{X}^{a_1} > \bar{X}^{a_2}$$

$$b_1 > b_2 \Leftrightarrow \bar{X}^{b_1} > \bar{X}^{b_2}$$

Diasumsikan bahwa $(m) \bar{X}^{a_1} \bar{Y}^{b_1} < (m+n) \bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2}$. Artinya, jika $P = \bar{X}^{a_1} \bar{Y}^{b_1} - (\bar{X} + \bar{Y}) c$, maka hanya konsumen golongan atas yang dapat mengikuti layanan ini. Jika $P = \bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2} - (\bar{X} + \bar{Y}) c$, maka kedua jenis konsumen tersebut dapat mengikuti layanan ini, yaitu konsumen golongan atas dan konsumen golongan bawah. Dengan demikian untuk memaksimumkan keuntungan, penyedia layanan (ISP) mengenakan biaya $P = \bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2} - (\bar{X} + \bar{Y}) c$.

Dalam hal ini untuk optimasi masalah penyedia layanan (ISP) :

$$\begin{aligned} \max_P m(PZ_1^*) + n(PZ_2^*) &= m(\bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2} - (\bar{X} + \bar{Y})c) + n(\bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2} - (\bar{X} + \bar{Y})c) \\ &= (m + n)(\bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2} - (\bar{X} + \bar{Y})c) \end{aligned}$$

Keuntungan maksimum yang diperoleh produsen adalah sebesar :

$$(m + n)(\bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2} - (\bar{X} + \bar{Y})c)$$

m adalah banyaknya konsumen golongan atas dan n adalah banyaknya konsumen golongan bawah.

Berdasarkan kasus ini diperoleh :

Lemma 4a :

Jika penyedia layanan menggunakan biaya flat-fee, maka harga yang dikenakan adalah $\bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2} - (\bar{X} + \bar{Y})c$ dengan keuntungan maksimum yang diperoleh sebesar :

$$(m + n)[\bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2} - (\bar{X} + \bar{Y})c].$$

Untuk skema pembiayaan usage-based dan two-part tariff

Optimasi Masalah Konsumen :

$$\max_{X_i, Y_i, Z_i} X_i^{a_i} Y_i^{b_i} - P_X X_i - P_Y Y_i - P Z_i - (c + t) X_i - (c + t) Y_i \quad (3.53)$$

dengan kendala :

$$X_i \leq \bar{X} Z_i \quad (3.54)$$

$$Y_i \leq \bar{Y} Z_i \quad (3.55)$$

$$X_i^{a_i} Y_i^{b_i} - P_X X_i - P_Y Y_i - P Z_i - (c + t) X_i - (c + t) Y_i \geq 0 \quad (3.56)$$

$$Z_i = 0 \text{ atau } 1 \quad (3.57)$$

Optimasi Masalah Produsen :

$$\max_{P, P_X, P_Y} m(P_X X_1^* + P_Y Y_1^* + P Z_1^*) + n(P_X X_2^* + P_Y Y_2^* + P Z_2^*) \quad (3.58)$$

dengan $(X_i^*, Y_i^*, Z_i^*) = \arg \max X_i^{a_i} Y_i^{b_i} - P_X X_i - P_Y Y_i - P Z_i - (c + t) X_i - (c + t) Y_i$

dengan kendala :

$$X_i \leq \bar{X} Z_i$$

$$Y_i \leq \bar{Y} Z_i$$

$$X_i^{a_i} Y_i^{b_i} - P_X X_i - P_Y Y_i - P Z_i - (c + t) X_i - (c + t) Y_i \geq 0$$

$$Z_i = 0 \text{ atau } 1$$

Kasus 5a. Jika penyedia layanan (ISP) menggunakan harga usage-based dengan menetapkan $P_X > 0, P_Y > 0$ dan $P = 0$, artinya penyedia layanan (ISP) memberikan harga yang dibedakan, yaitu harga pada saat jam sibuk dan tidak sibuk :

Optimasi masalah konsumen heterogen golongan atas :

$$\max_{X_1, Y_1, Z_1} X_1^{a_1} Y_1^{b_1} - P_X X_1 - P_Y Y_1 - (c+t) X_1 - (c+t) Y_1 \quad (3.59)$$

Untuk mengoptimalkan fungsi tersebut dengan menggunakan syarat perlu dan syarat cukup, persamaan (3.59) diferensialkan terhadap X_1 dan Y_1 :

(i) Syarat perlu

$$\frac{\partial (X_1^{a_1} Y_1^{b_1} - P_X X_1 - P_Y Y_1 - (c+t) X_1 - (c+t) Y_1)}{\partial X_1} = 0$$

Dari hasil diferensial diperoleh :

$$\begin{aligned} a_1 X_1^{a_1-1} Y_1^{b_1} - (c+t) &= P_X \\ \Leftrightarrow X_1^{a_1-1} &= \frac{P_X + (c+t)}{a_1 Y_1^{b_1}} \end{aligned} \quad (3.60)$$

Dengan cara yang sama pada persamaan (3.45), diperoleh :

$$\Leftrightarrow X_1^* = \left(\frac{P_X + (c+t)}{a_1 Y_1^{b_1}} \right)^{\frac{1}{a_1-1}}$$

(ii) Syarat cukup

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 (X_1^{a_1} Y_1^{b_1} - P_X X_1 - P_Y Y_1 - (c+t) X_1 - (c+t) Y_1)}{\partial X_1^2} &> 0 \\ \Leftrightarrow \frac{\partial (a_1 X_1^{a_1-1} Y_1^{b_1} - (c+t) - P_X)}{\partial X_1} &= a_1 (a_1 - 1) X_1^{a_1-2} Y_1^{b_1} > 0 \end{aligned}$$

Artinya, $P_X = a_1 X_1^{a_1-1} Y_1^{b_1} - (c+t)$ merupakan harga minimum.

dan

(i) Syarat perlu

$$\frac{\partial (X_1^{a_1} Y_1^{b_1} - P_X X_1 - P_Y Y_1 - (c+t) X_1 - (c+t) Y_1)}{\partial Y_1} = 0$$

Dari hasil diferensial diperoleh :

$$\begin{aligned} b_1 X_1^{a_1} Y_1^{b_1-1} - (c+t) &= P_Y \\ \Leftrightarrow Y_1^{b_1-1} &= \frac{P_Y + (c+t)}{b_1 X_1^{a_1}} \end{aligned} \quad (3.61)$$

Dengan cara yang sama pada persamaan (3.46), diperoleh :

$$\Leftrightarrow Y_1^* = \left(\frac{P_Y + (c+t)}{b_1 X_1^{a_1}} \right)^{\frac{1}{b_1-1}}$$

(ii) Syarat cukup

$$\frac{\partial^2 (X_1^{a_1} Y_1^{b_1} - P_X X_1 - P_Y Y_1)}{\partial Y_1^2} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial (b_1 X_1^{a_1} Y_1^{b_1-1} - (c+t) - P_Y)}{\partial Y_1} = b_1 (b_1 - 1) X_1^{a_1} Y_1^{b_1-2} > 0$$

0

Artinya $P_Y = b_1 X_1^{a_1} Y_1^{b_1-1} - (c+t)$ merupakan harga minimum.

Optimasi masalah konsumen heterogen golongan bawah :

$$\max_{X_2, Y_2, Z_2} X_2^{a_2} Y_2^{b_2} - P_X X_2 - P_Y Y_2 - (c+t) X_2 - (c+t) Y_2 \quad (3.62)$$

Untuk mengoptimalkan fungsi tersebut dengan menggunakan syarat perlu dan syarat cukup, persamaan (3.62) diferensialkan terhadap X_2 dan Y_2 :

(iii) Syarat perlu

$$\frac{\partial (X_2^{a_2} Y_2^{b_2} - P_X X_2 - P_Y Y_2 - (c+t) X_2 - (c+t) Y_2)}{\partial X_2} = 0$$

Dari hasil diferensial diperoleh :

$$a_2 X_2^{a_2-1} Y_2^{b_2} - (c+t) = P_X \quad (3.63)$$

$$\Leftrightarrow X_2^{a_2-1} = \frac{P_X + (c+t)}{a_2 Y_2^{b_2}}$$

Dengan cara yang sama pada persamaan (3.45), diperoleh :

$$\Leftrightarrow X_2^* = \left(\frac{P_X + (c+t)}{a_2 Y_2^{b_2}} \right)^{\frac{1}{a_2-1}}$$

(iv) Syarat cukup

$$\frac{\partial^2 (X_2^{a_2} Y_2^{b_2} - P_X X_2 - P_Y Y_2 - (c+t))}{\partial X_2^2} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial (a_2 X_2^{a_2-1} Y_2^{b_2} - (c+t) - P_X)}{\partial X_2} = a_2 (a_2 - 1) X_2^{a_2-2} Y_2^{b_2} > 0$$

0

Artinya, $P_X = a_2 X_2^{a_2-1} Y_2^{b_2} - (c+t)$ merupakan harga minimum.

dan

(iii) Syarat perlu

$$\frac{\partial (X_2^{a_2} Y_2^{b_2} - P_X X_2 - P_Y Y_2 - (c+t) X_2 - (c+t) Y_2)}{\partial Y_2} = 0$$

Dari hasil diferensial diperoleh :

$$b_2 X_2^{a_2} Y_2^{b_2-1} - (c+t) = P_Y \quad (3.64)$$

$$\Leftrightarrow Y_2^{b_2-1} = \frac{P_Y + (c+t)}{b_2 X_2^{a_2}}$$

Dengan cara yang sama pada persamaan (3.46), diperoleh :

$$\Leftrightarrow Y_2^* = \left(\frac{P_Y + (c+t)}{b_2 X_2^{a_2}} \right)^{\frac{1}{b_2-1}}$$

(iv) Syarat cukup

$$\frac{\partial^2 (X_2^{a_2} Y_2^{b_2} - P_X X_2 - P_Y Y_2 - (c+t) X_2 - (c+t) Y_2)}{\partial Y_2^2} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial (b_2 X_2^{a_2} Y_2^{b_2-1} - (c+t) - P_Y)}{\partial Y_2} = b_2 (b_2 - 1) X_2^{a_2} Y_2^{b_2-2} > 0$$

Artinya $P_Y = b_2 X_2^{a_2} Y_2^{b_2-1} - (c+t)$ merupakan harga minimum.

Analisis ini diterapkan pada masalah saat jam sibuk dan saat jam tidak sibuk.

(i) Masalah pada saat jam sibuk :

Penyedia harus meminimalkan P_X ; $P_X \leq a_1 X_1^{a_1-1} Y_1^{b_1} - (c+t)$ untuk memaksimalkan fungsi (3.59). Di sisi lain, jika penyedia menetapkan harga $P_X \leq a_2 X_2^{a_2-1} Y_2^{b_2} - (c+t)$ maka keuntungan tidak optimal apabila $X_1 \leq \bar{X}$ atau $X_2 \leq \bar{X}$. Oleh karena itu, harga P_X yang terbaik adalah $a_2 X_2^{a_2-1} Y_2^{b_2} - (c+t) \leq P_X \leq a_1 X_1^{a_1-1} Y_1^{b_1} - (c+t)$.

(ii) Masalah jam tidak sibuk :

Penyedia harus meminimalkan P_Y ; $P_Y \leq b_1 Y_1^{b_1-1} X_1^{a_1} - (c+t)$, untuk memaksimalkan fungsi (3.59). Di sisi lain, jika penyedia menetapkan $P_Y \leq b_2 X_2^{a_2} Y_2^{b_2-1} - (c+t)$ maka keuntungan tidak optimal apabila $Y_1 \leq \bar{Y}$ atau $Y_2 \leq \bar{Y}$. Oleh karena itu, harga P_Y yang terbaik adalah $b_2 X_2^{a_2} Y_2^{b_2-1} - (c+t) \leq P_Y \leq b_1 Y_1^{b_1-1} X_1^{a_1} - (c+t)$.

Ketika harga di interval $a_2 X_2^{a_2-1} Y_2^{b_2} - (c+t) \leq P_X \leq a_1 X_1^{a_1-1} Y_1^{b_1} - (c+t)$ dan $b_2 X_2^{a_2} Y_2^{b_2-1} - (c+t) \leq P_Y \leq b_1 Y_1^{b_1-1} X_1^{a_1} - (c+t)$, permintaan dari konsumen golongan atas tetap pada $\bar{X}$ dan $\bar{Y}$, sementara permintaan dari konsumen

golongan bawah terus meningkat karena harga turun. Dengan demikian kedua konsumen (konsumen golongan atas dan golongan bawah) dapat mengikuti layanan ini dengan harga optimal diberikan untuk jam sibuk adalah

$P_X = a_2 X_2^{a_2-1} Y_2^{b_2} - (c + t)$ dan harga optimal di jam tidak sibuk adalah $P_Y = b_2 X_2^{a_2} Y_2^{b_2-1} - (c + t)$.

Optimasi masalah produsen :

$$\text{maks}_{P_X, P_Y} m(P_X X_1^* + P_Y Y_1^*) + n(P_X X_2^* + P_Y Y_2^*)$$

$$\begin{aligned} &= \text{maks}_{P_X, P_Y} (m + n) \left[P_X \left(\frac{[P_X + (c + t)]^{\frac{1}{a_2-1}}}{a_2 \left(\frac{1}{a_2-1}\right) Y_2 \left(\frac{b_2}{a_2-1}\right)} \right) + P_Y \left(\frac{[P_Y + (c + t)]^{\left(\frac{1}{b_2-1}\right)}}{b_2 \left(\frac{1}{b_2-1}\right) X_2 \left(\frac{a_2}{b_2-1}\right)} \right) \right] \\ &= \text{maks}_{P_X, P_Y} (m + n) \left[\left(a_2 X_2^{a_2-1} Y_2^{b_2} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - (c + t) \right) \left(\frac{\left(a_2 X_2^{a_2-1} Y_2^{b_2} - (c + t) + (c + t) \right)^{\frac{1}{a_2-1}}}{a_2 \left(\frac{1}{a_2-1}\right) Y_2 \left(\frac{b_2}{a_2-1}\right)} \right) \right. \\ &\quad \left. + \left(b_2 X_2^{a_2} Y_2^{b_2-1} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - (c + t) \right) \left(\frac{\left(b_2 X_2^{a_2} Y_2^{b_2-1} - (c + t) + (c + t) \right)^{\frac{1}{b_2-1}}}{b_2 \left(\frac{1}{b_2-1}\right) X_2 \left(\frac{a_2}{b_2-1}\right)} \right) \right] \\ &= \text{maks}_{P_X, P_Y} (m + n) \left[\left(a_2 X_2^{a_2-1} Y_2^{b_2} - (c + t) \right) \left(\frac{\left(a_2 X_2^{a_2-1} Y_2^{b_2} \right)^{\frac{1}{a_2-1}}}{a_2 \left(\frac{1}{a_2-1}\right) Y_2 \left(\frac{b_2}{a_2-1}\right)} \right) + \right. \\ &\quad \left. \left(b_2 X_2^{a_2} Y_2^{b_2-1} - (c + t) \right) \left(\frac{\left(b_2 X_2^{a_2} Y_2^{b_2-1} \right)^{\frac{1}{b_2-1}}}{b_2 \left(\frac{1}{b_2-1}\right) X_2 \left(\frac{a_2}{b_2-1}\right)} \right) \right] \\ &= \text{maks}_{P_X, P_Y} (m + n) \left[\left\{ \frac{\left(a_2 X_2^{a_2-1} Y_2^{b_2} \right)^{1 + \frac{1}{a_2-1}} - (c + t) \left(a_2 X_2^{a_2-1} Y_2^{b_2} \right)^{\frac{1}{a_2-1}}}{a_2 \left(\frac{1}{a_2-1}\right) Y_2 \left(\frac{b_2}{a_2-1}\right)} \right\} + \right. \\ &\quad \left. \left\{ \frac{\left(b_2 X_2^{a_2} Y_2^{b_2-1} \right)^{1 + \frac{1}{b_2-1}} - (c + t) \left(b_2 X_2^{a_2} Y_2^{b_2-1} \right)^{\frac{1}{b_2-1}}}{b_2 \left(\frac{1}{b_2-1}\right) X_2 \left(\frac{a_2}{b_2-1}\right)} \right\} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \max_{P_X, P_Y} (m+n) \left[\frac{a_2^{\left(1+\frac{1}{a_2-1}\right)} X_2^{a_2} Y_2^{b_2} Y_2^{\left(\frac{b_2}{a_2-1}\right)} - (c+t) a_2^{\left(\frac{1}{a_2-1}\right)} X_2 Y_2^{\left(\frac{b_2}{a_2-1}\right)}}{a_2^{\left(\frac{1}{a_2-1}\right)} Y_2^{\left(\frac{b_2}{a_2-1}\right)}} \right] + \\
&\left[\frac{b_2^{\left(1+\frac{1}{b_2-1}\right)} X_2^{a_2} X_2^{\left(\frac{a_2}{b_2-1}\right)} Y_2^{b_2} - (c+t) b_2^{\left(\frac{1}{b_2-1}\right)} X_2^{\left(\frac{a_2}{b_2-1}\right)} Y_2}{b_2^{\left(\frac{1}{b_2-1}\right)} X_2^{\left(\frac{a_2}{b_2-1}\right)}} \right] \\
&= \max_{P_X, P_Y} (m+n) \left[\left\{ a_2^{\left(1+\frac{1}{a_2-1}-\frac{1}{a_2-1}\right)} X_2^{a_2} Y_2^{b_2} Y_2^{\left(\frac{b_2}{a_2-1}-\frac{b_2}{a_2-1}\right)} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - (c+t) a_2^{\left(\frac{1}{a_2-1}-\frac{1}{a_2-1}\right)} X_2 Y_2^{\left(\frac{b_2}{a_2-1}-\frac{b_2}{a_2-1}\right)} \right\} \right. \\
&\quad \left. + \left\{ b_2^{\left(1+\frac{1}{b_2-1}-\frac{1}{b_2-1}\right)} X_2^{a_2} X_2^{\left(\frac{a_2}{b_2-1}-\frac{a_2}{b_2-1}\right)} Y_2^b \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - (c+t) b_2^{\left(\frac{1}{b_2-1}-\frac{1}{b_2-1}\right)} X_2^{\left(\frac{a_2}{b_2-1}-\frac{a_2}{b_2-1}\right)} Y_2 \right\} \right] \\
&= \max_{P_X, P_Y} (m+n) \left[\{ a_2 X_2^{a_2} Y_2^{b_2} - (c+t) X_2 \} \right. \\
&\quad \left. + \{ b_2 X_2^{a_2} Y_2^{b_2} - (c+t) Y_2 \} \right]
\end{aligned}$$

$$= \max_{P_X, P_Y} (m+n) [(a_2 + b_2)(X_2^a Y_2^b) - (c+t) X_2 - (c+t) Y_2]$$

Harga optimal diberikan untuk jam sibuk adalah $P_X = a_2 \bar{X}^{a-1} \bar{Y}^b - (c+t)$ dan harga optimal di jam tidak sibuk adalah $P_Y = b_2 \bar{X}^a \bar{Y}^{b-1} - (c+t)$ dengan keuntungan maksimum yang diperoleh sebesar :

$$(m+n)[(a_2 + b_2)(\bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2}) - (c+t) \bar{X} - (c+t) \bar{Y}]$$

Berdasarkan kasus ini diperoleh :

Lemma 5a :

Jika penyedia layanan (ISP) menggunakan harga usage-based, maka harga optimal diberikan untuk jam sibuk adalah $P_X = a_2 \bar{X}^{a-1} \bar{Y}^b - (c+t)$ dan harga optimal di jam tidak sibuk adalah $P_Y = b_2 \bar{X}^a \bar{Y}^{b-1} - (c+t)$ dengan keuntungan maksimum yang diperoleh sebesar :

$$(m+n)[(a_2 + b_2)(\bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2}) - (c+t) \bar{X} - (c+t) \bar{Y}]$$

Kasus 6a. Jika penyedia layanan (ISP) menggunakan harga two-part tariff, maka $P_X > 0$, $P_Y > 0$, dan $P > 0$. Kondisi orde pertama untuk persamaan optimasi masalah konsumen golongan atas atau golongan bawah dengan menggunakan Persamaan (3.60), (3.61), (3.63), dan (3.64). Persamaan (3.60) dan (3.63) adalah kurva

permintaan konsumen golongan atas dan golongan bawah pada saat jam sibuk. Persamaan (3.61) dan (3.64) adalah kurva permintaan konsumen golongan atas dan golongan bawah di jam tidak sibuk. Jika ditetapkan $a_1 > a_2$ maka untuk ketetapan biaya golongan atas mengikuti harga bagi biaya golongan bawah, sehingga :

$$a_1(m) < a_2(m+n) \Leftrightarrow a_1 < \frac{a_2(m+n)}{m}$$

Artinya jika konsumen dikenakan biaya sebesar

$$P_X = a_1 X_1^{a_1-1} Y_1^{b_1} - (c+t),$$

$$P_Y = b_1 Y_1^{(b_1-1)} X_1^{a_1} - (c+t) \quad \text{dan} \quad P = X_1^{a_1} Y_1^{b_1} - (a_1 + b_1)(X_1^{a_1} Y_1^{b_1}),$$

maka hanya konsumen golongan atas yang dapat mengikuti layanan ini karena konsumen golongan bawah mempunyai kendala $P_X \leq a_2 X_2^{a_2-1} Y_2^{b_2} - (c+t)$ dan $P_Y \leq b_2 Y_2^{b_2-1} X_2^{a_2} - (c+t)$. Jika konsumen dikenakan biaya $P_X = a_2 X_2^{a_2-1} Y_2^{b_2} - (c+t)$, $P_Y = b_2 Y_2^{b_2-1} X_2^{a_2} - (c+t)$ dan $P = X_2^{a_2} Y_2^{b_2} - (a_2 + b_2)(X_2^{a_2} Y_2^{b_2})$, maka kedua jenis konsumen tersebut dapat mengikuti layanan, yaitu konsumen golongan atas dan konsumen golongan bawah. Hal ini dikarenakan banyak konsumen melihat biaya berlangganan sebagai entri penghalang, penyedia dapat memilih untuk menurunkan entri penghalang, sehingga dapat menarik lebih banyak konsumen. Dengan demikian untuk memaksimalkan keuntungan, penyedia layanan (ISP) mengenakan biaya

$$P_X = a_2 X_2^{a_2-1} Y_2^{b_2} - (c+t), P_Y = b_2 Y_2^{b_2-1} X_2^{a_2} - (c+t) \quad \text{dan}$$

$$P = X_2^{a_2} Y_2^{b_2} - (a_2 + b_2)(X_2^{a_2} Y_2^{b_2})$$

Dengan demikian optimasi masalah penyedia layanan (ISP) menjadi :

$$\max_{P_X, P_Y} m(P_X X_1^* + P_Y Y_1^* + P Z_1^*) + n(P_X X_2^* + P_Y Y_2^* + P Z_2^*)$$

$$\begin{aligned} = & m[a_2 \bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2} + b_2 \bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2} - (c+t)\bar{X} - (c+t)\bar{Y} + \\ & \{\bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2} - (a_2 + b_2)(\bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2})\}] + n[a_2 \bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2} + \\ & b_2 \bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2} - (c+t)\bar{X} - (c+t)\bar{Y} + \{\bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2} - (a_2 + \\ & b_2)(\bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2})\}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= m(\bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2} - (c+t)\bar{X} - (c+t)\bar{Y}) + n(\bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2} - \\
&(c+t)\bar{X} - (c+t)\bar{Y}) \\
&= (m+n)(\bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2} - (c+t)\bar{X} - (c+t)\bar{Y})
\end{aligned}$$

Keuntungan maksimum yang diperoleh sebesar :

$$(m+n)(\bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2} - (c+t)\bar{X} - (c+t)\bar{Y}).$$

Berdasarkan kasus ini diperoleh :

Lemma 6a :

Jika penyedia layanan (ISP) menggunakan harga two-part tariff, maka $P_X = a_2 \bar{X}^{a_2-1} \bar{Y}^{b_2} - (c+t)$, $P_Y = b_2 \bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2-1} - (c+t)$ dan $P = \bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2} - (a_2 + b_2)(\bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2})$, dengan

keuntungan maksimum yang diperoleh sebesar :

$$(m+n)(\bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2} - (c+t)\bar{X} - (c+t)\bar{Y})$$

Hasil analisis dari Lemma 4a, 5a, dan 6a disajikan dalam Tabel 1.44.

Tabel 1. 44 Perbandingan skema pembiayaan untuk konsumen heterogen Golongan Atas (High-end) dan Golongan Bawah (Low-end) berdasarkan fungsi utilitas Cobb-Douglas.

	Lemma 4a (Flat-Fee)	Lemma 5a (Usage-Based)	Lemma 6a (Two-Part Tariff)
Harga yang dikenakan pada konsumen	$\bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2} - (\bar{X} + \bar{Y})c$	$P_X = a_2 \bar{X}^{a_2-1} \bar{Y}^{b_2} - (c+t)$ dan $P_Y = b_2 \bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2-1} - (c+t)$	$P_X = a_2 \bar{X}^{a_2-1} \bar{Y}^{b_2} - (c+t)$ dan $P_Y = b_2 \bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2-1} - (c+t)$
Keuntungan Maksimum	$(m+n)[\bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2} - (\bar{X} + \bar{Y})c]$	$(m+n)[(a_2 + b_2)(\bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2}) - (c+t)\bar{X} - (c+t)\bar{Y}]$	$(m+n)(\bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2} - (c+t)\bar{X} - (c+t)\bar{Y}).$

Berdasarkan Tabel 1.44 jika $a_2 \bar{X}^{a_2} > \bar{X}^{a_2}$ dan $b_2 \bar{Y}^{b_2} > \bar{Y}^{b_2}$, maka $(m+n)(a_2 + b_2)(\bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2}) > (m+n)[\bar{X}^{a_2} \bar{Y}^{b_2}]$; $a_2, b_2 > 0$. Oleh karena itu, jika terdapat dua jenis konsumen yang

didasarkan oleh kesediaan untuk membayar di pasar, maka harga usage-based lebih baik dibandingkan harga flat-fee dan harga two-part tariff. Kesimpulan dari sub bab ini sama dengan yang diperoleh yaitu harga usage-based selalu menghasilkan keuntungan yang lebih baik dan mendominasi harga flat-fee dan harga two-part tariff.

3.12.3 Fungsi Utilitas Cobb-Douglas pada Konsumen Heterogen Tingkat Pemakaian Tinggi (High-demand) dan Tingkat Pemakaian Rendah (Low-demand)

Misalkan diasumsikan dua jenis konsumen, konsumen tingkat pemakaian tinggi (tipe 1) dengan tingkat konsumsi maksimum $\bar{X}_1$ dan $\bar{Y}_1$ dan konsumen tingkat pemakaian rendah (tipe 2) dengan tingkat konsumsi maksimum $\bar{X}_2$ dan $\bar{Y}_2$. Misalkan ada m konsumen (tipe 1) dan n konsumen (tipe 2) dengan $a_1 = a_2 = a$ dan $b_1 = b_2 = b$. Berikut ini dibahas penentuan keuntungan maksimum pada setiap skema pembiayaan yang digunakan penyedia layanan (ISP).

Kasus 7a. Jika penyedia layanan (ISP) menggunakan harga flat-fee dengan menetapkan $P_X = 0$, $P_Y = 0$ dan $P > 0$. Artinya layanan ini diberikan harga, jika konsumen (konsumen tingkat pemakaian tinggi atau konsumen tingkat pemakaian rendah) memilih untuk bergabung dengan layanan, maka konsumen tersebut sepenuhnya memanfaatkan layanan dengan memilih tingkat konsumsi $X_1 = \bar{X}_1$, $Y_1 = \bar{Y}_1$ atau $X_2 = \bar{X}_2$, $Y_2 = \bar{Y}_2$ dengan utilitas maksimum $\bar{X}_1^a \bar{Y}_1^b$ atau $\bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b$ (secara berurutan untuk konsumen tingkat pemakaian tinggi atau konsumen tingkat pemakaian rendah). Selanjutnya penyedia layanan (ISP) dapat memberikan harga untuk setiap konsumen tingkat pemakaian tinggi yaitu $P \leq \bar{X}_1^a \bar{Y}_1^b - (\bar{X}_1 + \bar{Y}_1) c$ dan masing-masing konsumen golongan bawah tidak lebih dari $P \leq \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b - (\bar{X}_2 + \bar{Y}_2) c$ sebagai flat-fee untuk layanan. Karena penyedia layanan (ISP) tidak bisa membedakan konsumen tingkat pemakaian tinggi atau konsumen tingkat pemakaian rendah dan harus mengenakan dengan harga yang sama untuk konsumen tersebut, penyedia layanan (ISP) menetapkan $P = \bar{X}_1^a \bar{Y}_1^b - (\bar{X}_1 + \bar{Y}_1) c$ dengan hanya melayani konsumen tingkat pemakaian

tinggi atau menetapkan harga $P = \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b - (\bar{X}_2 + \bar{Y}_2) c$ dengan melayani dua jenis konsumen yaitu konsumen tingkat pemakaian tinggi dan konsumen tingkat pemakaian rendah. Jika diasumsikan $m(\bar{X}_1^a \bar{Y}_1^b) < (m+n)(\bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b)$, maka penyedia layanan (ISP) dapat menetapkan $P = \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b - (\bar{X}_2 + \bar{Y}_2) c$ dan melayani baik konsumen tingkat pemakaian tinggi atau konsumen tingkat pemakaian rendah dengan keuntungan maksimum yang diperoleh sebesar :

$$(m+n)(\bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b - (\bar{X}_2 + \bar{Y}_2) c)$$

Berdasarkan kasus ini diperoleh :

Lemma 7a :

Jika penyedia layanan (ISP) menggunakan biaya flat-fee, maka harga yang ditetapkan adalah $P = \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b - (\bar{X}_2 + \bar{Y}_2) c$ dengan keuntungan maksimum yang diperoleh sebesar :

$$(m+n)(\bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b - (\bar{X}_2 + \bar{Y}_2) c)$$

Kasus 8a. Jika penyedia layanan (ISP) menggunakan harga usage-based dengan menetapkan $P_X > 0$, $P_Y > 0$, dan $P = 0$, artinya penyedia layanan (ISP) memberikan harga yang dibedakan, yaitu harga pada saat jam sibuk dan tidak sibuk. Kondisi orde pertama untuk optimasi masalah konsumen tingkat pemakaian tinggi atau tingkat pemakaian rendah sebagai berikut:

Untuk konsumen heterogen tingkat pemakaian tinggi:

$$\max_{X,Y,Z} X_1^a Y_1^b - P_X X_1 - P_Y Y_1 - (c+t) X_1 - (c+t) Y_1$$

Untuk mengoptimalkan harga dengan menggunakan syarat perlu dan syarat cukup, persamaan di atas diferensialkan terhadap X_1 dan Y_1 :

(iii) Syarat perlu

$$\frac{\partial (X_1^a Y_1^b - P_X X_1 - P_Y Y_1 - (c+t) X_1 - (c+t) Y_1)}{\partial X_1} = 0$$

Dari hasil diferensial diperoleh:

$$a X_1^{a-1} Y_1^b - (c+t) = P_X \quad (3.65)$$

Dengan cara yang sama pada persamaan (3.45), diperoleh :

$$\Leftrightarrow X_1^* = \left(\frac{P_X + (c+t)}{aY_1^b} \right)^{\frac{1}{a-1}}$$

(iv) Syarat cukup

$$\frac{\partial^2 (X_1^a Y_1^b - P_X X_1 - P_Y Y_1 - (c+t) X_1 - (c+t) Y_1)}{\partial X_1^2} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial (a X_1^{a-1} Y_1^b - P_X - (c+t))}{\partial X_1} = a(a-1) X_1^{a-2} Y_1^b > 0$$

dan

(iii) Syarat perlu

$$\frac{\partial (X_1^a Y_1^b - P_X X_1 - P_Y Y_1 - (c+t) X_1 - (c+t) Y_1)}{\partial Y_1} = 0$$

Dari hasil diferensial diperoleh :

$$b Y_1^{b-1} X_1^a - (c+t) = P_Y \quad (3.66)$$

Dengan cara yang sama pada persamaan (3.46), diperoleh :

$$\Leftrightarrow Y_1^* = \left(\frac{P_Y + (c+t)}{bX_1^a} \right)^{\frac{1}{b-1}}$$

(iv) Syarat cukup

$$\frac{\partial^2 (X_1^a Y_1^b - P_X X_1 - P_Y Y_1 - (c+t) X_1 - (c+t) Y_1)}{\partial Y_1^2} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial (b Y_1^{b-1} X_1^a - P_Y - (c+t))}{\partial Y_1} = b(b-1) Y_1^{b-2} X_1^a > 0$$

dan untuk konsumen heterogen tingkat pemakaian rendah :

$$\max_{X,Y,Z} X_2^a Y_2^b - P_X X_2 - P_Y Y_2 - (c+t) X_2 - (c+t) Y_2$$

Untuk mengoptimalkan harga dengan menggunakan syarat perlu dan syarat cukup, persamaan di atas diferensialkan terhadap X_2 dan Y_2 :

(iv) Syarat perlu

$$\frac{\partial (X_2^a Y_2^b - P_X X_2 - P_Y Y_2 - (c+t) X_2 - (c+t) Y_2)}{\partial X_2} = 0$$

Dari hasil diferensial diperoleh :

$$a X_2^{a-1} Y_2^b - (c+t) = P_X \quad (3.67)$$

Dengan cara yang sama pada persamaan (3.45), diperoleh :

$$\Leftrightarrow X_2^* = \left(\frac{P_X + (c+t)}{aY_2^b} \right)^{\frac{1}{a-1}}$$

(v) Syarat cukup

$$\frac{\partial^2 (X_2^a Y_2^b - P_X X_2 - P_Y Y_2 - (c+t) X_2 - (c+t) Y_2)}{\partial X_2^2} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial (a X_2^{a-1} Y_2^b - P_X - (c+t))}{\partial X_2} = a(a-1) X_2^{a-2} Y_2^b > 0$$

dan

(ii) Syarat perlu

$$\frac{\partial (X_2^a Y_2^b - P_X X_2 - P_Y Y_2 - (c+t) X_2 - (c+t) Y_2)}{\partial Y_2} = 0$$

Dari hasil diferensial diperoleh:

$$b Y_2^{b-1} X_2^a - (c+t) = P_Y \quad (3.68)$$

Dengan cara yang sama pada persamaan (3.46), diperoleh :

$$\Leftrightarrow Y_2^*$$

$$= \left(\frac{P_Y + (c+t)}{b X_2^a} \right)^{\frac{1}{b-1}}$$

(vi) Syarat cukup

$$\frac{\partial^2 (X_2^a Y_2^b - P_X X_2 - P_Y Y_2 - (c+t) X_2 - (c+t) Y_2)}{\partial Y_2^2} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial (b Y_2^{b-1} X_2^a - P_Y - (c+t))}{\partial Y_2} = b(b-1) X_2^a Y_2^{b-2} > 0$$

Jika diasumsikan $m(\bar{X}_1) < (m+n)(\bar{X}_2)$, maka penyedia layanan (ISP) dapat menetapkan $P_X = a X_2^{a-1} Y_2^b - (c+t)$ dan $P_Y = b Y_2^{b-1} X_2^a - (c+t)$ yang melayani konsumen tingkat pemakaian tinggi maupun konsumen tingkat pemakaian rendah. Diketahui bahwa selama P_X dan P_Y menurun, maka X_1^* , X_2^* , Y_1^* dan Y_2^* meningkat. X_1 , X_2 , Y_1 dan Y_2 dibatasi pada $\bar{X}_1$, $\bar{X}_2$, $\bar{Y}_1$ dan $\bar{Y}_2$ mengakibatkan P_X dan P_Y terbaik masing – masing menjadi $a \bar{X}_2^{a-1} \bar{Y}_2^b - (c+t)$ dan $b \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^{b-1} - (c+t)$ dengan keuntungan maksimum yang diperoleh :

Optimasi masalah produsen :

$$\text{maks}_{P_X, P_Y} m(P_X X_1^* + P_Y Y_1^*) + n(P_X X_2^* + P_Y Y_2^*)$$

$$= \text{maks}_{P_X, P_Y} (m+n) \left[P_X \left(\frac{P_X + (c+t)}{a Y_2^b} \right)^{\frac{1}{a-1}} + P_Y \left(\frac{P_Y + (c+t)}{b X_2^a} \right)^{\frac{1}{b-1}} \right]$$

$$\begin{aligned}
&= \max_{P_X, P_Y} (m+n) \left[\left(a \bar{X}_2^{a-1} \bar{Y}_2^b - (c+t) \right) \left(\frac{(a \bar{X}_2^{a-1} \bar{Y}_2^{b-(c+t)+(c+t)})^{\frac{1}{a-1}}}{a^{\left(\frac{1}{a-1}\right) Y_2 \left(\frac{b}{a-1}\right)}} \right) + \right. \\
&\quad \left. \left(b \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^{b-1} - (c+t) \right) \left(\frac{(b \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^{b-1-(c+t)+(c+t)})^{\frac{1}{b-1}}}{b^{\left(\frac{1}{b-1}\right) X_2 \left(\frac{a}{b-1}\right)}} \right) \right] \\
&= \max_{P_X, P_Y} (m+n) \left[\left(a \bar{X}_2^{a-1} \bar{Y}_2^b - (c+t) \right) \left(\frac{(a \bar{X}_2^{a-1} \bar{Y}_2^b)^{\frac{1}{a-1}}}{a^{\left(\frac{1}{a-1}\right) Y_2 \left(\frac{b}{a-1}\right)}} \right) + \right. \\
&\quad \left. \left(b \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^{b-1} - (c+t) \right) \left(\frac{(b \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^{b-1})^{\frac{1}{b-1}}}{b^{\left(\frac{1}{b-1}\right) X_2 \left(\frac{a}{b-1}\right)}} \right) \right] \\
&= \max_{P_X, P_Y} (m+n) \left[\left\{ \frac{(a \bar{X}_2^{a-1} \bar{Y}_2^b)^{1+\frac{1}{a-1}} - (c+t) (a \bar{X}_2^{a-1} \bar{Y}_2^b)^{\frac{1}{a-1}}}{a^{\left(\frac{1}{a-1}\right) Y_2 \left(\frac{b}{a-1}\right)}} \right\} + \right. \\
&\quad \left. \left\{ \frac{(b \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^{b-1})^{1+\frac{1}{b-1}} - (c+t) (b \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^{b-1})^{\frac{1}{b-1}}}{b^{\left(\frac{1}{b-1}\right) X_2 \left(\frac{a}{b-1}\right)}} \right\} \right] \\
&= \max_{P_X, P_Y} (m+n) \left[\left\{ \frac{a^{\left(1+\frac{1}{a-1}\right) X_2^a Y_2^b \left(\frac{b}{a-1}\right)} - (c+t) a^{\left(\frac{1}{a-1}\right) X_2 Y_2 \left(\frac{b}{a-1}\right)}}{a^{\left(\frac{1}{a-1}\right) Y_2 \left(\frac{b}{a-1}\right)}} \right\} + \right. \\
&\quad \left. \left\{ \frac{b^{\left(1+\frac{1}{b-1}\right) X_2^a X_2 \left(\frac{a}{b-1}\right) Y_2^{b-(c+t)} b^{\left(\frac{1}{b-1}\right) X_2 \left(\frac{a}{b-1}\right) Y_2}}}{b^{\left(\frac{1}{b-1}\right) X_2 \left(\frac{a}{b-1}\right)}} \right\} \right] \\
&= \max_{P_X, P_Y} (m+n) \left[\left\{ a^{\left(1+\frac{1}{a-1}-\frac{1}{a-1}\right) X_2^a Y_2^b \left(\frac{b}{a-1}-\frac{b}{a-1}\right)} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - (c+t) a^{\left(\frac{1}{a-1}-\frac{1}{a-1}\right) X_2 Y_2 \left(\frac{b}{a-1}-\frac{b}{a-1}\right)} \right\} \right. \\
&\quad \left. + \left\{ b^{\left(1+\frac{1}{b-1}-\frac{1}{b-1}\right) X_2^a X_2 \left(\frac{a}{b-1}-\frac{a}{b-1}\right) Y_2^b} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - (c+t) b^{\left(\frac{1}{b-1}-\frac{1}{b-1}\right) X_2 \left(\frac{a}{b-1}-\frac{a}{b-1}\right) Y_2} \right\} \right] \\
&= \max_{P_X, P_Y} (m+n) \left[\{a X_2^a Y_2^b - (c+t) X_2\} + \{b X_2^a Y_2^b - (c+t) Y_2\} \right] \\
&= \max_{P_X, P_Y} (m+n) [(a+b)(X_2^a Y_2^b) - (c+t) X_2 - (c+t) Y_2]
\end{aligned}$$

Jika penyedia layanan (ISP) menggunakan tipe pembiayaan usage-based, maka harga optimal pada saat jam sibuk adalah $P_X = a \bar{X}_2^{a-1} \bar{Y}_2^b - (c+t)$ dan harga optimal pada saat jam tidak sibuk

adalah $P_Y = b \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^{b-1} - (c + t)$ dengan keuntungan maksimum yang diperoleh sebesar :

$$(m + n) \left[(a + b) \left(\bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b \right) - (c + t) \bar{X}_2 - (c + t) \bar{Y}_2 \right]$$

Berdasarkan kasus ini diperoleh :

Lemma 8a :

Jika penyedia layanan (ISP) menggunakan harga usage-based, maka harga optimal di jam sibuk adalah $P_X = a \bar{X}_2^{a-1} \bar{Y}_2^b - (c + t)$ dan harga yang optimal di jam tidak sibuk adalah $P_Y = b \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^{b-1} - (c + t)$. Keuntungan maksimum yang diperoleh sebesar :

$$(m + n) \left[(a + b) \left(\bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b \right) - (c + t) \bar{X}_2 - (c + t) \bar{Y}_2 \right]$$

Kasus 9a. Jika penyedia layanan (ISP) menggunakan harga two-part tariff, maka $P_X > 0$, $P_Y > 0$, dan $P > 0$, kondisi orde pertama untuk persamaan optimasi masalah konsumen tingkat pemakaian tinggi atau tingkat pemakaian rendah dengan menggunakan Persamaan (3.65), (3.66), (3.67), dan (3.68).

Jika $X_1 > X_2 \Leftrightarrow aX_1^{a-1}Y_1^b > bX_2^{b-1}Y_2^b$, maka $P_X = aX_2^{a-1}Y_2^b - (c + t)$ yang terbaik untuk ditetapkan oleh penyedia layanan (ISP) yang dapat digunakan untuk konsumen tingkat pemakaian tinggi dan tingkat pemakaian rendah. Jika menggunakan harga $P_X = aX_1^{a-1}Y_1^b - (c + t)$, maka penyedia layanan (ISP) hanya dapat menarik konsumen tingkat pemakaian tinggi saja. Begitu juga untuk jam tidak sibuk, $P_Y = bX_2^aY_2^{b-1} - (c + t)$ adalah harga yang terbaik pada saat jam tidak sibuk.

Dengan menggunakan Kendala (3.62), diperoleh :

$$\begin{aligned} X_2^a Y_2^b - P_X X_2 - P_Y Y_2 - P Z_2 - (c + t) X_2 - (c + t) Y_2 &\geq 0 \\ \Leftrightarrow X_2^a Y_2^b - (a X_2^{a-1} Y_2^b - (c + t)) X_2 - (b X_2^a Y_2^{b-1} - (c + t)) Y_2 \\ &\quad - P - (c + t) X_2 - (c + t) Y_2 \geq 0 \\ \Leftrightarrow X_2^a Y_2^b - a X_2^a Y_2^b - b X_2^a Y_2^b + (c + t) X_2 + (c + t) Y_2 - P - \\ &\quad (c + t) X_2 - (c + t) Y_2 \geq 0 \\ \Leftrightarrow P &\leq X_2^a Y_2^b - a X_2^a Y_2^b - b X_2^a Y_2^b \end{aligned}$$

jika $X_1^* \leq \bar{X}_1$ dan $X_2^* \leq \bar{X}_2$, maka $P_X = a \bar{X}_2^{a-1} \bar{Y}_2^b - (c + t)$,

$$P_Y = b \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^{b-1} - (c + t)$$

$$\text{dan } P \leq \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b - a \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b - b \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b$$

Optimasi masalah penyedia layanan (ISP) menjadi :

$$\begin{aligned}
 & \max_{P, P_X, P_Y} m(P_X X_1^* + P_Y Y_1^* + P Z_1^*) + n(P_X X_2^* + P_Y Y_2^* + P Z_2^*) \\
 & = m \left[\left(a \bar{X}_2^{a-1} \bar{Y}_2^b - (c+t) \right) \bar{X}_1 + \left(b \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^{b-1} - (c+t) \right) \bar{Y}_1 + \right. \\
 & \quad \left. \left\{ \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b - a \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b - b \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b \right\} \right] + n \left[\left(a \bar{X}_2^{a-1} \bar{Y}_2^b - (c+t) \right) \bar{X}_2 + \right. \\
 & \quad \left. \left(b \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^{b-1} - (c+t) \right) \bar{Y}_2 + \left\{ \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b - a \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b - b \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b \right\} \right] \\
 & = m \left[\left\{ \left(a \bar{X}_2^{a-1} \bar{Y}_2^b \right) \bar{X}_1 + \left(b \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^{b-1} \right) \bar{Y}_1 - (c+t) \bar{X}_1 - (c+t) \bar{Y}_1 \right\} + \right. \\
 & \quad \left. \left\{ \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b - a \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b - b \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b \right\} \right] + \\
 & \quad n \left[\left\{ \left(a \bar{X}_2^{a-1} \bar{Y}_2^b \right) \bar{X}_2 + \left(b \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^{b-1} \right) \bar{Y}_2 - (c+t) X_2 - \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. (c+t) Y_2 \right\} + \left\{ \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b - a \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b - b \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b \right\} \right] \\
 & = m \left[\left(a \bar{X}_2^{a-1} \bar{Y}_2^b \right) \bar{X}_1 + \left(b \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^{b-1} \right) \bar{Y}_1 - (\bar{X}_1 + \bar{Y}_1)(c+t) + \right. \\
 & \quad \left. \left\{ \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b - a \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b - b \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b \right\} \right] + n \left[\bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b - (c+t) X_2 - \right. \\
 & \quad \left. (c+t) Y_2 \right] \\
 & = m \left[\left(a \bar{X}_2^{a-1} \bar{Y}_2^b \right) (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) + \left(b \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^{b-1} \right) (\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2) - \right. \\
 & \quad \left. (\bar{X}_1 + \bar{Y}_1)(c+t) \right] - n[(\bar{X}_2 + \bar{Y}_2)(c+t)] + (m+n) \left(\bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b \right)
 \end{aligned}$$

Jika penyedia layanan (ISP) menggunakan harga two-part tariff dengan menetapkan $P_X > 0$, $P_Y > 0$, dan $P > 0$, maka penyedia dapat menetapkan harga yang optimal $P_X = a \bar{X}_2^{a-1} \bar{Y}_2^b - (c+t)$, $P_Y = b \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^{b-1} - (c+t)$, dan biaya berlangganan P sama dengan surplus konsumen dari konsumen tingkat pemakaian rendah, sehingga keuntungan maksimum diperoleh sebesar :

$$\begin{aligned}
 & m \left[\left(a \bar{X}_2^{a-1} \bar{Y}_2^b \right) (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) + \left(b \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^{b-1} \right) (\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2) \right. \\
 & \quad \left. - (\bar{X}_1 + \bar{Y}_1)(c+t) \right] + n[(\bar{X}_2 + \bar{Y}_2)(c+t)] \\
 & \quad + (m+n) \left(\bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b \right)
 \end{aligned}$$

Berdasarkan kasus ini diperoleh :

Lemma 9a :

Jika penyedia layanan (ISP) menggunakan harga two-part tariff, maka P_X dan P_Y optimal secara berurutan menjadi $a \bar{X}_2^{a-1} \bar{Y}_2^b -$

$(c + t)$ dan $b\bar{X}_2^a \bar{Y}_2^{b-1} - (c + t)$, serta $P = \bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b - a\bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b - b\bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b$ sehingga, keuntungan maksimum yang diperoleh sebesar :

$$m \left[\left(a\bar{X}_2^{a-1} \bar{Y}_2^b \right) (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) + \left(b\bar{X}_2^a \bar{Y}_2^{b-1} \right) (\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2) - (\bar{X}_1 + \bar{Y}_1)(c + t) \right] + n[(\bar{X}_2 + \bar{Y}_2)(c + t)] + (m + n) \left(\bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b \right)$$

Hasil analisis dari Lemma 7a, 8a, dan 9a disajikan dalam Tabel 1.45.

Tabel 1.45 Perbandingan skema pembiayaan untuk konsumen heterogen Tingkat Pemakaian Tinggi (High-demand) dan Tingkat Pemakaian Rendah (Low-demand) berdasarkan fungsi utilitas Cobb-Douglas.

	Lemma 7a (Flat-Fee)	Lemma 8a (Usage-Based)	Lemma 9a (Two-Part Tariff)
Harga yang dikenakan pada konsumen	$\bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b - (\bar{X}_2 + \bar{Y}_2) c$	$P_X = a\bar{X}_2^{a-1} \bar{Y}_2^b - (c + t)$ dan $P_Y = b\bar{X}_2^a \bar{Y}_2^{b-1} - (c + t)$	$P_X = a\bar{X}_2^{a-1} \bar{Y}_2^b - (c + t)$ dan $P_Y = b\bar{X}_2^a \bar{Y}_2^{b-1} - (c + t)$
Keuntungan maksimum	$(m + n) \left(\bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b - (\bar{X}_2 + \bar{Y}_2) c \right)$	$(m + n) \left[(a + b) \left(\bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b \right) - (c + t) \bar{X}_2 - (c + t) \bar{Y}_2 \right]$	$m \left[\left(a\bar{X}_2^{a-1} \bar{Y}_2^b \right) (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) + \left(b\bar{X}_2^a \bar{Y}_2^{b-1} \right) (\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2) - (\bar{X}_1 + \bar{Y}_1)(c + t) \right] + n[(\bar{X}_2 + \bar{Y}_2)(c + t)] + (m + n) \left(\bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b \right)$

Berdasarkan Tabel 1.45, jika diketahui $X \geq 0$ dan $Y \geq 0$, maka :

$$m \left[\left(a\bar{X}_2^{a-1} \bar{Y}_2^b \right) (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) + \left(b\bar{X}_2^a \bar{Y}_2^{b-1} \right) (\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2) - (\bar{X}_1 + \bar{Y}_1)(c + t) \right] + n[(\bar{X}_2 + \bar{Y}_2)(c + t)] + (m + n) \left(\bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b \right) > (m + n) \left[(a + b) \left(\bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b \right) - (c + t) X_2 - (c + t) Y_2 \right] > (m + n) \left(\bar{X}_2^a \bar{Y}_2^b - (\bar{X}_2 + \bar{Y}_2) c \right)$$

Untuk itu harga two-part tariff lebih baik dibandingkan harga flat fee dan harga usage-based untuk masalah konsumen heterogen dengan tingkat pemakaiannya (high-demand dan low-demand).

4.1 Latar Belakang

Menurut Norton (2001), dalam penggunaan layanan informasi Internet Service Provider (ISP) menghubungkan konsumen dan bisnis ke dalam satu cangkupan dimana keduanya bersaing antara satu sama lain pada harga, kinerja, kehandalan, dan sebagainya, namun juga harus saling bekerja sama untuk menyediakan konektivitas global untuk semua hal pada internet.

Saat ini terdapat berbagai macam permintaan pengguna internet dan berbagai macam aplikasi yang membuat penyediaan internet harus memperhitungkan kualitas dalam pelayanan (Quality of Service, QoS). Pada dasarnya, QoS memungkinkan untuk memberikan layanan yang lebih baik untuk permintaan tertentu. Untuk menunjukkan efisiensi ISP dalam pelayanan harus ada interaksi antara harga dan QoS (Barth et al., 2004).

Fungsi utilitas biasanya berhubungan dengan tingkat kepuasan yang pengguna dapatkan atas pemakaian layanan informasi yang digunakan khususnya yang berhubungan dengan memaksimalkan keuntungan dalam mencapai tujuan tertentu dan dapat ditulis dengan $U = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ yang artinya bahwa $x_1, x_2, \dots, x_n$ berkontribusi utilitas pengguna yang mengindikasikan kepuasan-tujuan (Curescu, 2005; Wang and Schulzrinne, 2001).

Banyak asumsi fungsi utilitas yang dipakai diantaranya yang sering digunakan oleh para peneliti yaitu sebagai fungsi bandwidth dengan nilai loss dan delay yang tetap dan mengikuti aturan bahwa utilitas marjinal sebagai fungsi bandwidth (Yang, 2004; Puspita et al., 2013; Puspita et al., 2013a). Banyak asumsi mengenai pemilihan fungsi utilitas, salah satunya Wu and Banker (2010) berasumsi bahwa fungsi tersebut haruslah mudah disederhanakan derivasinya dan mudah dianalisis homogenitas dan heterogenitas

fungsi utilitas pengguna yang mempengaruhi pilihan struktur pembiayaan bagi perusahaan.

Penelitian tentang teori rencana pembiayaan telah banyak tersedia, namun hanya sedikit rencana pembiayaan yang melibatkan fungsi utilitas sebagai indikator kepuasan konsumen. Wu and Banker (2010) telah menganalisis skema pembiayaan internet dengan menggunakan salah satu fungsi utilitas yaitu fungsi utilitas cobb-douglas modifikasi untuk memaksimumkan keuntungan ISP. Dalam penelitiannya, digunakan tiga skema pembiayaan untuk layanan informasi yaitu skema pembiayaan flat-fee, usage-based, dan two-part tariff. Hasil analisisnya menunjukkan bahwa skema pembiayaan flat-fee dan two-part tariff menghasilkan solusi lebih optimal dibandingkan dengan skema pembiayaan usage-based.

Penelitian lanjutan tentang skema pembiayaan internet saat ini telah melibatkan fungsi utilitas lainnya yang sering digunakan seperti fungsi utilitas cobb-douglass original, quasi-linier, perfect substitute dan fungsi bandwidth digunakan dalam tiga tipe skema pembiayaan untuk layanan informasi yakni flat-fee, usage-based dan two-part tariff baik secara analitik maupun secara MINLP (Mixed Integer Nonlinear Programming) dengan bantuan software aplikasi LINGO 11.0 (Indrawati et al., 2014; Indrawati et al., 2014a; Indrawati et al., 2015). Berdasarkan hasil penelitian tersebut, diperoleh metode baru pencarian layanan informasi dengan mempertimbangkan fungsi utilitas yang tepat menunjukkan bahwa fungsi utilitas yang dipilih terbukti dapat menghasilkan keuntungan yang besar bagi ISP dengan mengadopsi jenis skema pembiayaan yang ada, tetapi penelitian tersebut hanya pada pemilihan fungsi utilitas yang dapat memaksimumkan keuntungan bagi ISP dan mengabaikan biaya marjinal dan biaya pengawasan.

Secara umum, biaya marjinal didefinisikan sebagai biaya yang penetapannya disesuaikan dengan tingkat produksi suatu barang sehingga mengakibatkan perbedaan biaya tetap karena adanya penambahan jumlah unit produksi, sedangkan biaya pengawasan yaitu biaya yang dikeluarkan oleh perusahaan untuk mengawasi dan mengontrol aktivitas-aktivitas yang dilakukan oleh agen dalam

mengelola perusahaan. Pada kenyataannya, biaya marjinal dan biaya pengawasan juga menjadi isu penting dalam perkembangan layanan informasi terutama mempengaruhi fungsi objektif untuk tiga skema pembiayaan flat-fee, usage-based dan two-part tariff. Untuk itu, perlu kajian mengenai biaya marjinal dan biaya pengawasan dalam model skema pembiayaan layanan informasi yang melibatkan dua fungsi utilitas, yaitu fungsi utilitas perfect substitute dan fungsi utilitas quasi-linier.

4.2 Perumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan, perumusan masalah dalam penelitian ini sebagai berikut :

1. Bagaimana memformulasikan teori fungsi utilitas perfect substitute dan quasi-linier pada model skema pembiayaan layanan informasi dengan penambahan biaya marjinal dan biaya pengawasan berdasarkan skema pembiayaan flat-fee, usage-based, dan two-part tariff untuk masalah konsumen homogen dan heterogen.
2. Bagaimana membandingkan model skema pembiayaan layanan informasi pada teori fungsi utilitas perfect substitute dan quasi-linier dengan penambahan biaya marjinal dan biaya pengawasan berdasarkan tiga skema pembiayaan untuk konsumen homogen dan konsumen heterogen.

4.3 Pembatasan Masalah

1. Penelitian ini hanya menggunakan dua fungsi utilitas yaitu, fungsi utilitas perfect substitute dan fungsi utilitas quasi-linier dengan mengaplikasikan biaya marjinal dan biaya pengawasan pada model skema pembiayaan flat-fee, usage-based, dan two-part tariff. Selain itu analisis dalam penelitian ini dilakukan secara analitik dengan turunan (derivatif) untuk masalah konsumen homogen dan konsumen heterogen.
2. Konsumen heterogen dibedakan menjadi dua tipe yaitu heterogen berdasarkan keinginan untuk membayar yang ditentukan oleh ISP dan tingkat permintaan yang diukur dari

banyaknya pemakaian konsumen menggunakan data dari server lokal (data sekunder).

4.4 Tujuan

Tujuan dari penelitian ini adalah :

1. Mengimplementasikan teori fungsi utilitas perfect substitute dan quasi-linier pada model skema pembiayaan layanan informasi dengan mengaplikasikan biaya marjinal dan biaya pengawasan berdasarkan skema pembiayaan flat-fee, usage-based, dan two-part tariff untuk konsumen homogen dan konsumen heterogen.
2. Membandingkan model skema pembiayaan layanan informasi pada fungsi utilitas perfect substitute dan quasi-linier dengan mengaplikasikan biaya marjinal dan biaya pengawasan berdasarkan tiga skema pembiayaan untuk konsumen homogen dan konsumen heterogen.

4.5 Manfaat

Hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat, yaitu:

1. Dapat mengembangkan teori fungsi utilitas pada model skema pembiayaan dengan memperluas model serta penambahan biaya marginal dan biaya pengawasan.
2. Dapat dimanfaatkan oleh ISP karena teori tersebut dapat dijadikan acuan dalam pembentukan model pembiayaan internet yang diharapkan dapat menarik minat konsumen dimana konsumen dapat memilih layanan sesuai dengan bandwidth yang mereka perlukan dan sesuai dengan anggaran biaya yang dikeluarkan oleh ISP.

4.6 Internet Service Provider (ISP)

Menurut Kuswandi, dkk (2007), Internet Service Provider (ISP) adalah pihak atau perusahaan yang memiliki layanan internet. Provider akan mendaftarkan layanan yang dimilikinya kepada suatu service registry. Service registry bertanggung jawab untuk mencatat layanan yang didaftarkan oleh web provider dan akan

menjawab permohonan service requestor. Service requestor adalah pihak yang membutuhkan layanan tertentu di internet yaitu konsumen.

Tipe layanan dari ISP biasanya dikategorikan menjadi 2 bagian yaitu:

1. Layanan berdasarkan tingkat pemakaian

Layanan berdasarkan tingkat pemakaian ini adalah layanan internet pada konsumen tidak terkoneksi secara terus menerus ke internet. Konsumen akan dibebani biaya berdasarkan lamanya mereka terkoneksi ke internet. Salah satu contoh layanan internet layanan berdasarkan pemakaian adalah Telkomnet instant dari Telkom.

2. Layanan dengan pemakaian tiada batas

Konsumen yang menggunakan layanan ini terhubung terus dengan internet. Sistem pembayaran dari layanan ini juga biasanya dilakukan per bulan yaitu konsumen akan membayar sesuai dengan paket yang ditawarkan, baik selama sebulan tersebut konsumen memang benar menggunakan internet 24 jam penuh ataupun tidak.

Sistem ini biasanya mahal dan biasanya untuk menekan biaya langganan, ISP memberikan beberapa metode untuk menekan harga misalnya dengan membatasi jumlah data yang boleh diunduh dan diunggah oleh konsumen selama 1 bulan. Jumlah batasan data ini biasanya disebut dengan kuota. Contohnya adalah Speedy dari Telkom dan layanan-layanan dari ISP jaringan tanpa kabel.

ISP memiliki infrastruktur sebagai sarana layanan informasi yang terkoneksi pada internet. ISP membagi kapasitas koneksi pada internet yang dimilikinya untuk para konsumen yang membutuhkan jasa internet sesuai dengan layanan internet yang dipilih oleh konsumen. Sistem layanan biasanya telah ditetapkan oleh ISP. Ada juga provider layanan informasi lain yang menerapkan sistem langganan dengan menggunakan sistem yang berbasis kuota. Keberadaan sebuah ISP saat ini sudah sangat dibutuhkan, tingkat pelayanan sistem ini nantinya akan berpengaruh pada kecepatan koneksi yang dimiliki (Anonim, 2015).

4.7 Quality of Services (Qos)

Menurut Faizal (2011), quality of service (QoS) merupakan suatu jaringan untuk menyediakan layanan yang lebih baik untuk pengguna dalam membagi bandwidth sesuai kebutuhan data dan suara yang digunakan. QoS merupakan terminologi yang digunakan untuk mendefinisikan kemampuan suatu jaringan untuk menyediakan tingkat jaminan layanan yang berbeda-beda.

Kinerja jaringan komputer dapat bervariasi akibat beberapa masalah, seperti masalah bandwidth, latency, dan jitter, yang dapat membuat efek cukup besar bagi banyak pengguna. Fitur QoS ini menjadikan bandwidth, latency, dan jitter dapat diprediksi dan dicocokkan dengan kebutuhan aplikasi yang digunakan di dalam jaringan yang ada.

4.8 Fungsi Utilitas

Fungsi utilitas biasanya berhubungan dengan tingkat kepuasan yang pengguna dapatkan atas pemakaian layanan informasi yang digunakan khususnya yang berhubungan dengan memaksimalkan keuntungan dalam mencapai tujuan tertentu dan dapat ditulis dengan $U = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ yang artinya bahwa $x_1, x_2, \dots, x_n$ berkontribusi utilitas pengguna yang mengindikasikan kepuasan-tujuan (Curescu, 2005; Wang and Schulzrinne, 2001).

Selain itu juga terdapat garis yang membentuk fungsi utilitas yang disebut dengan kurva indiferensi (indifference curve) atau kurva yang menggambarkan hubungan antara dua jenis barang yang dikonsumsi oleh konsumen di mana konsumen mendapatkan kepuasan yang sama pada tiap-tiap titik kombinasi kuantitas kedua jenis barang tersebut (Chugh, 2012), kurva indiferensi memiliki slope negatif, bentuk kurva indiferensi berslope negatif yaitu jika konsumen mengurangi konsumsi satu barang, maka konsumsi barang yang lain perlu ditambah dalam rangka mempertahankan kepuasan konsumen. Slope negatif dari kurva indiferensi sama dengan MRS, MRS (Marginal Rate of Substitution) (Floyd, 2013) merupakan tingkat di mana konsumen bersedia memberikan sejumlah barang untuk memperoleh barang lainnya dengan tingkat

kepuasan yang diperoleh adalah sama atau sama dengan kemiringan pada kurva indiferensi.

4.8.1 Fungsi Utilitas Perfect Substitute

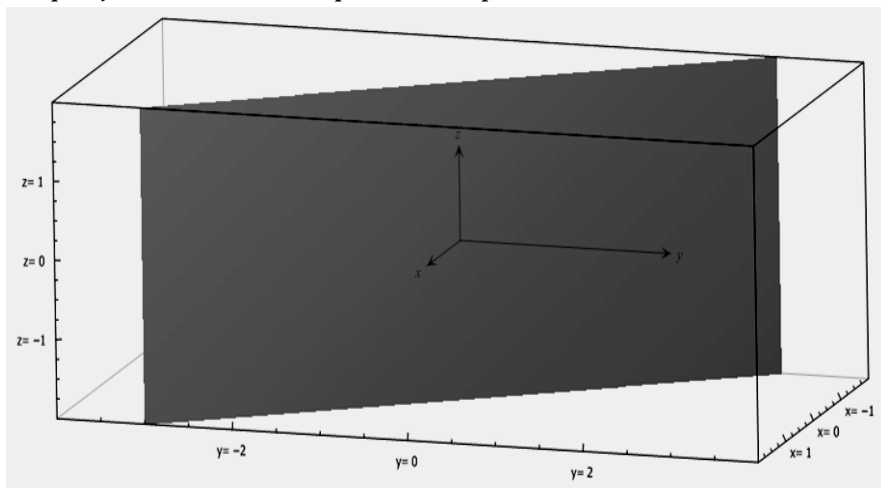
Bentuk umum : $U(x, y) = ax + by$ (4.1)

dengan a dan b merupakan konstanta (Hutchinson, 2011).

$$\begin{aligned}
 U &= F(x, y) \\
 du &= \frac{\partial U}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial U}{\partial y} \cdot dy \\
 MU_x \cdot dx + MU_y \cdot dy &= 0 \\
 MU_x \cdot dx &= -MU_y \cdot dy \text{ atau} \\
 MRS &= -\frac{dy}{dx} = -\frac{a}{b}
 \end{aligned}
 \tag{4.2}$$

Kurva indiferensi dari fungsi utilitas ini memiliki kemiringan $-\frac{a}{b}$.

Dari penjelasan diatas, dapat dilihat pada Gambar 4.1.



Gambar 4.1 Fungsi Utilitas Perfect Substitute

4.8.2 Fungsi Utilitas berdasarkan Quasi-Linier

Menurut Hutchinson (2011), bentuk umum fungsi utilitas berdasarkan quasi-linier :

$U = ax + f(y)$ atau $U = f(x) + ay$ dengan $f(y)$ atau $f(x)$ merupakan fungsi non-linier dan a merupakan konstanta. Fungsi non-linier yang digunakan dalam penelitian ini adalah Y^b ; b merupakan konstanta.

4.9 Pengertian Biaya Marjinal dan Biaya Pengawasan

Menurut Ratung (2014), biaya marginal didefinisikan sebagai biaya yang berbeda-beda penetapannya akibat adanya tingkat produksi yang berbeda sehingga mengakibatkan perbedaan biaya tetap yang terjadi akibat adanya keputusan tertentu yang disebabkan karena adanya penambahan jumlah unit produksi.

Biaya pengawasan merupakan biaya yang dikeluarkan oleh perusahaan untuk mengawasi aktivitas-aktivitas yang dilakukan oleh agen dalam mengelola perusahaan (Pratama, 2013). Fungsi utama daripada pengawasan adalah ditujukan pada perbaikan dan peningkatan kualitas untuk mencapai tujuan, atau dengan kata lain adalah menilai, memperbaiki dan memastikan apakah kegiatan produksi dapat mencapai hasil yang memuaskan sesuai dengan tujuan.

Wu and Banker (2010), diasumsikan bahwa biaya marjinal dinotasikan dengan c dan biaya pengawasan dinotasikan dengan t . Dengan biaya marginal dan biaya pengawasan bernilai positif, keuntungan dari setiap konsumen (dilambangkan dengan π), untuk skema harga yang diberikan oleh perusahaan.

Skema pembiayaan flat fee: $\pi = P - c\bar{X}$, untuk memaksimumkan keuntungan ditetapkan $P = a \log(\bar{X} + 1)$, sehingga: $\pi = a \log(\bar{X} + 1) - c\bar{X}$

Skema pembiayaan usage-based: $\pi = (P_x - c - t)X(P_x)$, dimana $X(P_x)$ adalah turunan pertama dari optimasi masalah konsumen.

Skema pembiayaan two-part tariff: $\pi = (P_x - c - t)X(P_x) + P$

4.10 Model Pasar untuk Penyedia Layanan Internet

Pada sub bab ini menjelaskan model yang digunakan untuk optimasi masalah konsumen dan optimasi masalah produsen yang diperlukan untuk mencari keuntungan bagi ISP.

4.10.1 Optimasi Masalah Konsumen

Wu and Banker (2010), menjelaskan skema pembiayaan flat-fee, usage-based, dan two-part tariff serta harga yang ditentukan oleh ISP dengan i menunjukkan konsumen yang memilih layanan yang disediakan oleh ISP dan penentuan tingkat

penggunaan layanan oleh konsumen tersebut pada saat jam sibuk atau saat jam tidak sibuk untuk memaksimalkan tingkat kepuasaannya.

Berikut ini merupakan optimasi masalah konsumen (Wu and Banker, 2010)

$$\text{Maks}_{X_i, Y_i, Z_i} U_i(X_i, Y_i) - P_x X_i - P_y Y_i - P Z_i \quad (4.3)$$

dengan kendala:

$$X_i \leq \bar{X}_i Z_i \quad (4.4)$$

$$Y_i \leq \bar{Y}_i Z_i \quad (4.5)$$

$$U_i(X_i, Y_i) - P_x X_i - P_y Y_i - P Z_i \geq 0 \quad (4.6)$$

$$Z_i = 0 \text{ atau } 1 \quad (4.7)$$

Parameter-parameter yang diberikan adalah sebagai berikut :

P : Biaya yang dikeluarkan jika mengikuti layanan yang diberikan.

P_x : Harga yang diberikan ISP saat jam sibuk (jam 09.00-16.59 WIB).

P_y : Harga yang diberikan ISP saat jam tidak sibuk (jam 17.00-08.59 WIB).

$U_i(X_i, Y_i)$: Fungsi utilitas dari konsumen i dengan X_i adalah tingkat penggunaan layanan saat jam sibuk dan Y_i adalah tingkat penggunaan layanan saat jam tidak sibuk.

Dengan variabel tetapnya adalah sebagai berikut :

X_i : Tingkat penggunaan layanan saat jam sibuk.

Y_i : Tingkat penggunaan layanan saat jam tidak sibuk.

Z_i : Variabel tujuan konsumen i sehubungan dengan keikutsertaannya.

$\bar{X}_i$: Tingkat tertinggi konsumen i dalam menggunakan layanan saat jam sibuk.

$\bar{Y}_i$: Tingkat tertinggi konsumen i dalam menggunakan layanan saat jam tidak sibuk.

Fungsi Tujuan (4.3) ditujukan untuk memaksimumkan penggunaan layanan oleh konsumen berdasarkan harga yang disediakan oleh ISP. Untuk mempertahankan hubungan dengan jangka waktu yang lama antara konsumen dan ISP biaya yang digunakan tidak boleh biaya untuk jangka waktu pendek atau jangka waktu tertentu.

Skema pembiayaan yang dipilih disesuaikan dengan variabel P , P_x dan P_y . Untuk skema pembiayaan flat-fee ditetapkan ketentuan P_x , P_y bernilai 0 dan P bernilai positif, untuk skema pembiayaan usage-based ditetapkan ketentuan P_x , P_y bernilai positif dan P bernilai 0 dan untuk skema pembiayaan two-part tariff ditetapkan ketentuan P_x , P_y , dan P bernilai positif.

Persamaan (4.7) ditentukan oleh konsumen i , jika konsumen i memilih untuk tidak bergabung dengan program ini maka Z_i bernilai 0, Kendala (4.4) dan Kendala (4.5) bernilai nol, tingkat konsumsinya X_i dan Y_i dan utilitas total serta biaya keduanya juga bernilai nol. Jika konsumen i memilih untuk bergabung dengan program maka Z_i bernilai 1 dan konsumen tersebut harus memutuskan tingkat konsumsi optimal X_i dan Y_i , yang tidak bisa melebihi batas atasnya $\bar{X}_i$ dan $\bar{Y}_i$.

Skema pembiayaan yang dipilih disesuaikan dengan variabel P , P_x , dan P_y dengan tiga strategi skema pembiayaan yaitu :

- Skema pembiayaan flat-fee, jika P_x dan P_y keduanya bernilai nol dan P adalah positif.
- Skema pembiayaan usage-based, jika P_x dan P_y positif dan P bernilai nol.
- Skema pembiayaan two-part tariff, jika P_x , P_y dan P semuanya bernilai positif.

4.10.2 Optimasi Masalah Produsen

Menurut Wu and Banker (2010), mengingat masalah optimasi yang dihadapi oleh konsumen, ISP memutuskan skema pembiayaan mana yang dapat digunakan untuk memaksimumkan total keuntungan. Diasumsikan bahwa biaya produksi marginal untuk menyediakan satu unit tambahan layanan untuk konsumen dan biaya pengawasan untuk satu unit layanan dalam harga usage-based (pada harga flat-fee tidak ada kebutuhan untuk biaya pengawasan pada tingkat penggunaan konsumen, sehingga pada skema flat-fee tidak dikenakan biaya pengawasan) dan keduanya bernilai 0 atau diabaikan.

Adapun optimasi masalah produsen (Wu and Banker, 2010) sebagai berikut:

$$\text{Maks}_{P_x, P_y, P_z} \sum_i (P_x X_i^* + P_y Y_i^* + P_z Z_i^*) \quad (4.8)$$

dimana $(X_i^*, Y_i^*, Z_i^*) = \text{argmaks } U_i(X_i, Y_i) - P_x X_i - P_y Y_i - P_z Z_i$

dengan kendala:

$$X_i \leq \bar{X}_i Z_i$$

$$Y_i \leq \bar{Y}_i Z_i$$

$$U_i(X_i, Y_i) - P_x X_i - P_y Y_i - P_z Z_i \geq 0$$

$$Z_i = 0 \text{ atau } 1$$

dan parameter-parameternya sebagai berikut :

$X_i^* = X_{i(P_x, P_y, P)}$: Tingkat konsumsi layanan konsumen i pada jam sibuk.

$Y_i^* = Y_{i(P_x, P_y, P)}$: Tingkat konsumsi layanan konsumen i pada jam tidak sibuk.

$Z_i^* = Z_{i(P_x, P_y, P)}$: Variabel tujuan konsumen i sehubungan dengan keikutsertaannya.

$U_{i(X_i, Y_i)}$: Fungsi utilitas dari konsumen i dengan X_i adalah tingkat penggunaan layanan saat jam sibuk dan Y_i adalah tingkat penggunaan layanan saat jam tidak sibuk.

$\bar{X}_i$: Tingkat tertinggi konsumen i dalam menggunakan layanan saat jam sibuk.

$\bar{Y}_i$: Tingkat tertinggi konsumen i dalam menggunakan layanan saat jam tidak sibuk.

dengan variabel tetapnya adalah sebagai berikut :

P : Biaya yang diperlukan untuk mengikuti program layanan.

P_x : Harga dari layanan yang ditentukan oleh ISP saat jam sibuk.

P_y : Harga dari layanan yang ditentukan oleh ISP saat jam tidak sibuk.

Fungsi Tujuan (4.8) ditujukan untuk memaksimumkan keuntungan yang didapat oleh ISP dari banyaknya tingkat penggunaan layanan konsumen i pada saat jam sibuk ataupun saat jam tidak sibuk.

4.11 Fungsi Utilitas Perfect Substitute

Pada kasus ini digunakan fungsi utilitas perfect substitute dengan bentuk $U(x, y) = ax + by$.

4.11.1 Fungsi Utilitas Perfect Substitute pada Konsumen Homogen

Diasumsikan bahwa biaya marginal dinotasikan dengan c dan biaya pengawasan dinotasikan dengan t keduanya bernilai 0. Pada bab ini, dikaji bagaimana pengaruh dari biaya marginal dan biaya pengawasan terhadap skema pembiayaan yang optimal. Skema pembiayaan flat-fee bebas atau tidak memerlukan biaya pengawasan, karena pada dasarnya tidak ada kebutuhan untuk memantau konsumsi konsumen.

Pada kasus konsumen homogen, diasumsikan semua konsumen memiliki tingkat kepuasan yang sama dan tingkat maksimum penggunaan yang sama pada jam sibuk maupun pada jam tidak sibuk, yaitu $\bar{X}$ dan $\bar{Y}$. Dengan fungsi utilitas yang lebih spesifik, setiap konsumen memiliki masalah optimasi sebagai berikut, untuk skema pembiayaan flat-fee:

Optimasi Masalah Konsumen :

$$\text{Maks}_{X,Y,Z} Zk = aX + bY - P_x X - P_y Y - PZ - (X + Y)c \quad (4.9)$$

dengan kendala :

$$X \leq \bar{X}Z \quad (4.10)$$

$$Y \leq \bar{Y}Z \quad (4.11)$$

$$aX + bY - P_x X - P_y Y - PZ - (X + Y)c \geq 0 \quad (4.12)$$

$$Z = 0 \text{ atau } 1 \quad (4.13)$$

Optimasi Masalah Produsen :

$$\begin{aligned} &\text{Maks}_{P_x, P_y} \sum_i (P_x X^* + P_y Y^* \\ &+ PZ^*) \end{aligned} \quad (4.14)$$

dimana $(X^*, Y^*, Z^*) = \text{argmaks } aX + bY - P_x X - P_y Y - PZ - (X + Y)c$

dengan kendala:

$$X \leq \bar{X}Z$$

$$Y \leq \bar{Y}Z$$

$$aX + bY - P_x X - P_y Y - PZ - (X + Y)c \geq 0$$

$$Z = 0 \text{ atau } 1$$

Untuk skema pembiayaan usage-based dan two-part tariff :

Optimasi Masalah Konsumen :

$$\text{Maks}_{X,Y,Z} Zk = aX + bY - P_x X - P_y Y - PZ - (c + t)X - (c + t)Y \quad (4.15)$$

dengan kendala :

$$X \leq \bar{X}Z$$

$$Y \leq \bar{Y}Z$$

$$aX + bY - P_x X - P_y Y - PZ - (c + t)X - (c + t)Y \geq 0 \quad (4.16)$$

$$Z = 0 \text{ atau } 1$$

Optimasi Masalah Produsen :

$$\text{Maks}_{P_x, P_y, P} \sum_i (P_x X^* + P_y Y^* + PZ^*)$$

$$\text{dimana } (X^*, Y^*, Z^*) = \text{argmaks } aX + bY - P_x X - P_y Y - PZ - (c + t)X - (c + t)Y$$

dengan kendala:

$$X \leq \bar{X}Z$$

$$Y \leq \bar{Y}Z$$

$$aX + bY - P_x X - P_y Y - PY - (c + t)X - (c + t)Y \geq 0$$

$$Z = 0 \text{ atau } 1$$

Kasus 1. Skema pembiayaan flat-fee untuk konsumen homogen berdasarkan fungsi utilitas perfect substitute dengan biaya marjinal dan biaya pengawasan

Jika ISP memilih untuk menggunakan skema pembiayaan flat-fee maka ditetapkan $P_x = 0$, $P_y = 0$, dan $P > 0$, dan harga yang diberikan oleh ISP tidak berpengaruh pada waktu penggunaan saat jam sibuk ataupun jam tidak sibuk. Dengan ditetapkannya ketentuan tersebut tingkat konsumsi konsumen menjadi $X = \bar{X}$ dan $Y = \bar{Y}$ sehingga Fungsi Tujuan (4.9) menjadi:

$$\text{Maks}_{X,Y,Z} Zk = a\bar{X} + b\bar{Y} - 0.\bar{X} - 0.\bar{Y} - P(1) - (\bar{X} + \bar{Y})c$$

$$= \text{Maks}_{X,Y,Z} Zk = a\bar{X} + b\bar{Y} - P - (\bar{X} + \bar{Y})c$$

Berdasarkan Kendala (4.12), diperoleh:

$$a\bar{X} + b\bar{Y} - P_x \bar{X} - P_y \bar{Y} - PZ - (\bar{X} + \bar{Y})c \geq 0$$

$$\Leftrightarrow a\bar{X} + b\bar{Y} - 0.\bar{X} - 0.\bar{Y} - P(1) - (\bar{X} + \bar{Y})c \geq 0$$

$$\Leftrightarrow a\bar{X} + b\bar{Y} - P - (\bar{X} + \bar{Y})c \geq 0$$

$$\Leftrightarrow P \leq a\bar{X} + b\bar{Y} - (\bar{X} + \bar{Y})c$$

Sehingga optimasi masalah produsen:

$$\begin{aligned}
 \text{Maks}_{P, P_x, P_y} \sum_i (P_x X^* + P_y Y^* + P Z^*) &= \text{Maks}_{P, P_x, P_y} \sum_i (0 \cdot X^* + 0 \cdot Y^* + P(1)) \\
 &= \text{Maks}_{P, P_x, P_y} \sum_i (0 + 0 + a\bar{X} + b\bar{Y} - (\bar{X} + \bar{Y})c) \\
 &= \text{Maks}_{P, P_x, P_y} \sum_i (a\bar{X} + b\bar{Y} - (\bar{X} + \bar{Y})c)
 \end{aligned}$$

Biaya yang dikenakan pada skema pembiayaan flat-fee adalah $a\bar{X} + b\bar{Y} - (\bar{X} + \bar{Y})c$ dan keuntungan maksimum yang diperoleh oleh ISP adalah:

$$\text{Maks}_{P, P_x, P_y} \sum_i (a\bar{X} + b\bar{Y} - (\bar{X} + \bar{Y})c)$$

Selanjutnya diperoleh lemma berikut.

Lemma 1a: Jika ISP menggunakan skema pembiayaan flat-fee, biaya yang dibayarkan menjadi $a\bar{X} + b\bar{Y} - (\bar{X} + \bar{Y})c$ dan keuntungan maksimum yang diperoleh adalah:

$$\sum_i (a\bar{X} + b\bar{Y} - (\bar{X} + \bar{Y})c)$$

Kasus 2a: Skema pembiayaan usage-based untuk konsumen homogen berdasarkan fungsi utilitas perfect substitute dengan biaya marjinal dan biaya pengawasan

Jika ISP memilih menggunakan skema pembiayaan usage-based maka ditetapkan $P_x > 0$, $P_y > 0$, dan $P = 0$, dimana harga yang diberikan ISP dibedakan, yaitu harga pada saat jam sibuk dan jam tidak sibuk. Dengan ketetapan tersebut Fungsi Tujuan (4.15) menjadi:

$$\begin{aligned}
 \text{Maks}_{X, Y, Z} \quad Zk &= aX + bY - P_x X - P_y Y - 0 \cdot Z - (c + t)X - (c + t)Y \\
 \text{Maks}_{X, Y, Z} \quad Zk &= aX + bY - P_x X - P_y Y - (c + t)X - (c + t)Y \quad (4.17)
 \end{aligned}$$

Untuk memaksimumkan Persamaan (4.17), dilakukan pendiferensialan terhadap X dan Y ; dengan syarat

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial Zk}{\partial X} &= 0 \quad \text{dan} \quad \frac{\partial Zk}{\partial Y} = 0 \\
 \Leftrightarrow \frac{\partial (aX + bY - P_x X - P_y Y - (c + t)X - (c + t)Y)}{\partial X} &= 0 \\
 \Leftrightarrow a - (c + t) &= P_x \quad \Leftrightarrow a = P_x + (c + t) \quad (4.18)
 \end{aligned}$$

dan

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow \frac{\partial(aX + bY - P_x X - P_y Y - (c + t)X - (c + t)Y)}{\partial Y} = 0 \\ &\Leftrightarrow b - (c + t) = P_y \quad \Leftrightarrow b = P_y + (c + t) \quad (4.19) \end{aligned}$$

Optimasi masalah produsen menjadi :

$$\begin{aligned} &\text{Maks}_{P_x, P_y} \sum_i (P_x X^* + P_y Y^*) \\ &= \text{Maks}_{P_x, P_y} \sum_i ((a - (c + t))X^* + (b - (c + t))Y^*) \\ &= \text{Maks}_{P_x, P_y} \sum_i (aX^* - (c + t)X^* + bY^* - (c + t)Y^*) \\ &= \text{Maks}_{P_x, P_y} \sum_i (aX^* + bY^* - (c + t)X^* - (c + t)Y^*) \end{aligned}$$

Jika X dan Y dibatasi, maka X^* dan Y^* menjadi $\bar{X}$ dan $\bar{Y}$. Dengan kata lain, P_x dan P_y menjadi $P_x = a - (c + t)$ dan $P_y = b - (c + t)$ dengan keuntungan maksimum yang diperoleh adalah:

$$\sum_i (a\bar{X} + b\bar{Y} - (c + t)\bar{X} - (c + t)\bar{Y})$$

Sehingga diperoleh lemma berikut.

Lemma 2a : Jika ISP menggunakan skema pembiayaan usage-based, harga optimalnya adalah $P_x = a - (c + t)$ dan $P_y = b - (c + t)$ dengan keuntungan maksimum yang diperoleh adalah:

$$\sum_i (a\bar{X} + b\bar{Y} - (c + t)\bar{X} - (c + t)\bar{Y})$$

Kasus 3a: Skema pembiayaan two-part tariff untuk konsumen homogen berdasarkan fungsi utilitas perfect substitute dengan biaya marjinal dan biaya pengawasan

Jika ISP memilih menggunakan skema pembiayaan two-part tariff maka ditetapkan $P_x > 0$, $P_y > 0$, dan $P > 0$. Jika Persamaan (4.18) dan (4.19) disubstitusikan ke Pertidaksamaan (4.16) yang merupakan kendala pada optimasi masalah konsumen untuk skema pembiayaan two-part tariff, maka kendala tersebut menjadi:

$$\begin{aligned} &aX + bY - P_x X - P_y Y - PZ - (c + t)X - (c + t)Y \geq 0 \\ &\Leftrightarrow aX + bY - (a - (c + t))X - (b - (c + t))Y - P - (c + t)X - \\ &(c + t)Y \geq 0 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow aX + bY - aX + (c + t)X - bY + (c + t)Y - P - (c + t)X - (c + t)Y \geq 0$$

$$\Leftrightarrow aX - aX + bY - bY + (c + t)X - (c + t)X + (c + t)Y - (c + t)Y - P \geq 0$$

$$\Leftrightarrow -P \geq 0$$

$$\Leftrightarrow P \leq 0$$

Karena P tidak boleh bernilai negatif, nilai P yang memenuhi adalah $P = 0$

Optimasi Masalah Produsen menjadi:

$$\begin{aligned} & \text{Maks}_{P, P_x, P_y} \sum_i (P_x X^* + P_y Y^* + P Z^*) \\ &= \text{Maks}_{P, P_x, P_y} \sum_i ((a - (c + t))X^* + (b - (c + t))Y^* + P) \\ &= \text{Maks}_{P, P_x, P_y} \sum_i ((a - (c + t))X^* + (b - (c + t))Y^* + 0) \\ &= \text{Maks}_{P, P_x, P_y} \sum_i (aX^* - (c + t)X^* + bY^* - (c + t)Y^*) \\ &= \text{Maks}_{P, P_x, P_y} \sum_i aX^* + bY^* - (c + t)X^* - (c + t)Y^* \end{aligned}$$

Jika X dan Y dibatasi, maka X^* dan Y^* menjadi $\bar{X}$ dan $\bar{Y}$. Dengan kata lain, P_x dan P_y menjadi $P_x = a - (c + t)$, $P_y = b - (c + t)$, dan $P = 0$ dengan keuntungan maksimum yang diperoleh adalah:

$$\sum_i a\bar{X} + b\bar{Y} - (c + t)\bar{X} - (c + t)\bar{Y}$$

Dari hasil analisis ini diperoleh lemma berikut.

Lemma 3a : Jika ISP menggunakan skema pembiayaan two-part tariff, harga optimalnya adalah $P_x = a - (c + t)$ dan $P_y = b - (c + t)$ dengan keuntungan maksimum yang diperoleh adalah:

$$\sum_i a\bar{X} + b\bar{Y} - (c + t)\bar{X} - (c + t)\bar{Y}$$

Hasil analisis dari Lemma 1a, 2a, dan 3a disajikan dalam Tabel 1.46.

Tabel 1. 46 Perbandingan Skema Pembiayaan untuk Konsumen Homogen Berdasarkan Fungsi Utilitas Perfect Substitute dengan Biaya Marjinal dan Biaya Pengawasan

Yang Dioptimalkan	Kasus 1.a (Flat-Fee)	Kasus 2.a (Usage-Based)	Kasus 3.a (Two-Part Tariff)
Harga yang Dikenakan pada Konsumen	$P = a\bar{X} + b\bar{Y} - (\bar{X} + \bar{Y})c$	$P_x = a - (c + t)$ dan $P_y = b - (c + t)$	$P_x = a - (c + t)$ dan $P_y = b - (c + t)$
Keuntungan Maksimum	$\sum_i a\bar{X} + b\bar{Y} - (\bar{X} + \bar{Y})c$	$\sum_i (a\bar{X} + b\bar{Y} - (c + t)\bar{X} - (c + t)\bar{Y})$	$\sum_i a\bar{X} + b\bar{Y} - (c + t)\bar{X} - (c + t)\bar{Y}$

Berdasarkan Tabel 1.46 dapat dilihat bahwa :

$$\sum_i a\bar{X} + b\bar{Y} - (\bar{X} + \bar{Y})c \geq \sum_i (a\bar{X} + b\bar{Y} - (c + t)\bar{X} - (c + t)\bar{Y})$$

dimana $(c + t) \leq a\bar{X}$ atau $(c + t) \leq b\bar{Y}$, tipe skema pembiayaan flat-fee menghasilkan keuntungan maksimum lebih optimal dibandingkan saat ISP memilih menggunakan skema pembiayaan usage-based, dan two-part tariff.

4.11.2 Fungsi Utilitas Perfect Subtitute pada Konsumen Heterogen high-end dan low-end

Pada analisis 4.11.1 telah dibahas mengenai konsumen homogen, selanjutnya dibahas pula mengenai konsumen heterogen. Konsumen heterogen yang dianalisis adalah konsumen heterogen high-end dan low-end. Misalkan terdapat m konsumen golongan atas (i=1) dan n konsumen golongan bawah (i=2). Diasumsikan bahwa setiap konsumen heterogen mempunyai batas atas yang sama $\bar{X}$ dan $\bar{Y}$ dengan masing-masing adalah tingkat konsumsi pada saat jam sibuk dan pada saat jam tidak sibuk, $a_1 > a_2$ dan $b_1 > b_2$.

Tingkat kepuasan maksimum diperoleh dengan memilih tingkat konsumsi $X_1 = \bar{X}$, $Y_1 = \bar{Y}$ atau $X_2 = \bar{X}$, $Y_2 = \bar{Y}$ dan $X_1^* = \bar{X}$, $Y_1^* = \bar{Y}$ atau $X_2^* = \bar{X}$, $Y_2^* = \bar{Y}$.

Untuk skema pembiayaan flat-fee :

Optimasi Masalah Konsumen:

$$\text{Maks}_{X_i, Y_i, Z_i} Z_k = a_i X_i + b_i Y_i - P_x X_i - P_y Y_i - P Z_i - (X_i + Y_i)c \quad (4.20)$$

dengan kendala :

$$X_i \leq \bar{X}_i Z_i$$

$$Y_i \leq \bar{Y}_i Z_i$$

$$a_i X_i + b_i Y_i - P_x X_i - P_y Y_i - P Z_i - (X_i + Y_i)c \geq 0 \quad (4.21)$$

$$Z_i = 0 \text{ atau } 1$$

Optimasi Masalah Produsen:

$$\text{Maks}_{P, P_x, P_y} m(P_x X_1^* + P_y Y_1^* + P Z_1^*) + n(P_x X_2^* + P_y Y_2^* + P Z_2^*) \quad (4.22)$$

dimana $(X_i^*, Y_i^*, Z_i^*) = \text{argmaks } a_i X_i + b_i Y_i - P_x X_i - P_y Y_i - P Z_i - (X_i + Y_i)c$

dengan kendala:

$$X_i \leq \bar{X}_i Z_i$$

$$Y_i \leq \bar{Y}_i Z_i$$

$$a_i X_i + b_i Y_i - P_x X_i - P_y Y_i - P Z_i - (X_i + Y_i)c \geq 0$$

$$Z_i = 0 \text{ atau } 1$$

Untuk skema pembiayaan usage-based dan two-part tariff :

Optimasi Masalah Konsumen:

$$\text{Maks}_{X_i, Y_i, Z_i} Z_k = a_i X_i + b_i Y_i - P_x X_i - P_y Y_i - P Z_i - (c + t)X_i - (c + t)Y_i \quad (4.23)$$

dengan kendala :

$$X_i \leq \bar{X}_i Z_i$$

$$Y_i \leq \bar{Y}_i Z_i$$

$$a_i X_i + b_i Y_i - P_x X_i - P_y Y_i - P Z_i - (c + t)X_i - (c + t)Y_i \geq 0 \quad (4.24)$$

$$Z_i = 0 \text{ atau } 1$$

Optimasi Masalah Produsen:

$$\text{Maks}_{P, P_x, P_y} m(P_x X_1^* + P_y Y_1^* + P Z_1^*) + n(P_x X_2^* + P_y Y_2^* + P Z_2^*)$$

dimana $(X_i^*, Y_i^*, Z_i^*) = \text{argmaks } a_i X_i + b_i Y_i - P_x X_i - P_y Y_i - P Z_i - (c + t)X_i - (c + t)Y_i$

dengan kendala:

$$X_i \leq \bar{X}_i Z_i$$

$$Y_i \leq \bar{Y}_i Z_i$$

$$a_i X_i + b_i Y_i - P_x X_i - P_y Y_i - P Z_i - (c + t) X_i - (c + t) Y_i \geq 0$$

$$Z_i = 0 \text{ atau } 1$$

Kasus 4a: Skema pembiayaan flat-fee untuk konsumen heterogen (high-end dan low-end) berdasarkan fungsi utilitas perfect substitute dengan biaya marjinal dan biaya pengawasan

Jika menggunakan skema pembiayaan flat-fee, maka $P_X = 0$, $P_Y = 0$, dan $P > 0$. Jika konsumen memilih untuk bergabung ke dalam program yang diberikan, tingkat kepuasan maksimum diperoleh dengan memilih tingkat konsumsi $X_1 = \bar{X}$, $Y_1 = \bar{Y}$ atau $X_2 = \bar{X}$, $Y_2 = \bar{Y}$. Hal ini membuat ISP dapat memberikan harga untuk setiap konsumen high-end tidak lebih dari $a_1 \bar{X} + b_1 \bar{Y} - (\bar{X} + \bar{Y})c$ dan setiap konsumen low-end tidak lebih dari $a_2 \bar{X} + b_2 \bar{Y} - (\bar{X} + \bar{Y})c$. Dengan demikian diasumsikan bahwa $a_1 < \frac{m+n}{m} a_2$ dan $b_1 < \frac{m+n}{m} b_2$. Jika konsumen dikenakan biaya sebesar $a_1 \bar{X} + b_1 \bar{Y} - (\bar{X} + \bar{Y})c$, maka hanya konsumen high-end yang dapat mengikuti layanan tetapi jika konsumen dikenakan biaya sebesar $a_2 \bar{X} + b_2 \bar{Y} - (\bar{X} + \bar{Y})c$, maka kedua jenis konsumen tersebut dapat mengikuti layanan, yaitu konsumen high-end dan konsumen low-end. Untuk memaksimalkan keuntungan, ISP mengenakan biaya $P = a_2 \bar{X} + b_2 \bar{Y} - (\bar{X} + \bar{Y})c$. Oleh karena itu, ISP mengenakan biaya $a_2 \bar{X} + b_2 \bar{Y} - (\bar{X} + \bar{Y})c$ kepada konsumen high-end dan konsumen low-end yang membuat keuntungan maksimum yang didapat ISP menjadi :

$$\begin{aligned} \text{Maks}_P \quad m(PZ_1^*) + n(PZ_2^*) &= m(a_2 \bar{X} + b_2 \bar{Y} - (X + Y)c) + \\ &\quad n(a_2 \bar{X} + b_2 \bar{Y} - (X + Y)c) \\ &= (m + n)(a_2 \bar{X} + b_2 \bar{Y} - (X + Y)c) \end{aligned}$$

Keuntungan maksimum yang diperoleh penyedia layanan adalah: $(m + n)(a_2 \bar{X} + b_2 \bar{Y} - (X + Y)c)$; dengan m adalah banyaknya konsumen high-end dan n adalah banyaknya konsumen low-end.

Analisis ini disimpulkan ke dalam lemma berikut.

Lemma 4a : Jika ISP menggunakan skema pembiayaan flat-fee, harga yang dikenakan kepada konsumen menjadi $a_2 \bar{X} + b_2 \bar{Y} - (X + Y)c$ dan keuntungan maksimum yang diperoleh sebesar $(m + n)(a_2 \bar{X} + b_2 \bar{Y} - (X + Y)c)$.

Kasus 5a: Skema pembiayaan usage-based untuk konsumen heterogen (high-end dan low-end) berdasarkan fungsi utilitas perfect substitute dengan biaya marjinal dan biaya pengawasan

Jika ISP memilih menggunakan skema pembiayaan usage-based maka ditetapkan $P_x > 0$, $P_y > 0$, dan $P = 0$, sehingga optimasi masalah konsumen menjadi:

$$\begin{aligned} \text{Maks}_{X_i, Y_i, Z_i} Zk &= a_i X_i + b_i Y_i - P_x X_i - P_y Y_i - P(0) - (c + t)X_i - (c + t)Y_i \\ &= \text{Maks}_{X_i, Y_i, Z_i} Zk = a_i X_i + b_i Y_i - P_x X_i - P_y Y_i - (c + t)X_i - (c + t)Y_i \end{aligned} \quad (4.25)$$

Optimasi masalah konsumen heterogen high-end :

Untuk memaksimumkan Persamaan (4.25), dilakukan pendiferensialan terhadap X_1 dan Y_1 ; dengan syarat

$$\begin{aligned} \frac{\partial Zk}{\partial X_1} &= 0 \quad \text{dan} \quad \frac{\partial Zk}{\partial Y_1} = 0 \\ \Leftrightarrow \frac{\partial(a_1 X_1 + b_1 Y_1 - P_x X_1 - P_y Y_1 - (c + t)X_1 - (c + t)Y_1)}{\partial X_1} &= 0 \\ \Leftrightarrow a_1 - (c + t) &= P_x \end{aligned} \quad (4.26)$$

dan

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \frac{\partial(a_1 X_1 + b_1 Y_1 - P_x X_1 - P_y Y_1 - (c + t)X_1 - (c + t)Y_1)}{\partial Y_1} &= 0 \\ \Leftrightarrow b_1 - (c + t) &= P_y \end{aligned} \quad (4.27)$$

Optimasi masalah konsumen heterogen low-end :

Untuk memaksimumkan Persamaan (4.28), dilakukan pendiferensialan terhadap X_2 dan Y_2 ; dengan syarat

$$\begin{aligned} \frac{\partial Zk}{\partial X_2} &= 0 \quad \text{dan} \quad \frac{\partial Zk}{\partial Y_2} = 0 \\ \Leftrightarrow \frac{\partial(a_2 X_2 + b_2 Y_2 - P_x X_2 - P_y Y_2 - (c + t)X_2 - (c + t)Y_2)}{\partial X_2} &= 0 \\ \Leftrightarrow a_2 - (c + t) &= P_x \end{aligned} \quad (4.28)$$

dan

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \frac{\partial(a_2 X_2 + b_2 Y_2 - P_x X_2 - P_y Y_2 - (c + t)X_2 - (c + t)Y_2)}{\partial Y_2} &= 0 \\ \Leftrightarrow b_2 - (c + t) &= P_y \end{aligned} \quad (4.29)$$

Optimasi Masalah Produsen menjadi :

$$\begin{aligned} \text{Maks}_{P_x, P_y} (P_x X_1^* + P_y Y_1^*) + n(P_x X_2^* + P_y Y_2^*) \\ = \text{Maks}_{P_x, P_y} m((a_1 - (c + t))X_1^* + (b_1 - (c + t))Y_1^*) + n((a_2 - (c + t))X_2^* + (b_2 - (c + t))Y_2^*) \\ = \text{Maks}_{P_x, P_y} m(a_1 X_1^* + b_1 Y_1^* - (c + t)X_1^* - (c + t)Y_1^*) + n(a_2 X_2^* + b_2 Y_2^* - (c + t)X_2^* - (c + t)Y_2^*) \end{aligned}$$

Untuk memaksimalkan persamaan optimasi masalah produsen, ISP harus memperkecil nilai P_x dan P_y . Karena X_1 , X_2 , Y_1 , dan Y_2 dibatasi, maka X_1^* , X_2^* , Y_1^* , dan Y_2^* tidak dapat melebihi $\bar{X}$ dan $\bar{Y}$. Untuk mencari biaya maksimum, lakukan analisis pada jam sibuk. Analisis ini diterapkan pada masalah saat jam sibuk dan saat jam tidak sibuk.

Masalah pada saat jam sibuk :

ISP harus meminimalkan P_x ; dengan $P_x \leq a_1 - (c + t)$ untuk memaksimalkan Persamaan (4.18). Di sisi lain, jika ISP menetapkan harga di bawah $P_x \leq a_2 - (c + t)$, keuntungan tidak optimal jika $X_1^* \leq \bar{X}$ atau $X_2^* \leq \bar{X}$. Oleh karena itu, harga P_x yang terbaik adalah $a_2 - (c + t) \leq P_x \leq a_1 - (c + t)$.

Masalah jam tidak sibuk :

ISP harus meminimalkan P_y ; dengan $P_y \leq b_1 - (c + t)$, untuk memaksimalkan Persamaan (4.18). Di sisi lain, jika penyedia menetapkan $P_y \leq b_2 - (c + t)$, keuntungan tidak optimal jika $Y_1^* \leq \bar{Y}$ atau $Y_2^* \leq \bar{Y}$. Oleh karena itu, harga P_y yang terbaik adalah $b_2 - (c + t) \leq P_y \leq b_1 - (c + t)$.

Dengan kata lain, jika ISP memberikan harga dibawah a_2 maka keuntungan yang diperoleh tidak maksimum karena X_1^* dan X_2^* tidak dapat lebih dari $\bar{X}$ dan permintaan konsumen meningkat dengan menurunnya harga. Jadi, harga terbaik P_x haruslah berada diantara a_1 dan a_2 . Saat harga berada pada interval tersebut permintaan konsumen high-end menjadi tetap di $\bar{X}$ dan permintaan konsumen low-end meningkat sebanding dengan menurunnya harga. Dengan kata lain, P_x dan P_y menjadi $P_x = a_2 - (c + t)$ dan $P_y = b_2 - (c + t)$ dengan keuntungan maksimum yang diperoleh adalah:

$$(m + n)(a_2\bar{X} + b_2\bar{Y} - (c + t)\bar{X} - (c + t)\bar{Y})$$

Berdasarkan kasus ini diperoleh lemma berikut.

Lemma 5a : Jika ISP menggunakan skema pembiayaan usage-based, harga optimalnya adalah $P_x = a_2 - (c + t)$ dan $P_y = b_2 - (c + t)$ dengan keuntungan maksimum yang diperoleh adalah:

$$(m + n)(a_2\bar{X} + b_2\bar{Y} - (c + t)\bar{X} - (c + t)\bar{Y})$$

Kasus 6a: Skema pembiayaan two-part tariff untuk konsumen heterogen (high-end dan low-end) berdasarkan fungsi utilitas perfect substitute dengan biaya marjinal dan biaya pengawasan

Jika ISP memilih menggunakan skema pembiayaan two-part tariff maka ditetapkan $P_x > 0$, $P_y > 0$, dan $P > 0$. Untuk mengoptimalkan masalah konsumen lakukan pendiferensialan Fungsi Tujuan (4.23) terhadap x dan y sehingga diperoleh Persamaan (4.26) – (4.29). Setelah itu diperoleh P_x yang berada diantara $a_1 - (c + t)$ dan $a_2 - (c + t)$ atau $a_2 - (c + t) \leq P_x \leq a_1 - (c + t)$ begitu pula dengan P_y . Harga terbaik P_x haruslah berada diantara a_1 dan a_2 . Ketika harga berada pada interval tersebut permintaan konsumen high-end menjadi tetap di $\bar{X}$ dan permintaan konsumen low-end tetap sebanding dengan menurunnya harga. Dengan kata lain, P_x dan P_y menjadi $P_x = a_2 - (c + t)$, $P_y = b_2 - (c + t)$ dan $P = 0$. Selain itu juga diasumsikan :

$$a_1 < \frac{m+n}{m} a_2 \text{ dan } b_1 < \frac{m+n}{m} b_2.$$

Optimasi masalah ISP menjadi :

$$\begin{aligned} \text{Maks}_{P_x, P_y} & m(P_x X_1^* + P_y Y_1^* + PZ_1^*) + n(P_x X_2^* + P_y Y_2^* + PZ_2^*) \\ &= m((a_2 - (c + t))X^* + (b_2 - (c + t))Y^* + 0) \\ &\quad + n((a_2 - (c + t))X^* + (b_2 - (c + t))Y^* + 0) \\ &= m(a_2 X^* - (c + t)X^* + b_2 Y^* - (c + t)Y^*) \\ &\quad + n(a_2 X^* - (c + t)X^* + b_2 Y^* - (c + t)Y^*) \\ &= m(a_2 X^* + b_2 Y^* - (c + t)X^* - (c + t)Y^*) + n(a_2 X^* + b_2 Y^* - \\ &\quad (c + t)X^* - (c + t)Y^*) \\ &= (m + n)(a_2 X^* + b_2 Y^* - (c + t)X^* - (c + t)Y^*) \end{aligned}$$

Keuntungan maksimum yang diperoleh adalah:

$$(m + n)(a_2 \bar{X} + b_2 \bar{Y} - (c + t)\bar{X} - (c + t)\bar{Y})$$

Analisis ini disimpulkan ke dalam lemma berikut.

Lemma 6a : Jika ISP menggunakan skema pembiayaan two-part tariff, harga optimalnya adalah $P_x = a_2 - (c + t)$, $P_y = b_2 - (c + t)$ dan $P = 0$ dengan keuntungan maksimum yang diperoleh adalah:

$$(m + n)(a_2 \bar{X} + b_2 \bar{Y} - (c + t)\bar{X} - (c + t)\bar{Y}).$$

Hasil analisis dari Lemma 4a, 5a, dan 6a disajikan dalam Tabel 1.47.

Tabel 1. 47 Perbandingan Skema Pembiayaan untuk Konsumen Heterogen (High-End dan Low-End) Berdasarkan Fungsi Utilitas Perfect Substitute dengan Biaya Marjinal dan Biaya Pengawasan

Yang Dioptimalkan	Kasus 4.a (Flat-Fee)	Kasus 5.a (Usage-Based)	Kasus 6.a (Two-Part Tariff)
Harga yang Dikenakan pada Konsumen	$P = a_2\bar{X} + b_2\bar{Y} - (X + Y)c$	$P_x = a_2 - (c + t)$ dan $P_y = b_2 - (c + t)$	$P_x = a_2 - (c + t), P_y = b_2 - (c + t)$
Keuntungan Maksimum	$(m + n)(a_2\bar{X} + b_2\bar{Y} - (\bar{X} + \bar{Y})c)$	$(m + n)(a_2\bar{X} + b_2\bar{Y} - (c + t)\bar{X} - (c + t)\bar{Y})$	$(m + n)(a_2\bar{X} + b_2\bar{Y} - (c + t)\bar{X} - (c + t)\bar{Y})$

Berdasarkan Tabel 1.47 dapat dilihat bahwa :

$$\sum_i a\bar{X} + b\bar{Y} - (\bar{X} + \bar{Y})c \geq \sum_i (a\bar{X} + b\bar{Y} - (c + t)\bar{X} - (c + t)\bar{Y})$$

dimana $(c + t) \leq a_2\bar{X}$ atau $(c + t) \leq b_2\bar{Y}$, skema pembiayaan flat-fee menghasilkan keuntungan maksimum lebih besar dibandingkan saat ISP memilih skema pembiayaan usage-based, dan two-part tariff.

Fungsi Utilitas

4.11.3 Fungsi Utilitas Perfect Substitute pada Konsumen Heterogen: High-Demand dan Low-Demand

Dalam sub bab ini, dipertimbangkan bagaimana tingkat konsumsi maksimum yang heterogen mungkin mempengaruhi pilihan harga perusahaan. Diasumsikan terdapat dua tipe konsumen, yaitu konsumen high-demand (tipe 1) dan konsumen low-demand (tipe 2) dengan tingkat maksimum pemakaian $\bar{X}_1$ dan $\bar{Y}_1$ untuk (tipe 1) serta $\bar{X}_2$ dan $\bar{Y}_2$ untuk (tipe 2) dimana $\bar{X}_1 > \bar{X}_2$ dan $\bar{Y}_1 > \bar{Y}_2$. Misalkan terdapat m konsumen high-demand dan n konsumen low-demand dengan $a_1 = a_2 = a$ dan $b_1 = b_2 = b$.

Penentuan keuntungan maksimum pada setiap skema pembiayaan yang digunakan ISP.

Kasus 7a: Skema pembiayaan flat-fee untuk konsumen heterogen (high-demand dan low-demand) berdasarkan fungsi utilitas perfect substitute dengan biaya marjinal dan biaya pengawasan

Jika menggunakan skema pembiayaan flat-fee maka ditetapkan $P_x = 0$, $P_y = 0$, dan $P > 0$. Artinya jika konsumen memilih untuk bergabung ke dalam program yang diberikan, maka tingkat kepuasan maksimum diperoleh dengan memilih tingkat konsumsi $X_1 = \bar{X}_1$, $Y_1 = \bar{Y}_1$ atau $X_2 = \bar{X}_2$, $Y_2 = \bar{Y}_2$ dengan tingkat kepuasan maksimum yang diperoleh $a\bar{X}_1 + b\bar{Y}_1 - (\bar{X}_1 + \bar{Y}_1)c$ atau $a\bar{X}_2 + b\bar{Y}_2 - (\bar{X}_2 + \bar{Y}_2)c$. Oleh karena itu, ISP tidak dapat mengenakan biaya lebih dari $a\bar{X}_1 + b\bar{Y}_1 - (\bar{X}_1 + \bar{Y}_1)c$ kepada setiap konsumen high-demand dan kepada setiap konsumen low-demand $a\bar{X}_2 + b\bar{Y}_2 - (\bar{X}_2 + \bar{Y}_2)c$. Dengan menggunakan skema pembiayaan flat-fee, ISP tidak dapat membedakan pembiayaan antara konsumen high-demand dan konsumen low-demand sehingga ISP harus memilih untuk mengenakan biaya sebesar $a\bar{X}_1 + b\bar{Y}_1 - (\bar{X}_1 + \bar{Y}_1)c$ dan hanya konsumen high-demand yang dapat menggunakan layanan tersebut atau mengenakan biaya sebesar $a\bar{X}_2 + b\bar{Y}_2 - (\bar{X}_2 + \bar{Y}_2)c$ dimana konsumen high-demand dan konsumen low-demand dapat bergabung ke dalam program yang diberikan. Jika diasumsikan $m[a\bar{X}_1 + b\bar{Y}_1 - (\bar{X}_1 + \bar{Y}_1)c] < (m + n)[a\bar{X}_2 + b\bar{Y}_2 - (\bar{X}_2 + \bar{Y}_2)c]$, maka harga terbaik yang dapat dikenakan oleh ISP adalah $a\bar{X}_2 + b\bar{Y}_2 - (\bar{X}_2 + \bar{Y}_2)c$ untuk konsumen high-demand dan konsumen low-demand. Jadi, keuntungan maksimum yang diperoleh ISP adalah:

$$(m + n)(a\bar{X}_2 + b\bar{Y}_2 - (\bar{X}_2 + \bar{Y}_2)c)$$

Sehingga berdasarkan analisis tersebut diperoleh lemma berikut.

Lemma 7a : Jika ISP menggunakan skema pembiayaan flat-fee, biaya yang dibayarkan menjadi $P = a\bar{X}_2 + b\bar{Y}_2 - (\bar{X}_2 + \bar{Y}_2)c$ dan keuntungan maksimum yang diperoleh adalah:

$$(m + n)[a\bar{X}_2 + b\bar{Y}_2 - (\bar{X}_2 + \bar{Y}_2)c]$$

Kasus 8a: Skema pembiayaan usage-based untuk konsumen heterogen (high-demand dan low-demand) berdasarkan fungsi utilitas perfect substitute dengan biaya marjinal dan biaya pengawasan

Jika ISP memilih menggunakan skema pembiayaan usage-based maka ditetapkan $P_x > 0$, $P_y > 0$, dan $P = 0$. Untuk optimasi masalah konsumen high-demand/low-demand menghasilkan:

$$\text{Maks}_{x,y,z} Zk = a\bar{X}_i + b\bar{Y}_i - P_x\bar{X}_i - P_y\bar{Y}_i - (c+t)\bar{X}_i - (c+t)\bar{Y}_i \quad (4.30)$$

Optimasi masalah konsumen heterogen high-demand :

Untuk mengoptimalkan Persamaan (4.30), dilakukan pendiferensialan terhadap X_1 dan Y_1 ; dengan syarat

$$\begin{aligned} \frac{\partial Zk}{\partial \bar{X}_1} &= 0 \quad \text{dan} \quad \frac{\partial Zk}{\partial \bar{Y}_1} = 0 \\ \Leftrightarrow \frac{\partial(a\bar{X}_1 + b\bar{Y}_1 - P_x\bar{X}_1 - P_y\bar{Y}_1 - (c+t)\bar{X}_1 - (c+t)\bar{Y}_1)}{\partial \bar{X}_1} &= 0 \\ \Leftrightarrow a - (c+t) &= P_x \end{aligned} \quad (4.31)$$

dan

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \frac{\partial(a\bar{X}_1 + b\bar{Y}_1 - P_x\bar{X}_1 - P_y\bar{Y}_1 - (c+t)\bar{X}_1 - (c+t)\bar{Y}_1)}{\partial \bar{Y}_1} &= 0 \\ \Leftrightarrow b - (c+t) &= P_y \end{aligned} \quad (4.32)$$

Optimasi masalah konsumen heterogen low-demand :

Untuk mengoptimalkan Persamaan (4.33), dilakukan pendiferensialan terhadap X_2 dan Y_2 ; dengan syarat

$$\begin{aligned} \frac{\partial Zk}{\partial \bar{X}_2} &= 0 \quad \text{dan} \quad \frac{\partial Zk}{\partial \bar{Y}_2} = 0 \\ \Leftrightarrow \frac{\partial(a\bar{X}_2 + b\bar{Y}_2 - P_x\bar{X}_2 - P_y\bar{Y}_2 - (c+t)\bar{X}_2 - (c+t)\bar{Y}_2)}{\partial \bar{X}_2} &= 0 \\ \Leftrightarrow a - (c+t) &= P_x \end{aligned} \quad (4.33)$$

dan

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \frac{\partial(a\bar{X}_2 + b\bar{Y}_2 - P_x\bar{X}_2 - P_y\bar{Y}_2 - (c+t)\bar{X}_2 - (c+t)\bar{Y}_2)}{\partial \bar{Y}_2} &= 0 \\ \Leftrightarrow b - (c+t) &= P_y \end{aligned} \quad (4.34)$$

Optimasi masalah produsen:

$$\text{Maks}_{P_x, P_y} m(P_x X_1^* + P_y Y_1^*) + n(P_x X_2^* + P_y Y_2^*)$$

$$\begin{aligned}
&= m((a - (c + t))X_1^* + (b - (c + t))Y_1^*) + n((a - (c + t))X_2^* + (b - (c + t))Y_2^*) \\
&= m(aX_1^* - (c + t)X_1^* + bY_1^* - (c + t)Y_1^*) + n(aX_2^* - (c + t)X_2^* + bY_2^* - (c + t)Y_2^*) \\
&= m(aX_1^* + bY_1^* - (c + t)X_1^* - (c + t)Y_1^*) + n(aX_2^* + bY_2^* - (c + t)X_2^* - (c + t)Y_2^*)
\end{aligned}$$

Jika X_1, X_2, Y_1 dan Y_2 dibatasi, maka X_1^*, X_2^*, Y_1^* dan Y_2^* menjadi $\bar{X}_1, \bar{X}_2, \bar{Y}_1$, dan $\bar{Y}_2$. Dengan kata lain, P_x dan P_y menjadi $P_x = a - (c + t)$ dan $P_y = b - (c + t)$ dengan keuntungan maksimum yang diperoleh adalah :

$$m(a\bar{X}_1 + b\bar{Y}_1 - (c + t)\bar{X}_1 - (c + t)\bar{Y}_1) + n(a\bar{X}_2 + b\bar{Y}_2 - (c + t)\bar{X}_2 - (c + t)\bar{Y}_2)$$

Analisis ini disimpulkan dalam lemma berikut.

Lemma 8a : Jika ISP menggunakan skema pembiayaan usage-based, harga optimalnya adalah $P_x = a - (c + t)$ dan $P_y = b - (c + t)$ dengan keuntungan maksimum yang diperoleh adalah :

$$m(a\bar{X}_1 + b\bar{Y}_1 - (c + t)\bar{X}_1 - (c + t)\bar{Y}_1) + n(a\bar{X}_2 + b\bar{Y}_2 - (c + t)\bar{X}_2 - (c + t)\bar{Y}_2).$$

Kasus 9a: Skema pembiayaan two-part tariff untuk konsumen heterogen (high-demand dan low-demand) berdasarkan fungsi utilitas perfect substitute dengan biaya marjinal dan biaya pengawasan

Jika ISP memilih menggunakan skema pembiayaan two-part tariff maka ditetapkan $P_x > 0$, $P_y > 0$, dan $P > 0$. Untuk proses pengoptimalan pada optimasi masalah konsumen high-demand dan konsumen low-demand diperoleh hasil yang sama seperti Persamaan (4.31) sampai Persamaan (4.34). Jika Persamaan (4.31) sampai Persamaan (4.34) disubstitusikan ke Pertidaksamaan (4.24), diperoleh:

$$\begin{aligned}
&a\bar{X}_i + b\bar{Y}_i - P_x\bar{X}_i - P_y\bar{Y}_i - P(1) - (c + t)\bar{X}_i - (c + t)\bar{Y}_i \geq 0 \\
&\Leftrightarrow a\bar{X}_i + b\bar{Y}_i - (a - (c + t))\bar{X}_i - (b - (c + t))\bar{Y}_i - P - (c + t)\bar{X}_i - (c + t)\bar{Y}_i \geq 0 \\
&\Leftrightarrow a\bar{X}_i + b\bar{Y}_i - a\bar{X}_i + (c + t)\bar{X}_i - b\bar{Y}_i + (c + t)\bar{Y}_i - P - (c + t)\bar{X}_i - (c + t)\bar{Y}_i \geq 0 \\
&\Leftrightarrow -P \geq 0 \\
&\Leftrightarrow P \leq 0
\end{aligned}$$

Karena P tidak boleh negatif atau $P < 0$, P yang memenuhi adalah $P = 0$.

Optimasi Masalah Produsen menjadi :

$$\begin{aligned}
 & \text{Maks}_{P, P_x, P_y} m(P_x X_1^* + P_y Y_1^* + P) + n(P_x X_2^* + P_y Y_2^* + P) \\
 &= \text{Maks}_{P, P_x, P_y} m((a - (c + t))X_1^* + (b - (c + t))Y_1^* + P) + n((a - (c + t))X_2^* + \\
 &\quad (b - (c + t))Y_2^* + P) \\
 &= \text{Maks}_{P, P_x, P_y} m(aX_1^* - (c + t)X_1^* + bY_1^* - (c + t)Y_1^* + P) + n(aX_2^* - (c + t)X_2^* + \\
 &\quad bY_2^* - (c + t)Y_2^* + P) \\
 &= \text{Maks}_{P, P_x, P_y} m(aX_1^* + bY_1^* - (c + t)X_1^* - (c + t)Y_1^* + 0) + n(aX_2^* + bY_2^* - (c + \\
 &\quad t)X_2^* - (c + t)Y_2^* + 0) \\
 &= \text{Maks}_{P, P_x, P_y} m(aX_1^* + bY_1^* - (c + t)X_1^* - (c + t)Y_1^*) + n(aX_2^* + bY_2^* - \\
 &\quad (c + t)X_2^* - (c + t)Y_2^*) \\
 &= \text{Maks}_{P, P_x, P_y} m(aX_1^* + bY_1^* - (c + t)X_1^* - (c + t)Y_1^*) + n(aX_2^* + bY_2^* - \\
 &\quad (c + t)X_2^* - (c + t)Y_2^*)
 \end{aligned}$$

Jika X_1 , X_2 , Y_1 dan Y_2 dibatasi, maka X_1^* , X_2^* , Y_1^* dan Y_2^* menjadi $\bar{X}_1$, $\bar{X}_2$, $\bar{Y}_1$ dan $\bar{Y}_2$. Dengan kata lain, P_x dan P_y menjadi $P_x = a - (c + t)$, $P_y = b - (c + t)$, dan $P = 0$ dengan keuntungan maksimum yang diperoleh adalah:

$$\begin{aligned}
 & m(a\bar{X}_1 + b\bar{Y}_1 - (c + t)\bar{X}_1 - (c + t)\bar{Y}_1) \\
 & \quad + n(a\bar{X}_2 + b\bar{Y}_2 - (c + t)\bar{X}_2 - (c + t)\bar{Y}_2)
 \end{aligned}$$

Sehingga diperoleh lemma berikut.

Lemma 9a : Jika ISP menggunakan skema pembiayaan two-part tariff, harga optimalnya adalah $P_x = a - (c + t)$, $P_y = b - (c + t)$, dan $P = 0$ dengan keuntungan maksimum yang diperoleh adalah: $m(a\bar{X}_1 + b\bar{Y}_1 - (c + t)\bar{X}_1 - (c + t)\bar{Y}_1) + n(a\bar{X}_2 + b\bar{Y}_2 - (c + t)\bar{X}_2 - (c + t)\bar{Y}_2)$.

Hasil analisis dari Lemma 7a, 8a, dan 9a disajikan dalam Tabel 1.48.

Tabel 1. 48 Perbandingan Skema Pembiayaan untuk Konsumen Heterogen (High-Demand dan Low-Demand) Berdasarkan Fungsi Utilitas Perfect Substitute dengan Biaya Marjinal dan Biaya Pengawasan

Yang Dioptimalkan	Kasus 7.a (Flat-Fee)	Kasus 8.a (Usage-Based)	Kasus 9.a (Two-Part Tariff)
Harga yang Dikenakan pada Konsumen	P $= a\bar{X}_2 + b\bar{Y}_2 - (X + Y)c$	$P_x = a - (c + t)$ dan $P_y = b - (c + t)$	$P_x = a - (c + t)$ dan $P_y = b - (c + t)$
Keuntungan Maksimum	$(m + n)[a\bar{X}_2 + b\bar{Y}_2 - (\bar{X}_2 + \bar{Y}_2)c]$	$m(a\bar{X}_1 + b\bar{Y}_1 - (c + t)\bar{X}_1 - (c + t)\bar{Y}_1) + n(a\bar{X}_2 + b\bar{Y}_2 - (c + t)\bar{X}_2 - (c + t)\bar{Y}_2)$	$m(a\bar{X}_1 + b\bar{Y}_1 - (c + t)\bar{X}_1 - (c + t)\bar{Y}_1) + n(a\bar{X}_2 + b\bar{Y}_2 - (c + t)\bar{X}_2 - (c + t)\bar{Y}_2)$

Berdasarkan hasil dari Tabel 1.48, dapat dilihat bahwa

$$\begin{aligned}
 &m(a\bar{X}_1 + b\bar{Y}_1 - (c + t)\bar{X}_1 - (c + t)\bar{Y}_1) \\
 &\quad + n(a\bar{X}_2 + b\bar{Y}_2 - (c + t)\bar{X}_2 - (c + t)\bar{Y}_2) \\
 &\geq (m + n)[a\bar{X}_2 + b\bar{Y}_2 - (\bar{X}_2 + \bar{Y}_2)c]
 \end{aligned}$$

ISP memperoleh keuntungan maksimum saat ISP memilih untuk menggunakan skema pembiayaan usage-based dan two-part tariff dibandingkan saat ISP memilih untuk menggunakan skema pembiayaan flat-fee.

4.12 Fungsi Utilitas Berdasarkan Quasi-Linier

Bentuk umum fungsi utilitas berdasarkan quasi-linier :

$$U(X,Y) = aX + f(Y); \text{dimana } f(Y) = Y^b$$

Berikut ini dianalisis fungsi utilitas quasi-linier untuk konsumen homogen dan konsumen heterogen (high-end dan low-end) serta konsumen heterogen (high-demand dan low-demand) berdasarkan 3 strategi skema pembiayaan yaitu skema pembiayaan flat-fee,

skema pembiayaan usage-based, skema pembiayaan two-part tariff.

4.12.1 Fungsi Utilitas Quasi-Linier pada Konsumen Homogen

Untuk skema pembiayaan flat fee :

Optimasi Masalah Konsumen :

$$\text{Maks}_{X,Y,Z} Zk = aX + f(Y) - P_xX - P_yY - PZ - (X + Y)c \quad (4.35)$$

dengan kendala :

$$X \leq \bar{X}Z$$

$$Y \leq \bar{Y}Z$$

$$aX + f(Y) - P_xX - P_yY - PZ - (X + Y)c \geq 0 \quad (4.36)$$

$$Z = 0 \text{ atau } 1$$

Optimasi Masalah Produsen :

$$\text{Maks}_{P,P_x,P_y} \sum_i (P_xX^* + P_yY^* + PZ^*)$$

dengan $(X^*, Y^*, Z^*) = \text{argmaks } aX + f(Y) - P_xX - P_yY - PZ - (X + Y)c$

dengan kendala:

$$X \leq \bar{X}Z$$

$$Y \leq \bar{Y}Z$$

$$aX + f(Y) - P_xX - P_yY - PZ - (X + Y)c \geq 0$$

$$Z = 0 \text{ atau } 1$$

Untuk skema pembiayaan usage-based dan two-part tariff :

Optimasi Masalah Konsumen :

$$\text{Maks}_{X,Y,Z} Zk = aX + f(Y) - P_xX - P_yY - PZ - (c + t)X - (c + t)Y \quad (4.37)$$

dengan kendala :

$$X \leq \bar{X}Z$$

$$Y \leq \bar{Y}Z$$

$$aX + f(Y) - P_xX - P_yY - PZ - (c + t)X - (c + t)Y \geq 0 \quad (4.38)$$

$$Z = 0 \text{ atau } 1$$

Optimasi Masalah Produsen :

$$\text{Maks}_{P,P_x,P_y} \sum_i (P_xX^* + P_yY^* + PZ^*)$$

dengan $(X^*, Y^*, Z^*) = \text{argmaks } aX + f(Y) - P_xX - P_yY - PZ - (c + t)X - (c + t)Y$

dengan kendala:

$$X \leq \bar{X}Z$$

$$Y \leq \bar{Y}Z$$

$$aX + f(Y) - P_xX - P_yY - PZ - (c + t)X - (c + t)Y \geq 0$$

$$Z = 0 \text{ atau } 1$$

Kasus 1b. Jika ISP menggunakan skema pembiayaan flat-fee maka ditetapkan $P_x = 0, P_y = 0$ dan $P > 0$. Optimasi masalah konsumen untuk skema pembiayaan flat-fee menjadi :

$$\begin{aligned} \text{Maks}_{P, P_x, P_y} Zk &= aX + f(Y) - (0)X - (0)Y - P(1) - (X + Y)c \\ &= \text{Maks}_{P, P_x, P_y} Zk = aX + f(Y) - P - (X + Y)c \end{aligned}$$

Dengan menggunakan Kendala (4.36), diperoleh :

$$aX + f(Y) - P_xX - P_yY - PZ - (X + Y)c \geq 0$$

$$\Leftrightarrow aX + f(Y) - (0)X - (0)Y - P(1) - (X + Y)c \geq 0$$

$$\Leftrightarrow aX + f(Y) - P - (X + Y)c \geq 0$$

$$\Leftrightarrow P \leq aX + f(Y) - (X + Y)c$$

Optimasi masalah produsen menjadi :

$$\begin{aligned} \text{Maks}_{P, P_x, P_y} \sum_i (P_xX^* + P_yY^* + PZ^*) &= \text{Maks}_{P, P_x, P_y} \sum_i ((0)X^* + (0)Y^* + P(1)) \\ &= \text{Maks}_{P, P_x, P_y} \sum_i ((0)X^* + (0)Y^* + aX + f(Y) \\ &\quad - (X + Y)c) \\ &= \text{Maks}_{P, P_x, P_y} \sum_i aX + f(Y) - (X + Y)c \end{aligned}$$

Artinya jika ISP memberikan harga ini, maka tingkat konsumsi konsumen menjadi $X = \bar{X}$ dan $Y = \bar{Y}$ dengan utilitas maksimum, konsumen bisa mendapatkan $a\bar{X} + f(\bar{Y}) - (\bar{X} + \bar{Y})c$. Harga optimal ISP yang dikenakan adalah $a\bar{X} + f(\bar{Y}) - (\bar{X} + \bar{Y})c$ dengan keuntungan maksimumnya adalah:

$$\sum_i [a\bar{X} + f(\bar{Y}) - (\bar{X} + \bar{Y})c]$$

Berdasarkan kasus ini diperoleh lemma berikut.

Lemma 1b :

Jika ISP menggunakan skema pembiayaan flat-fee, harga optimalnya menjadi $a\bar{X} + f(\bar{Y}) - (\bar{X} + \bar{Y})c$ dan keuntungan maksimum menjadi:

$$\sum_i [a\bar{X} + f(\bar{Y}) - (\bar{X} + \bar{Y})c]$$

Kasus 2b. Jika ISP menggunakan skema pembiayaan usage-based maka ditetapkan $P_x > 0, P_y > 0$ dan $P = 0$. Optimasi masalah konsumen pada skema pembiayaan usage-based menjadi :

$$\begin{aligned} \text{Maks}_{X,Y,Z} Zk &= aX + f(Y) - P_x X - P_y Y - (c+t)X - (c+t)Y \\ (4.39) \end{aligned}$$

Untuk memaksimumkan Persamaan (4.39), dilakukan pendiferensialan terhadap X dan Y; dengan syarat

$$\begin{aligned} \frac{\partial Zk}{\partial X} &= 0 \quad \text{dan} \quad \frac{\partial Zk}{\partial Y} = 0 \\ \Leftrightarrow \frac{\partial(aX + f(Y) - P_x X - P_y Y - (c+t)X - (c+t)Y)}{\partial X} &= 0 \\ \Leftrightarrow a - (c+t) &= P_x \Leftrightarrow X^* = \bar{X} \end{aligned} \quad (4.40)$$

dan

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \frac{\partial(aX + f(Y) - P_x X - P_y Y - (c+t)X - (c+t)Y)}{\partial Y} &= 0 \\ \Leftrightarrow f'(\bar{Y}) - (c+t) &= P_y \Leftrightarrow Y^* = \bar{Y} \end{aligned} \quad (4.41)$$

Optimasi masalah produsen menjadi :

$$\begin{aligned} \text{Maks}_{P_x, P_y} \sum_i (P_x X^* + P_y Y^*) &= \sum_i [P_x(\bar{X}) + P_y(\bar{Y})] \\ &= \sum_i [(a - (c+t))\bar{X} + (f'(\bar{Y}) - (c+t))\bar{Y}] \\ &= \sum_i [a\bar{X} - (c+t)\bar{X} + \bar{Y}f'(\bar{Y}) - (c+t)\bar{Y}] \\ &= \sum_i [a\bar{X} + \bar{Y}f'(\bar{Y}) - (c+t)\bar{X} - (c+t)\bar{Y}] \end{aligned}$$

Untuk memaksimumkan fungsi optimasi masalah produsen, ISP harus meminimumkan P_x dan P_y . Jika diketahui P_x dan P_y menurun, maka X^* dan Y^* meningkat, apabila X dan Y dibatasi, maka $X^* = \bar{X}$ dan $Y^* = \bar{Y}$. P_x dan P_y yang optimal menjadi $P_x = a - (c+t)$ dan $P_y = f'(\bar{Y}) - (c+t)$ dengan keuntungan maksimum:

$$\sum_i [a\bar{X} + \bar{Y} f'(\bar{Y}) - (c + t)\bar{X} - (c + t)\bar{Y}]$$

Berdasarkan kasus ini diperoleh lemma berikut.

Lemma 2b :

Jika ISP menggunakan skema pembiayaan usage-based, maka harga optimalnya adalah $P_x = a - (c + t)$ dan $P_y = f'(\bar{Y}) - (c + t)$, dengan keuntungan maksimumnya adalah:

$$\sum_i [a\bar{X} + \bar{Y} f'(\bar{Y}) - (c + t)\bar{X} - (c + t)\bar{Y}]$$

Kasus 3b. Jika ISP menggunakan skema pembiayaan two-part tariff maka ditetapkan $P_x > 0$, $P_y > 0$ dan $P > 0$, dengan menggunakan Persamaan (4.40) dan (4.41). Untuk memaksimumkan Fungsi Tujuan (4.37), Persamaan (4.40) dan (4.41) disubstitusikan ke Pertidaksamaan (4.38), sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned} aX + f(Y) - P_x X - P_y Y - PZ - (c + t)X - (c + t)Y &\geq 0 \\ \Leftrightarrow aX + f(Y) - (a - (c + t))\bar{X} - (f'(\bar{Y}) - (c + t))\bar{Y} - P - (c + t)X - (c + t)Y &\geq 0 \\ \Leftrightarrow aX + f(Y) - a\bar{X} + (c + t)\bar{X} - \bar{Y}f'(\bar{Y}) + (c + t)\bar{Y} - P - (c + t)X - (c + t)Y &\geq 0 \\ \Leftrightarrow aX - a\bar{X} + f(Y) - \bar{Y}f'(\bar{Y}) + (c + t)\bar{X} + (c + t)\bar{Y} - (c + t)X - (c + t)Y - P &\geq 0 \\ P \leq aX - a\bar{X} + f(Y) - \bar{Y}f'(\bar{Y}) + (c + t)\bar{X} + (c + t)\bar{Y} - (c + t)X - (c + t)Y \end{aligned}$$

Dengan mensubstitusikan nilai P ke Fungsi Tujuan (4.37), optimasi masalah produsen menjadi :

$$\begin{aligned} \text{Maks}_{P, P_x, P_y} \sum_i (P_x X^* + P_y Y^*) &= \sum_i [P_x(\bar{X}) + P_y(\bar{Y}) + P] \\ &= \sum_i [(a - (c + t))\bar{X} + (f'(\bar{Y}) - (c + t))\bar{Y} \\ &\quad + (aX - a\bar{X} + f(\bar{Y}) - \bar{Y}f'(\bar{Y}) \\ &\quad + (c + t)\bar{X} + (c + t)\bar{Y} \\ &\quad - (c + t)X - (c + t)Y)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_i [a\bar{X} - (c+t)\bar{X} + \bar{Y}f'(\bar{Y}) - (c+t)\bar{Y} \\
&\quad + aX - a\bar{X} + f(\bar{Y}) - \bar{Y}f'(\bar{Y}) \\
&\quad + (c+t)\bar{X} + (c+t)\bar{Y} \\
&\quad - (c+t)X - (c+t)Y] \\
&= \sum_i [a\bar{X} + f(\bar{Y}) - (c+t)\bar{X} - (c+t)\bar{Y}]
\end{aligned}$$

Untuk memaksimalkan fungsi optimasi masalah produsen, ISP harus meminimalkan P_x dan P_y . Jika diketahui P_x dan P_y menurun, maka X^* dan Y^* meningkat, apabila X dan Y dibatasi, maka $X^* \leq \bar{X}$ dan $Y^* \leq \bar{Y}$. Dengan kata lain, P_x dan P_y yang optimal menjadi $P_x = a - (c+t)$ dan $P_y = f'(\bar{Y}) - (c+t)$. Keuntungan maksimum dicapai oleh ISP adalah:

$$\sum_i [a\bar{X} + f(\bar{Y}) - (c+t)\bar{X} - (c+t)\bar{Y}]; i \text{ menyatakan konsumen.}$$

Berdasarkan kasus ini diperoleh lemma berikut.

Lemma 3b :

Jika ISP menggunakan harga two-part tariff, maka P_x dan P_y yang terbaik menjadi $P_x = a$ dan $P_y = f'(\bar{Y})$. Keuntungan maksimum yang dicapai oleh ISP adalah

$$\sum_i [a\bar{X} + f(\bar{Y}) - (c+t)\bar{X} - (c+t)\bar{Y}]; i \text{ menyatakan konsumen.}$$

Hasil analisis dari Lemma 1b, 2b dan 3b tersebut disajikan dalam Tabel 1.49.

Tabel 1. 49 Perbandingan Skema Pembiayaan untuk Konsumen Homogen Berdasarkan Fungsi Utilitas Quasi-Linier dengan Biaya Marjinal dan Biaya Pengawasan

Yang Dioptimalkan	Lemma 1.b (Flat-Fee)	Lemma 2.b (Usage-Based)	Lemma 3.b (Two-Part Tariff)
Harga yang Dikenakan oleh Konsumen	$a\bar{X} + f(\bar{Y}) - (\bar{X} + \bar{Y})c$	$P_x = a - (c + t)$ dan $P_y = f'(\bar{Y}) - (c + t)$	$P_x = a - (c + t)$ dan $P_y = f'(\bar{Y}) - (c + t)$
Keuntungan maksimum	$\sum_i [a\bar{X} + f(\bar{Y}) - (\bar{X} + \bar{Y})c]$	$\sum_i [a\bar{X} + \bar{Y}f'(\bar{Y}) - (c + t)\bar{X} - (c + t)\bar{Y}]$	$\sum_i [a\bar{X} + f(\bar{Y}) - (c + t)\bar{X} - (c + t)\bar{Y}]$

Berdasarkan Tabel 1.49, jika diasumsikan $\bar{Y} f'(\bar{Y}) > f(\bar{Y})$; $\bar{Y} > 0$ dan fungsi $f(\bar{Y})=Y^b$ merupakan fungsi non linear, maka $a\bar{X} + \bar{Y} f'(\bar{Y}) - (c + t)\bar{X} - (c + t)\bar{Y} > a\bar{X} + f(\bar{Y}) - (\bar{X} + \bar{Y})c > a\bar{X} + f(\bar{Y}) - (c + t)\bar{X} - (c + t)\bar{Y}$ artinya, skema pembiayaan usage-based menghasilkan keuntungan yang lebih besar dibandingkan dengan skema pembiayaan flat-fee dan skema pembiayaan two-part tariff untuk masalah konsumen homogen.

4.12.2 Fungsi Utilitas Quasi-Linier pada Konsumen Heterogen High-End dan Low-End

Misalkan terdapat m konsumen high-end (golongan atas) (i = 1) dan n konsumen low-end (golongan bawah) (i = 2). Untuk mengetahui kesediaan konsumen heterogen untuk membayar mempengaruhi skema harga yang diberikan penyedia layanan, diasumsikan setiap konsumen di kedua segmen memiliki batas atas yang sama X pada jam sibuk dan Y pada jam tidak sibuk, $a_1 > a_2$ dan $b_1 > b_2$.

Untuk skema pembiayaan flat-fee

Optimasi Masalah Konsumen :

$$\text{Maks}_{X_i, Y_i, Z_i} Z_k = a_i X_i + f(Y_i) - P_x X_i - P_y Y_i - P Z_i - (X_i + Y_i)c \quad (4.42)$$

dengan kendala :

$$\begin{aligned} X_i &\leq \bar{X} Z_i \\ Y_i &\leq \bar{Y} Z_i \\ a_i X_i + f(Y_i) - P_x X_i - P_y Y_i - P Z_i - (X_i + Y_i)c &\geq 0 \\ Z_i &= 0 \text{ atau } 1 \end{aligned} \quad (4.43)$$

Optimasi Masalah Produsen :

$$\text{Maks}_{P, P_x, P_y} m (P_x X_1^* + P_y Y_1^* + P Z_1^*) + n (P_x X_2^* + P_y Y_2^* + P Z_2^*)$$

dengan $(X_i^*, Y_i^*, Z_i^*) = \text{argmaks } a_i X_i + f(Y_i) - P_x X_i - P_y Y_i - P Z_i$

dengan kendala :

$$\begin{aligned} X_i &\leq \bar{X} Z_i \\ Y_i &\leq \bar{Y} Z_i \\ a_i X_i + f(Y_i) - P_x X_i - P_y Y_i - P Z_i &\geq 0 \\ Z_i &= 0 \text{ atau } 1 \end{aligned}$$

Untuk skema pembiayaan usage-based dan two-part tariff

Optimasi Masalah Konsumen :

$$\text{Maks}_{X_i, Y_i, Z_i} Z_k = a_i X_i + f(Y_i) - P_x X_i - P_y Y_i - P Z_i - (c + t)X_i - (c + t)Y_i \quad (4.44)$$

dengan kendala :

$$\begin{aligned} X_i &\leq \bar{X} Z_i \\ Y_i &\leq \bar{Y} Z_i \\ a_i X_i + f(Y_i) - P_x X_i - P_y Y_i - P Z_i - (X_i + Y_i)c &\geq 0 \\ Z_i &= 0 \text{ atau } 1 \end{aligned} \quad (4.45)$$

Optimasi Masalah Produsen :

$$\text{Maks}_{P, P_x, P_y} m (P_x X_1^* + P_y Y_1^* + P Z_1^*) + n (P_x X_2^* + P_y Y_2^* + P Z_2^*)$$

dengan $(X_i^*, Y_i^*, Z_i^*) = \text{argmaks } a_i X_i + f(Y_i) - P_x X_i - P_y Y_i - P Z_i$

dengan kendala :

$$\begin{aligned} X_i &\leq \bar{X} Z_i \\ Y_i &\leq \bar{Y} Z_i \\ a_i X_i + f(Y_i) - P_x X_i - P_y Y_i - P Z_i &\geq 0 \\ Z_i &= 0 \text{ atau } 1 \end{aligned}$$

Langkah-langkah untuk mendapatkan keuntungan maksimum pada setiap skema pembiayaan yang digunakan ISP.

Kasus 4b. Jika ISP menggunakan skema pembiayaan flat-fee maka $P_x = 0, P_y = 0$ dan $P > 0$, dimana harga yang digunakan oleh ISP tidak berpengaruh pada waktu penggunaan jam sibuk atau jam tidak sibuk, maka konsumen memilih tingkat konsumsi maksimum $X_1 = \bar{X}, X_2 = \bar{X}, Y_1 = \bar{Y}$, dan $Y_2 = \bar{Y}$. Dengan demikian, setiap konsumen high-end dikenakan biaya tidak lebih dari $a_1\bar{X} + f(\bar{Y}) - (\bar{X} + \bar{Y})c$ dan konsumen low-end tidak lebih dari $a_2\bar{X} + f(\bar{Y}) - (\bar{X} + \bar{Y})c$. Kasus 4b merupakan skema pembiayaan flat-fee sehingga P disetarakan untuk kedua jenis konsumen heterogen. Jika ditetapkan $a_1 > a_2$ maka untuk ketetapan biaya konsumen high-end akan mengikuti harga bagi biaya konsumen low-end sehingga $a_1(m) < a_2(m+n) \Leftrightarrow a_1 < \frac{a_2(m+n)}{m}$.

Artinya jika konsumen dikenakan biaya sebesar $a_1\bar{X} + f(\bar{Y}) - (\bar{X} + \bar{Y})c$, maka hanya konsumen high-end yang dapat mengikuti layanan. Jika konsumen dikenakan biaya sebesar $a_2\bar{X} + f(\bar{Y}) - (\bar{X} + \bar{Y})c$, maka kedua jenis konsumen tersebut dapat mengikuti layanan, yaitu konsumen high-end dan konsumen low-end. Untuk memaksimalkan keuntungan, ISP mengenakan biaya $a_2\bar{X} + f(\bar{Y}) - (\bar{X} + \bar{Y})c$. Dalam hal ini untuk optimasi masalah produsen :

$$\begin{aligned} \text{Maks}_P m(PZ_1^*) + n(PZ_2^*) &= m\{a_2\bar{X} + f(\bar{Y}) - (\bar{X} + \bar{Y})c\} + n\{a_2\bar{X} + \\ &\quad f(\bar{Y}) - (\bar{X} + \bar{Y})c\} \\ &= (m+n)[a_2\bar{X} + f(\bar{Y}) - (\bar{X} + \bar{Y})c] \end{aligned}$$

Keuntungan maksimum yang diperoleh produsen adalah:

$$(m+n)[a_2\bar{X} + f(\bar{Y}) - (\bar{X} + \bar{Y})c]$$

Berdasarkan kasus ini diperoleh lemma berikut.

Lemma 4b :

Jika ISP menggunakan skema pembiayaan flat-fee, maka harga yang dikenakan adalah $a_2\bar{X} + f(\bar{Y}) - (\bar{X} + \bar{Y})c$ dengan keuntungan maksimum yang diperoleh adalah:

$$(m+n)[a_2\bar{X} + f(\bar{Y}) - (\bar{X} + \bar{Y})c]$$

Kasus 5b. Jika ISP menggunakan skema pembiayaan usage-based maka ditetapkan $P_x > 0, P_y > 0$ dan $P = 0$ maka :

Optimasi masalah untuk konsumen heterogen high-end:

Fungsi pada optimasi masalah konsumen menjadi :

$$\text{Maks}_{X,Y,Z} Zk = a_1X_1 + f(Y_1) - P_xX_1 - P_yY_1 - (c+t)X_1 - (c+t)Y_1 \quad (4.46)$$

Untuk memaksimumkan fungsi tujuan (4.46) untuk konsumen heterogen high-end, dilakukan pendiferensialan terhadap X_1 dan Y_1 ; dengan syarat

$$\begin{aligned} \frac{\partial Zk}{\partial X_1} &= 0 \quad \text{dan} \quad \frac{\partial Zk}{\partial Y_1} = 0 \\ \Leftrightarrow \frac{\partial(a_1X_1 + f(Y_1) - P_xX_1 - P_yY_1 - (c+t)X_1 - (c+t)Y_1)}{\partial X_1} &= 0 \\ \Leftrightarrow a_1 - (c+t) &= P_x \\ \Leftrightarrow X_1^* &= \bar{X} \end{aligned} \quad (4.47)$$

dan

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \frac{\partial(a_1X_1 + f(Y_1) - P_xX_1 - P_yY_1 - (c+t)X_1 - (c+t)Y_1)}{\partial Y_1} &= 0 \\ \Leftrightarrow f'(Y_1) - (c+t) &= P_y \\ \Leftrightarrow Y_1^* &= \bar{Y} \end{aligned} \quad (4.48)$$

Optimasi masalah untuk konsumen heterogen low-end:

Fungsi pada optimasi masalah konsumen:

$$\text{Maks}_{X,Y,Z} Zk = a_2X_2 + f(Y_2) - P_xX_2 - P_yY_2 - (c+t)X_2 - (c+t)Y_2 \quad (4.49)$$

Untuk memaksimumkan fungsi tujuan (4.49) untuk konsumen heterogen low-end, dilakukan pendiferensialan terhadap X_2 dan Y_2 ; dengan syarat

$$\begin{aligned} \frac{\partial Zk}{\partial X_2} &= 0 \quad \text{dan} \quad \frac{\partial Zk}{\partial Y_2} = 0 \\ \Leftrightarrow \frac{\partial(a_2X_2 + f(Y_2) - P_xX_2 - P_yY_2 - (c+t)X_2 - (c+t)Y_2)}{\partial X_2} &= 0 \\ \Leftrightarrow a_2 - (c+t) &= P_x \\ \Leftrightarrow X_2^* &= \bar{X} \end{aligned} \quad (4.50)$$

dan

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \frac{\partial(a_2X_2 + f(Y_2) - P_xX_2 - P_yY_2 - (c+t)X_2 - (c+t)Y_2)}{\partial Y_2} &= 0 \\ \Leftrightarrow f'(Y_2) - (c+t) &= P_y \\ \Leftrightarrow Y_2^* &= \bar{Y} \end{aligned} \quad (4.51)$$

Optimasi masalah produsen menjadi :

$$\begin{aligned} \text{Maks}_{P_x, P_y} m(P_xX_1^* + P_yY_1^*) + n(P_xX_2^* + P_yY_2^*) \\ = m[P_x(\bar{X}) + P_y(\bar{Y})] + n[P_x(\bar{X}) + P_y(\bar{Y})] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= m[(a_1 - (c + t))\bar{X} + (f'(\bar{Y}) - (c + t))\bar{Y}] \\
&\quad + n[(a_2 - (c + t))\bar{X} + (f'(\bar{Y}) - (c + t))\bar{Y}] \\
&= m[a_1\bar{X} - (c + t)\bar{X} + \bar{Y}f'(\bar{Y}) - (c + t)\bar{Y}] \\
&\quad + n[a_2\bar{X} - (c + t)\bar{X} + \bar{Y}f'(\bar{Y}) - (c + t)\bar{Y}] \\
&= m[a_1\bar{X} + \bar{Y}f'(\bar{Y}) - (c + t)\bar{X} - (c + t)\bar{Y}] \\
&\quad + n[a_2\bar{X} + \bar{Y}f'(\bar{Y}) - (c + t)\bar{X} - (c + t)\bar{Y}]
\end{aligned}$$

Jika diterapkan pada masalah di jam sibuk, untuk memaksimalkan fungsi, ISP harus meminimumkan P_x dan karenanya harga terbaik P_x tidak dapat lebih besar dari $a_1 - (c + t)$. Di sisi lain, jika ISP menetapkan harga di bawah $a_2 - (c + t)$, keuntungan tidak optimal. Jika diterapkan pada masalah di jam tidak sibuk, harga terbaik $P_y \leq \bar{Y}f'(\bar{Y}) - (c + t)$. Di sisi lain, jika ISP menetapkan harga di bawah $\bar{Y}f'(\bar{Y}) - (c + t)$, maka keuntungan tidak optimal ketika $Y_1^* \leq \bar{Y}$ dan $Y_2^* \leq \bar{Y}$. Oleh karena itu, harga P_y yang terbaik adalah $f'(\bar{Y}) - (c + t) \leq P_y \leq f'(\bar{Y}) - (c + t)$. Jika harga berada di interval ini, permintaan dari konsumen high-end tetap pada $\bar{X}$ dan $\bar{Y}$, sementara permintaan dari konsumen low-end terus meningkat karena harga turun. Dengan demikian harga optimal diberikan untuk jam sibuk adalah $P_x = a_2 - (c + t)$ dan harga optimal di jam tidak sibuk adalah $P_y = f'(\bar{Y}) - (c + t)$ sehingga keuntungan maksimumnya adalah:

$$(m + n)(a_2\bar{X} + \bar{Y}f'(\bar{Y}) - (c + t)\bar{X} - (c + t)\bar{Y})$$

Berdasarkan kasus ini diperoleh lemma berikut.

Lemma 5b :

Jika ISP menggunakan harga usage-based, maka harga optimal diberikan untuk jam sibuk adalah $P_x = a_2 - (c + t)$ dan harga optimal di jam tidak sibuk adalah $P_y = f'(\bar{Y}) - (c + t)$ dengan keuntungan maksimumnya adalah:

$$(m + n)(a_2\bar{X} + \bar{Y}f'(\bar{Y}) - (c + t)\bar{X} - (c + t)\bar{Y}).$$

Kasus 6b. Jika ISP menggunakan skema pembiayaan two-part tariff, maka $P_x > 0$, $P_y > 0$, dan $P > 0$. dimana terdapat biaya yang dikeluarkan jika konsumen memilih untuk bergabung dengan layanan serta harga yang dikenakan saat jam sibuk dan jam tidak sibuk, kondisi orde pertama untuk persamaan optimasi masalah konsumen high-end dan konsumen low-end.

Persamaan (4.47) dan (4.50) adalah kurva permintaan high-end dan low-end di jam sibuk, Persamaan (4.48) dan (4.51) adalah kurva permintaan konsumen high-end dan low-end di jam tidak sibuk. Jika ditetapkan $a_1 > a_2$ maka dapat diasumsikan bahwa $a_1(m) < a_2(m+n) \Leftrightarrow a_1 < \frac{a_2(m+n)}{m}$.

Artinya jika konsumen dikenakan biaya sebesar $P_x = a_1 - (c + t)$ dan $P_y = f'(Y_1) - (c + t)$ dan $P = a_1X - a_1\bar{X} + f(Y) - \bar{Y}f'(\bar{Y}) + (c + t)\bar{X} + (c + t)\bar{Y} - (c + t)X - (c + t)Y$ maka hanya konsumen high-end yang dapat mengikuti layanan ini. Jika konsumen dikenakan biaya sebesar $P_x = a_2 - (c + t)$ dan $P_y = f'(\bar{Y}) - (c + t)$ dan $P = a_2X - a_2\bar{X} + f(Y) - \bar{Y}f'(\bar{Y}) + (c + t)\bar{X} + (c + t)\bar{Y} - (c + t)X - (c + t)Y$, maka kedua jenis konsumen tersebut dapat mengikuti layanan, yaitu konsumen high-end dan konsumen low-end. ISP dapat memilih untuk menurunkan biaya dikarenakan banyak konsumen menjadikan biaya berlangganan sebagai kendala sehingga dapat menarik lebih banyak konsumen, ISP dapat memberikan harga $P_x = a_2 - (c + t)$, $P_y = f'(Y_2) - (c + t)$, dan meminimumkan biaya berlangganan $P = a_2X - a_2\bar{X} + f(Y) - \bar{Y}f'(\bar{Y}) + (c + t)\bar{X} + (c + t)\bar{Y} - (c + t)X - (c + t)Y$.

Optimasi masalah produsen menjadi :

$$\begin{aligned} & \text{Maks}_{P_x, P_y} m(P_x X_1^* + P_y Y_1^* + P Z_1^*) + n(P_x X_2^* + P_y Y_2^* + P Z_2^*) \\ &= m[(a_2 - (c + t))\bar{X} + (f'(\bar{Y}) - (c + t)\bar{Y}) + (a_2X - a_2\bar{X} + f(Y) - \bar{Y}f'(\bar{Y}) + (c + t)\bar{X} + (c + t)\bar{Y} - (c + t)X - (c + t)Y)] + \\ & \quad n[(a_2 - (c + t))\bar{X} + (f'(\bar{Y}) - (c + t)\bar{Y}) + (a_2X - a_2\bar{X} + f(Y) - \bar{Y}f'(\bar{Y}) + (c + t)\bar{X} + (c + t)\bar{Y} - (c + t)X - (c + t)Y)] \\ &= m[a_2\bar{X} - (c + t)\bar{X} + f'(\bar{Y})\bar{Y} - (c + t)\bar{Y}] \\ & \quad + \{ (a_2X - a_2\bar{X} + f(Y) - \bar{Y}f'(\bar{Y}) + (c + t)\bar{X} + (c + t)\bar{Y} - (c + t)X - (c + t)Y) \} \\ & \quad + n[(a_2 - (c + t))\bar{X} + f'(\bar{Y})\bar{Y} - (c + t)\bar{Y}] \\ & \quad + \{ (a_2X - a_2\bar{X} + f(Y) - \bar{Y}f'(\bar{Y}) + (c + t)\bar{X} + (c + t)\bar{Y} - (c + t)X - (c + t)Y) \} \\ &= m[a_2\bar{X} + f(\bar{Y}) - (c + t)\bar{X} - (c + t)\bar{Y}] \\ & \quad + n[(a_2 + f(\bar{Y}) - (c + t))\bar{X} - (c + t)\bar{Y}] \\ &= (m + n)[a_2\bar{X} + f(\bar{Y}) - (c + t)\bar{X} - (c + t)\bar{Y}] \end{aligned}$$

Dengan demikian keuntungan maksimum yang dicapai adalah:

$$(m+n)(a_2\bar{X} + f(\bar{Y}) - (c+t)\bar{X} - (c+t)\bar{Y})$$

Berdasarkan kasus ini diperoleh lemma berikut.

Lemma 6b :

Jika ISP menggunakan harga two-part tariff, P_x dan P_y optimal masing-masing menjadi $P_x = a_2 - (c+t)$ dan $P_y = f'(\bar{Y}) - (c+t)$, dan $P = a_2X - a_2\bar{X} + f(Y) - \bar{Y}f'(\bar{Y}) + (c+t)\bar{X} + (c+t)\bar{Y} - (c+t)X - (c+t)Y$, dengan keuntungan maksimum yang diperoleh adalah:

$$(m+n)[a_2\bar{X} + f(\bar{Y}) - (c+t)\bar{X} - (c+t)\bar{Y}]$$

Hasil analisis dari Lemma 4b, 5b, dan 6b disajikan dalam Tabel 1.50.

Tabel 1.50 Perbandingan Skema Pembiayaan Internet untuk Masalah Konsumen Heterogen (High-End dan Low-End) Berdasarkan Fungsi Utilitas Quasi-Linier dengan Biaya Marjinal dan Biaya Pengawasan

Yang Dioptimalkan	Lemma 4b (Flat-Fee)	Lemma 5b (Usage-Based)	Lemma 6b (Two-Part Tariff)
Harga yang Dikenakan pada Konsumen	$a_2\bar{X} + f(\bar{Y}) - (\bar{X} + \bar{Y})c$	$P_x = a_2 - (c+t)$ dan $P_y = f'(\bar{Y}) - (c+t)$	$P_x = a_2 - (c+t)$ dan $P_y = f'(\bar{Y}) - (c+t)$
Keuntungan maksimum	$(m+n)(a_2\bar{X} + f(\bar{Y}) - (\bar{X} + \bar{Y})c)$	$(m+n)(a_2\bar{X} + \bar{Y}f'(\bar{Y}) - (c+t)\bar{X} - (c+t)\bar{Y})$	$(m+n)(a_2\bar{X} + f(\bar{Y}) - (c+t)\bar{X} - (c+t)\bar{Y})$

Berdasarkan Tabel 1.50, jika diasumsikan $\bar{Y} f'(\bar{Y}) > f(\bar{Y})$, dengan $\bar{Y} > 0$ dan fungsi $f(\bar{Y})$ merupakan fungsi non linear, $f(\bar{Y})= Y^b$, $X \geq 0$ dan $Y \geq 0$, maka $(m+n)(a_2\bar{X} + \bar{Y}f'(\bar{Y})) > (m+n)(a_2\bar{X} + f(\bar{Y}))$. Oleh karena itu, skema pembiayaan usage-based lebih baik dibandingkan skema pembiayaan flat-fee dan two-

part tariff untuk masalah konsumen heterogen high-end dan low-end.

4.12.3 Fungsi Utilitas Quasi-Linear pada Konsumen Heterogen High-Demand dan Konsumen Heterogen Low-Demand

Misal diasumsikan dua jenis konsumen, konsumen tingkat pemakaian tinggi (tipe 1) dengan tingkat konsumsi maksimum $\bar{X}_1$ dan $\bar{Y}_1$ dan konsumen tingkat pemakaian rendah (tipe 2) dengan tingkat konsumsi maksimum $\bar{X}_2$ dan $\bar{Y}_2$. Terdapat m konsumen (tipe 1) dan n konsumen (tipe 2) konsumen dengan $a_1 = a_2 = a$ dan $b_1 = b_2 = b$.

Penentuan keuntungan maksimum pada setiap skema pembiayaan yang digunakan ISP.

Kasus 7b. Jika ISP menggunakan skema pembiayaan flat-fee maka ditetapkan $P_x = 0$, $P_y = 0$ dan $P > 0$. Artinya, jika konsumen (konsumen high-demand atau low-demand) memilih untuk bergabung dengan layanan, maka konsumen tersebut sepenuhnya memanfaatkan layanan dengan memilih tingkat konsumsi $X_1 = \bar{X}_1$, $Y_1 = \bar{Y}_1$ atau $X_2 = \bar{X}_2$, $Y_2 = \bar{Y}_2$ dengan tingkat maksimum $a\bar{X}_1 + f(\bar{Y}_1) - (\bar{X}_1 + \bar{Y}_1)c$ atau $a\bar{X}_2 + f(\bar{Y}_2) - (\bar{X}_2 + \bar{Y}_2)c$ (untuk konsumen high-demand dan low-demand), sehingga ISP dapat memberikan harga untuk setiap konsumen high-demand tidak lebih dari $a\bar{X}_1 + f(\bar{Y}_1) - (\bar{X}_1 + \bar{Y}_1)c$ dan konsumen low-demand tidak lebih dari $a\bar{X}_2 + f(\bar{Y}_2) - (\bar{X}_2 + \bar{Y}_2)c$. Jika ISP tidak dapat membedakan konsumen high-demand dan konsumen low-demand maka ISP harus memberikan harga yang sama untuk kedua konsumen, ISP dapat menetapkan harga $a\bar{X}_1 + f(\bar{Y}_1) - (\bar{X}_1 + \bar{Y}_1)c$ dengan hanya melayani konsumen tingkat pemakaian tinggi atau menetapkan harga $a\bar{X}_2 + f(\bar{Y}_2) - (\bar{X}_2 + \bar{Y}_2)c$ dengan melayani kedua jenis konsumen yaitu konsumen tingkat high-demand dan low-demand.

Jika diasumsikan bahwa $m[a\bar{X}_1 + f(\bar{Y}_1) - (\bar{X}_1 + \bar{Y}_1)c] < (m + n)[a\bar{X}_2 + f(\bar{Y}_2) - (\bar{X}_2 + \bar{Y}_2)c]$, harga terbaik yang ditetapkan ISP untuk layanan adalah sebesar $a\bar{X}_2 + f(\bar{Y}_2) - (\bar{X}_2 + \bar{Y}_2)c$ dan melayani kedua jenis konsumen tersebut dengan keuntungan maksimum diperoleh adalah:

$$(m + n)[a\bar{X}_2 + f(\bar{Y}_2) - (\bar{X}_2 + \bar{Y}_2)c]$$

Berdasarkan kasus ini diperoleh lemma berikut.

Lemma 7b :

Jika ISP menggunakan skema pembiayaan flat-fee, maka harga yang dikenakan $P = a\bar{X}_2 + f(\bar{Y}_2) - (\bar{X}_2 + \bar{Y}_2)c$ dengan keuntungan maksimum yang dicapai adalah:

$$(m + n)[a\bar{X}_2 + f(\bar{Y}_2) - (\bar{X}_2 + \bar{Y}_2)c].$$

Kasus 8b. Jika ISP menggunakan skema pembiayaan usage-based maka ditetapkan $P_x > 0$, $P_y > 0$, dan $P = 0$, artinya ISP memberikan harga yang dibedakan, yaitu harga pada saat jam sibuk dan tidak sibuk. Untuk optimasi masalah konsumen tingkat pemakaian tinggi dan rendah menghasilkan:

Optimasi masalah konsumen heterogen high-demand:

$$\text{Maks}_{X,Y,Z} Zk = aX_1 + f(Y_1) - P_x X_1 - P_y Y_1 - (c + t)X_1 - (c + t)Y_1 \quad (4.52)$$

Untuk memaksimumkan fungsi tujuan (4.52) heterogen high-demand, dilakukan pendiferensialan terhadap X_1 dan Y_1 ; dengan syarat

$$\begin{aligned} \frac{\partial Zk}{\partial X_1} &= 0 \quad \text{dan} \quad \frac{\partial Zk}{\partial Y_1} = 0 \\ \Leftrightarrow \frac{\partial(aX_1 + f(Y_1) - P_x X_1 - P_y Y_1 - (c + t)X_1 - (c + t)Y_1)}{\partial X_1} &= 0 \\ \Leftrightarrow a - (c + t) &= P_x \\ \Leftrightarrow X_1^* &= \bar{X}_1 \end{aligned} \quad (4.53)$$

dan

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \frac{\partial(aX_1 + f(Y_1) - P_x X_1 - P_y Y_1 - (c + t)X_1 - (c + t)Y_1)}{\partial Y_1} &= 0 \\ \Leftrightarrow f'(Y_1) - (c + t) &= P_y \\ \Leftrightarrow Y_1^* &= \bar{Y}_1 \end{aligned} \quad (4.54)$$

Untuk konsumen heterogen low-demand:

$$\text{Maks}_{X,Y,Z} Zk = aX_2 + f(Y_2) - P_x X_2 - P_y Y_2 - (c + t)X_2 - (c + t)Y_2 \quad (4.55)$$

Untuk memaksimumkan fungsi pada optimasi masalah konsumen heterogen low-demand, dilakukan pendiferensialan terhadap X_2 dan Y_2 ; dengan syarat

$$\begin{aligned} \frac{\partial Zk}{\partial X_2} &= 0 \quad \text{dan} \quad \frac{\partial Zk}{\partial Y_2} = 0 \\ \Leftrightarrow \frac{\partial(aX_2 + f(Y_2) - P_x X_2 - P_y Y_2 - (c + t)X_2 - (c + t)Y_2)}{\partial X_2} &= 0 \\ \Leftrightarrow a - (c + t) &= P_x \end{aligned} \quad (4.56)$$

$$\Leftrightarrow X_2^* = \bar{X}_2$$

dan

$$\Leftrightarrow \frac{\partial(aX_2 + f(Y_2) - P_x X_2 - P_y Y_2 - (c+t)X_2 - (c+t)Y_2)}{\partial Y_2} = 0$$

$$\Leftrightarrow f'(Y_2) - (c+t) = P_y \quad \Leftrightarrow Y_2^* = \bar{Y}_2 \quad (4.57)$$

Optimasi masalah ISP menjadi :

$$\begin{aligned} \text{Maks}_{P_x, P_y} \quad & m(P_x X_1^* + P_y Y_1^*) + n(P_x X_2^* + P_y Y_2^*) \\ & = m[P_x(\bar{X}_1) + P_y(\bar{Y}_1)] + n[P_x(\bar{X}_2) + P_y(\bar{Y}_2)] \end{aligned}$$

Dari persamaan (4.53), (4.54), (4.56) dan (4.57), diketahui bahwa selama P_x dan P_y menurun, X_1^* , X_2^* , Y_1^* dan Y_2^* meningkat. Karena X_1 , X_2 , Y_1 dan Y_2 dibatasi pada $\bar{X}_1$, $\bar{X}_2$, $\bar{Y}_1$, dan $\bar{Y}_2$, untuk memaksimumkan persamaan ini, ISP harus meminimumkan P_x dan P_y sehingga harga P_x yang terbaik adalah $P_x \leq a - (c+t)$ dan $f'(\bar{Y}_2) - (c+t) \leq P_y \leq f'(\bar{Y}_1) - (c+t)$.

Di sisi lain, jika ISP menetapkan harga $P_x < a - (c+t)$, keuntungan tidak optimal karena $X_1^* \leq \bar{X}_1$ dan $X_2^* \leq \bar{X}_2$. Oleh karena itu, harga $P_x = a - (c+t)$ dan $P_y = f'(\bar{Y}_2) - (c+t)$. Saat harga berada di interval ini, permintaan konsumen low-demand tersebut tetap pada $\bar{X}_2$ sementara permintaan dari konsumen high-demand terus meningkat selama harga turun, sehingga keuntungan maksimum yang dicapai :

$$\begin{aligned} & m[P_x(\bar{X}_1) + P_y(\bar{Y}_1)] + n[P_x(\bar{X}_2) + P_y(\bar{Y}_2)] \\ & = m[(a - (c+t))\bar{X}_1 + (f'(\bar{Y}_2) - (c+t))\bar{Y}_1] \\ & \quad + n[(a - (c+t))\bar{X}_2 + (f'(\bar{Y}_2) - (c+t))\bar{Y}_2] \\ & = m[a\bar{X}_1 - (c+t)\bar{X}_1 + \bar{Y}_1 f'(\bar{Y}_1) - (c+t)\bar{Y}_1] + n[a\bar{X}_2 - (c+t)\bar{X}_2 + \bar{Y}_2 f'(\bar{Y}_2) - (c+t)\bar{Y}_2] \\ & = m[a\bar{X}_1 + \bar{Y}_1 f'(\bar{Y}_1) - (c+t)\bar{X}_1 - (c+t)\bar{Y}_1] + n[a\bar{X}_2 + \bar{Y}_2 f'(\bar{Y}_2) - (c+t)\bar{X}_2 - (c+t)\bar{Y}_2] \end{aligned}$$

Berdasarkan kasus ini diperoleh lemma berikut.

Lemma 8b :

Jika ISP menggunakan skema pembiayaan usage-based, maka harga yang optimal di jam sibuk adalah $P_x = a - (c+t)$ dan harga optimal di jam tidak sibuk adalah $P_y = f'(\bar{Y}_2) - (c+t)$ dengan keuntungan maksimum adalah:

$$(m+n)[a\bar{X}_2 + \bar{Y}_2 f'(\bar{Y}_2) - (c+t)\bar{X}_2 - (c+t)\bar{Y}_2]$$

Kasus 9b. Jika ISP menggunakan skema pembiayaan two-part tariff maka $P_x > 0$, $P_y > 0$, dan $P > 0$, artinya terdapat biaya berlangganan jika konsumen memilih layanan serta harga yang dikenakan pada saat jam sibuk dan jam tidak sibuk. Kondisi orde pertama untuk optimasi masalah konsumen high-demand dan low-demand menggunakan Persamaan (4.53), (4.54), (4.56), dan (4.57).

Biaya program layanan P yang terbaik dapat ditetapkan pada konsumen adalah biaya yang dikenakan untuk konsumen low-demand. Jika biaya layanan lebih dari ini maka menyebabkan ISP kehilangan semua konsumen high-demand, artinya diasumsikan bahwa lebih menguntungkan jika menggunakan $P_x = a - (c + t)$ dan $P_y = f'(Y_2) - (c + t)$.

Dengan menggunakan Kendala (4.45), diperoleh :

$$aX_2 + f(Y_2) - P_x X_2 - P_y Y_2 - PZ_2 - (c + t)X_2 - (c + t)Y_2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow aX_2 + f(Y_2) - (a - (c + t))X_2 - (f'(Y_2) - (c + t))Y_2 - P - (c + t)X_2 - (c + t)Y_2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow aX_2 + f(Y_2) - aX_2 + (c + t)X_2 - f'(Y_2)Y_2 + (c + t)Y_2 - P - (c + t)X_2 - (c + t)Y_2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow P \leq aX_2 + f(Y_2) - aX_2 - f'(Y_2)Y_2 + (c + t)X_2 + (c + t)Y_2 - (c + t)X_2 - (c + t)Y_2$$

karena $X_1^* \leq \bar{X}_1$ dan $X_2^* \leq \bar{X}_2$ dan $Y_1^* \leq \bar{Y}_1$ dan $Y_2^* \leq \bar{Y}_2$,
maka :

$$P_x = a - (c + t), P_y = f'(\bar{Y}_2) - (c + t) \text{ dan}$$

$$P \leq f(\bar{Y}_2) - f'(\bar{Y}_2)\bar{Y}_2$$

Optimasi masalah produsen menjadi :

$$\text{Maks}_{P, P_x, P_y} m(P_x X_1^* + P_y Y_1^* + PZ_1^*) + n(P_x X_2^* + P_y Y_2^* + PZ_2^*)$$

$$= m((a - (c + t))X_1^* + (f'(\bar{Y}_2) - (c + t))Y_1^* + P) + n((a - (c + t))X_2^* + (f'(\bar{Y}_2) - (c + t))Y_2^* + P)$$

$$= m[a\bar{X}_1 - (c + t)\bar{X}_1 + f'(\bar{Y}_2)\bar{Y}_1 - (c + t)\bar{Y}_1 + \{f(\bar{Y}_2) - f'(\bar{Y}_2)\bar{Y}_2\}] + n[a\bar{X}_2 - (c + t)\bar{X}_2 + f'(\bar{Y}_2)\bar{Y}_2 - (c + t)\bar{Y}_2 + \{f(\bar{Y}_2) - f'(\bar{Y}_2)\bar{Y}_2\}]$$

$$= m[a\bar{X}_1 + f'(\bar{Y}_2)\bar{Y}_1 + f(\bar{Y}_2) - f'(\bar{Y}_2)\bar{Y}_2 - (c + t)\bar{X}_1 - (c + t)\bar{Y}_1] + n[a\bar{X}_2 + f(\bar{Y}_2) - (c + t)\bar{X}_2 - (c + t)\bar{Y}_2]$$

$$= m[a\bar{X}_1 + f'(\bar{Y}_2)(\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2) + f(\bar{Y}_2)] + n[a\bar{X}_2 + f(\bar{Y}_2) - (c + t)\bar{X}_2 - (c + t)\bar{Y}_2]$$

Jika ISP menggunakan skema pembiayaan two-part tariff dengan menetapkan $P_x > 0$, $P_y > 0$, dan $P > 0$, maka ISP dapat menetapkan harga optimal $P_x = a - (c + t)$ dan $P_y = f'(\bar{Y}_2) - (c + t)$, dan biaya langganan P sama dengan surplus konsumen dari konsumen tingkat pemakaian rendah, dengan keuntungan maksimumnya adalah:

$$m[a\bar{X}_1 + f'(\bar{Y}_2)(\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2) + f(\bar{Y}_2)] + n[a\bar{X}_2 + f(\bar{Y}_2) - (c + t)\bar{X}_2 - (c + t)\bar{Y}_2]$$

Berdasarkan kasus ini diperoleh lemma berikut.

Lemma 9b :

Jika ISP menggunakan harga two-part tariff, maka harga optimal adalah $P_x = a - (c + t)$ dan $P_y = f'(\bar{Y}_2) - (c + t)$, serta $P = f(\bar{Y}_2) - f'(\bar{Y}_2)\bar{Y}_2$ dengan keuntungan maksimum dicapai oleh ISP adalah:

$$m[a\bar{X}_1 + f'(\bar{Y}_2)(\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2) + f(\bar{Y}_2)] + n[a\bar{X}_2 + f(\bar{Y}_2) - (c + t)\bar{X}_2 - (c + t)\bar{Y}_2]$$

Hasil analisis dari Lemma 7b, 8b, dan 9b disajikan dalam Tabel 1.51.

Tabel 1. 51 Perbandingan Skema Pembiayaan untuk Konsumen Heterogen (High-Demand dan Low-Demand) Berdasarkan Fungsi Utilitas Quasi-Linier dengan Biaya Marjinal dan Biaya Pengawasan

Yang Dioptimalkan	Lemma 7b (Flat-Fee)	Lemma 8b (Usage-Based)	Lemma 9b (Two-Part Tariff)
Harga yang Dikenakan oleh Konsumen	$a\bar{X}_2 + f(\bar{Y}_2) - (\bar{X}_2 + \bar{Y}_2)c$	$P_x = a - (c + t)$ dan $P_y = f'(\bar{Y}_2) - (c + t)$	$P_x = a - (c + t)$ dan $P_y = f'(\bar{Y}_2) - (c + t)$
Keuntungan maksimum	$(m + n)[a\bar{X}_2 + f(\bar{Y}_2) - (\bar{X}_2 + \bar{Y}_2)c]$	$(m + n)[a\bar{X}_2 + \bar{Y}_2 f'(\bar{Y}_2) - (c + t)\bar{X}_2 - (c + t)\bar{Y}_2]$	$m[a\bar{X}_1 + f'(\bar{Y}_2)(\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2) + f(\bar{Y}_2)] + n[a\bar{X}_2 + f(\bar{Y}_2) - (c + t)\bar{X}_2 - (c + t)\bar{Y}_2]$

Berdasarkan Tabel 1.51, jika diasumsikan bahwa $X \geq 0$ dan $Y \geq 0$, maka

$m[a\bar{X}_1 + f'(\bar{Y}_2)(\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2) + f(\bar{Y}_2)] + n[a\bar{X}_2 + f(\bar{Y}_2) - (c + t)\bar{X}_2 - (c + t)\bar{Y}_2] > (m + n)[a\bar{X}_2 + \bar{Y}_2 f'(\bar{Y}_2) - (c + t)\bar{X}_2 - (c + t)\bar{Y}_2] > (m + n)[a\bar{X}_2 + f(\bar{Y}_2) - (\bar{X}_2 + \bar{Y}_2)c]$, artinya skema pembiayaan two part tariff lebih optimal dibandingkan skema pembiayaan usage-based dan flat-fee untuk masalah konsumen heterogen berdasarkan tingkat pemakaiannya yaitu high-demand dan low-demand.

4.13 Rekapitulasi Skema Pembiayaan Optimal

Berdasarkan pembahasan, dapat dibandingkan skema pembiayaan yang optimal untuk setiap jenis konsumen berdasarkan fungsi utilitas yang digunakan. Pada Tabel 1.49, Tabel 1.50, dan Tabel 1.51 untuk fungsi utilitas quasi-linier $f(\bar{Y}) = \bar{Y}^b$, $f'(\bar{Y}) = b\bar{Y}^{b-1}$ dan $\bar{Y}f'(\bar{Y}) = b\bar{Y}^b$. Hal ini dapat dilihat pada Tabel 1.52.

Tabel 1.52 Rekapitulasi Skema-Skema Pembiayaan untuk Setiap Jenis Konsumen

Jenis Konsumen	Skema Pembiayaan	Fungsi Utilitas	
		Fungsi Utilitas Perfect Substitute	Fungsi Utilitas Quasi-Linier
Homogen	Flat-fee	$\sum_i (a\bar{X} + b\bar{Y} - (\bar{X} + \bar{Y})c)$	$\sum_i [a\bar{X} + \bar{Y}^b - (\bar{X} + \bar{Y})c]$
	Usage-based	$\sum_i (a\bar{X} + b\bar{Y} - (c + t)\bar{X})$	$\sum_i [a\bar{X} + b(\bar{Y})^b - (c + t)\bar{X} - (c + t)\bar{Y}]$
	Two-part tariff	$\sum_i (a\bar{X} + b\bar{Y} - (c + t)\bar{X} - (c + t)\bar{Y})$	$\sum_i [a\bar{X} + \bar{Y}^b - (c + t)\bar{X} - (c + t)\bar{Y}]$
Heterogen: High-end & Low-end	Flat-fee	$(m + n)(a_2\bar{X} + b_2\bar{Y} - (\bar{X} + \bar{Y})c)$	$(m + n)(a_2\bar{X} + \bar{Y}^{b_2} - (\bar{X} + \bar{Y})c)$

	Usage-based	$(m+n)(a_2\bar{X} + b_2\bar{Y} - (c + t)\bar{X} + t)\bar{X} - (c + t)\bar{Y})$	$(m+n)(a_2\bar{X} + b_2(\bar{Y})^{b_2} - (c + t)\bar{X} - (c + t)\bar{Y})$
	Two-part tariff		$(m+n)(a_2\bar{X} + \bar{Y}^{b_2} - (c + t)\bar{X} - (c + t)\bar{Y})$
Heterogen: High-demand & Low-demand	Flat-fee	$(m+n)(a\bar{X}_2 + b\bar{Y}_2 - (\bar{X}_2 + \bar{Y}_2)c)$	$(m+n)[a\bar{X}_2 + \bar{Y}_2^{b_2} - (\bar{X}_2 + \bar{Y}_2)c]$
	Usage-Based	$m(a\bar{X}_1 + b\bar{Y}_1 - (c + t)\bar{X}_1 - (c + t)\bar{Y}_1) + n(a\bar{X}_2 + b\bar{Y}_2 - (c + t)\bar{X}_2 - (c + t)\bar{Y}_2)$	$(m+n)[a\bar{X}_2 + b_2(\bar{Y})^{b_2} - (c + t)\bar{X}_2 - (c + t)\bar{Y}_2]$
	Two-part tariff		$m[a\bar{X}_1 + b_2(\bar{Y})^{b_2-1}(\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2) + \bar{Y}_2^{b_2}] + n[a\bar{X}_2 + \bar{Y}_2^{b_2} - (c + t)\bar{X}_2 - (c + t)\bar{Y}_2]$

Keterangan : tulisan yang ditebalkan adalah skema pembiayaan yang optimal

Tabel 1.52 merupakan rekapitulasi skema pembiayaan untuk setiap jenis konsumen. Pada fungsi utilitas perfect substitute, untuk kasus konsumen homogen dan konsumen heterogen (high-end dan low-end) skema pembiayaan optimal terdapat pada skema pembiayaan flat-fee, dan untuk konsumen heterogen (high-demand dan low-demand) skema pembiayaan usage-based dan two-part tariff adalah yang paling optimal. Pada fungsi utilitas quasi-linier, untuk kasus konsumen homogen dan konsumen heterogen (high-end dan low-end) skema pembiayaan optimal terdapat pada skema pembiayaan usage-based, dan untuk konsumen heterogen (high-demand dan low-demand) skema pembiayaan yang paling optimal adalah skema two-part tariff.

4.14 Data Pemakaian Internet pada Server Lokal

Skema pembiayaan yang optimal diolah dengan menggunakan data traffic pada aplikasi mail, digilib dan files yang diperoleh dari amatan server lokal di Palembang dalam waktu 1 bulan (30 hari), yaitu dari tanggal 27 Februari 2016 sampai dengan tanggal 27 Maret 2016.

Tabel 1.53 sampai Tabel 1.58 merupakan tabel data traffic pada aplikasi mail, digilib dan files yang diperoleh dari amatan server.

d. Mail

Tabel 1.53 Traffic pada Mail untuk Data Saat Jam Sibuk

No.	Tanggal	Saat Jam Sibuk (9.00 - 16.59)		Total Pemakaian per Hari
		Diterima	Dikirim	
1.	27 - 2 - 2016	79.400	43.000	122.400
2.	28 - 2 - 2016	91.400	49.400	140.800
3.	29 - 2 - 2016	77.100	74.400	151.500
4.	1 - 3 - 2016	72.700	98.300	171.000
5.	2 - 3 - 2016	67.000	84.100	151.100
6.	3 - 3 - 2016	92.400	88.200	180.600
7.	4 - 3 - 2016	110.000	76.000	186.000
8.	5 - 3 - 2016	84.900	69.400	154.300
9.	6 - 3 - 2016	94.600	57.000	151.600
10.	7 - 3 - 2016	88.200	90.400	178.600
11.	8 - 3 - 2016	96.000	132.000	228.000
12.	9 - 3 - 2016	95.800	84.900	180.700
13.	10 - 3 - 2016	77.900	90.400	168.300
14.	11 - 3 - 2016	57.600	81.900	139.500
15.	12 - 3 - 2016	73.500	63.000	136.500
16.	13 - 3 - 2016	97.900	63.600	161.500
17.	14 - 3 - 2016	111.000	123.000	234.000
18.	15 - 3 - 2016	78.300	89.400	167.700
19.	16 - 3 - 2016	81.100	72.800	153.900
20.	17 - 3 - 2016	1.050.000	128.000	1.178.000
21.	18 - 3 - 2016	89.100	96.200	185.300

22.	19 - 3 - 2016	83.500	59.600	143.100
23.	20 - 3 - 2016	81.600	41.600	123.200
24.	21 - 3 - 2016	68.900	101.000	169.900
25.	22 - 3 - 2016	75.100	141.000	216.100
26.	23 - 3 - 2016	81.300	120.000	201.300
27.	24 - 3 - 2016	84.600	97.600	182.200
28.	25 - 3 - 2016	110.000	68.100	178.100
29.	26 - 3 - 2016	75.500	80.400	155.900
30.	27 - 3 - 2016	0	0	0
Total (byte)		3.430.000	2.460.000	5.891.100
Total (kilobyte)		3.346,094	2.406,934	5.753,027
Rata-rata per hari (byte)		114.213,333	82.156,667	196.370
Rata-rata per hari (kilobyte)		111,536	80,231	191,767
$\bar{X}_1$ atau $\bar{X}$ maksimum (kilobyte)				1.150,391
$\bar{X}_2$ maksimum (kilobyte)				228,516

Sumber : Data dari Server Lokal di Palembang

Tabel 1. 54 Traffic pada Mail untuk Data Saat Jam Tidak Sibuk

No.	Tanggal	Saat Jam Tidak Sibuk (17.00 - 08.59)		Total Pemakaian per Hari
		Diterima	Dikirim	
1.	27 - 2 - 2016	61.000	76.300	137.300
2.	28 - 2 - 2016	174.000	92.600	266.600
3.	29 - 2 - 2016	167.000	109.000	276.000
4.	1 - 3 - 2016	162.000	89.200	251.200
5.	2 - 3 - 2016	174.000	116.000	290.000
6.	3 - 3 - 2016	209.000	135.000	344.000
7.	4 - 3 - 2016	180.000	110.000	290.000
8.	5 - 3 - 2016	178.000	100.000	278.000
9.	6 - 3 - 2016	186.000	129.000	315.000
10.	7 - 3 - 2016	203.000	140.000	343.000
11.	8 - 3 - 2016	209.000	143.000	352.000

12.	9 - 3 - 2016	201.000	117.000	318.000
13.	10 - 3 - 2016	156.000	144.000	300.000
14.	11 - 3 - 2016	135.000	118.000	253.000
15.	12 - 3 - 2016	138.000	87.000	225.000
16.	13 - 3 - 2016	188.000	138.000	326.000
17.	14 - 3 - 2016	189.000	116.000	305.000
18.	15 - 3 - 2016	499.000	534.000	1.033.000
19.	16 - 3 - 2016	151.000	109.000	260.000
20.	17 - 3 - 2016	167.000	115.000	282.000
21.	18 - 3 - 2016	185.000	140.000	325.000
22.	19 - 3 - 2016	163.000	107.000	270.000
23.	20 - 3 - 2016	180.000	110.000	290.000
24.	21 - 3 - 2016	151.000	107.000	258.000
25.	22 - 3 - 2016	137.000	120.000	257.000
26.	23 - 3 - 2016	161.000	93.400	254.400
27.	24 - 3 - 2016	163.000	95.800	258.800
28.	25 - 3 - 2016	208.000	99.100	307.100
29.	26 - 3 - 2016	183.000	106.000	289.000
30.	27 - 3 - 2016	92.600	55.500	148.100
Total (byte)		5.350.600	3.751.900	9.102.500
Total (kilobyte)		5.225,195	3.663,965	8.889,160
Rata-rata per hari (byte)		178.353,333	125.063,333	303.416,667
Rata-rata per hari (kilobyte)		174,173	122,132	296,305
$\bar{Y}_1$ atau $\bar{Y}$ maksimum (kilobyte)				1.008,789
$\bar{Y}_2$ maksimum (kilobyte)				343,75

Sumber : Data dari Server Lokal di Palembang

Tabel 1.53 dan Tabel 1.54 ini merupakan data pemakaian internet atau traffic untuk penggunaan Mail. Berdasarkan data tersebut diperoleh pemakaian pada jam sibuk sebesar 5.891.100 byte dan pemakaian pada jam tidak sibuk sebesar 9.102.500 byte. Pada data tersebut juga dapat diperoleh rata-rata pemakaian per

hari untuk jam sibuk sebesar 196.370 byte dan rata-rata pemakaian per hari untuk jam tidak sibuk sebesar 303.416,667 byte.

Pada Tabel 1.53 dapat dilihat pemakaian terbanyak pada tanggal 17 Maret 2016 sebesar 1.178.000 byte dengan data yang dikirim (outbound) sebesar 128.000 byte dan data yang diterima (inbound) sebesar 1.050.000 byte. Kemudian juga terdapat pemakaian data terendah pada tanggal 27 Maret 2016 dengan tidak adanya pemakaian sama sekali atau sebesar 0 byte. Sedangkan pada Tabel 1.54 terlihat bahwa pemakaian terbanyak pada tanggal 15 Maret 2016 sebesar 1.033.000 byte dengan data yang dikirim (outbound) sebesar 534.000 byte dan data yang diterima (inbound) sebesar 499.000 byte. Pemakaian internet dengan jumlah terendah pada tanggal 27 Februari 2016 sebesar 137.300 byte dengan data yang diterima (inbound) sebesar 61.000 byte dan data yang dikirim (outbound) sebesar 76.300 byte.

e. Digilib

Tabel 1.55 Traffic pada Digilib untuk Data Saat Jam Sibuk

No.	Tanggal	Saat Jam Sibuk (9.00 - 16.59)		Total Pemakaian per Hari
		Diterima	Dikirim	
1.	27 - 2 - 2016	49.695,03	1.090.755	1.140.450
2.	28 - 2 - 2016	71.428,03	1.356.511	1.427.939
3.	29 - 2 - 2016	49.700	764.000	813.700
4.	1 - 3 - 2016	64.900	925.000	989.900
5.	2 - 3 - 2016	32.900	619.000	651.900
6.	3 - 3 - 2016	48.600	714.000	762.600
7.	4 - 3 - 2016	56.200	995.000	1.051.200
8.	5 - 3 - 2016	52.700	805.000	857.700
9.	6 - 3 - 2016	53.300	1.070.000	1.123.300
10.	7 - 3 - 2016	59.100	937.000	996.100
11.	8 - 3 - 2016	54.100	804.000	858.100
12.	9 - 3 - 2016	62.200	946.000	1.008.200
13.	10 - 3 - 2016	77.300	1.730.000	1.807.300
14.	11 - 3 - 2016	60.200	897.000	957.200
15.	12 - 3 - 2016	38.700	853.000	891.700

16.	13 - 3 - 2016	52.500	835.000	887.500
17.	14 - 3 - 2016	98.400	2.080.000	2.178.400
18.	15 - 3 - 2016	69.300	1.200.000	1.269.300
19.	16 - 3 - 2016	72.300	1.550.000	1.622.300
20.	17 - 3 - 2016	74.400	1.300.000	1.374.400
21.	18 - 3 - 2016	76.700	1.420.000	1.496.700
22.	19 - 3 - 2016	62.000	968.000	1.030.000
23.	20 - 3 - 2016	53.800	824.000	877.800
24.	21 - 3 - 2016	76.500	1.330.000	1.406.500
25.	22 - 3 - 2016	57.900	817.000	874.900
26.	23 - 3 - 2016	74.600	1.570.000	1.644.600
27.	24 - 3 - 2016	61.700	804.000	865.700
28.	25 - 3 - 2016	63.200	63.200	126.400
29.	26 - 3 - 2016	68.400	1.000.000	1.068.400
30.	27 - 3 - 2016	0	0	0
Total (byte)		1.792.723,06	30.267.466,5	32.060.189,56
Total (kilobyte)		1.750,706	29.558,073	31.308,779
Rata-rata per hari (byte)		59.757,435	1.008.915,55	1.068.672,985
Rata-rata per hari (kilobyte)		58,357	985,269	1.043,626
$\bar{X}_1$ atau $\bar{X}$ maksimum (kilobyte)				2.127,344
$\bar{X}_2$ maksimum (kilobyte)				1.764,941

Sumber : Data dari Server Lokal di Palembang

Tabel 1. 56 Traffic pada Digilib untuk Data Saat Jam Tidak Sibuk

No.	Tanggal	Saat Jam Tidak Sibuk (17.00 - 08.59)		Total Pemakaian per Hari
		Diterima	Dikirim	
1.	27 - 2 - 2016	44.770,12	580.526,32	625.296,44
2.	28 - 2 - 2016	120.000	1.880.000	2.000.000
3.	29 - 2 - 2016	109.000	1.580.000	1.689.000
4.	1 - 3 - 2016	113.000	1.680.000	1.793.000
5.	2 - 3 - 2016	84.900	1.230.000	1.314.900

6.	3 - 3 - 2016	95.700	1.550.000	1.645.700
7.	4 - 3 - 2016	109.000	2.090.000	2.199.000
8.	5 - 3 - 2016	84.800	1.300.000	1.384.800
9.	6 - 3 - 2016	91.900	1.300.000	1.391.900
10.	7 - 3 - 2016	143.000	1.300.000	1.443.000
11.	8 - 3 - 2016	108.000	1.870.000	1.978.000
12.	9 - 3 - 2016	117.000	1.700.000	1.817.000
13.	10 - 3 - 2016	131.000	2.200.000	2.331.000
14.	11 - 3 - 2016	107.000	1.510.000	1.617.000
15.	12 - 3 - 2016	73.900	1.040.000	1.113.900
16.	13 - 3 - 2016	83.400	1.240.000	1.323.400
17.	14 - 3 - 2016	93.700	1.400.000	1.493.700
18.	15 - 3 - 2016	226.000	1.580.000	1.806.000
19.	16 - 3 - 2016	127.000	1.910.000	2.037.000
20.	17 - 3 - 2016	109.000	1.680.000	1.789.000
21.	18 - 3 - 2016	650.000	1.810.000	2.460.000
22.	19 - 3 - 2016	129.000	1.800.000	1.929.000
23.	20 - 3 - 2016	129.000	1.650.000	1.779.000
24.	21 - 3 - 2016	125.000	1.820.000	1.945.000
25.	22 - 3 - 2016	111.000	1.560.000	1.671.000
26.	23 - 3 - 2016	121.000	1.740.000	1.861.000
27.	24 - 3 - 2016	124.000	1.680.000	1.804.000
28.	25 - 3 - 2016	115.000	1.690.000	1.805.000
29.	26 - 3 - 2016	130.000	1.880.000	2.010.000
30.	27 - 3 - 2016	61.400	822.000	883.400
Total (byte)		3.867.470,12	46.250.526,32	50.939.996,44
Total (kilobyte)		3.716,865	45.166,529	49.746,090
Rata-rata per hari (byte)		126.869,004	1.541.684,211	1.697.999,881
Rata-rata per hari (kilobyte)		123.895	1505.551	1.658,203
$\bar{Y}_1$ atau $\bar{Y}$ maksimum (kilobyte)				2.402,344
$\bar{Y}_2$ maksimum (kilobyte)				2.276,367

Sumber : Data dari Server Lokal di Palembang

Tabel 1.55 dan Tabel 1.56 ini merupakan data pemakaian internet atau traffic untuk penggunaan digilib. Data ini diamati mulai tanggal 27 Februari 2016 pukul 09.00 dan berakhir pada tanggal 27 Maret 2016 pukul 07.00. Berdasarkan data tersebut diperoleh total pemakaian pada jam sibuk sebesar 32.060.189,56 byte dan total pemakaian pada jam tidak sibuk sebesar 50.939.996,44 byte dalam waktu 30 hari. Selain itu juga diperoleh rata-rata pemakaian per hari untuk jam sibuk sebesar 1.068.672,985 byte dan rata-rata pemakaian per hari untuk jam tidak sibuk sebesar 1.697.999,881 byte.

Pada Tabel 1.55 dapat dilihat pemakaian terbanyak pada tanggal 14 Maret 2016 sebesar 2.178.400 byte dengan data yang dikirim (outbound) sebesar 2.080.000 byte dan data yang diterima (inbound) sebesar 98.400 byte. Kemudian juga terdapat pemakaian data terendah pada tanggal 27 Maret 2016 dengan tidak adanya pemakaian atau sama dengan 0 byte. Sedangkan pada Tabel 1.56 terlihat bahwa pemakaian terbanyak pada tanggal 18 Maret 2016 sebesar 2.460.000 byte dengan data yang dikirim (outbound) sebesar 1.810.000 byte dan data yang diterima (inbound) sebesar 650.000 byte. Pemakaian internet dengan jumlah terendah pada tanggal 27 Februari 2016 sebesar 625.296,44 byte dengan data yang diterima (inbound) sebesar 580.526,32 byte dan data yang dikirim (inbound) sebesar 44.770,12 byte.

f. Files

Tabel 1.57 Traffic pada Files untuk Data Saat Jam Sibuk

No	Tanggal	Saat Jam Sibuk (9.00 - 16.59)		Total Pemakaian per Hari
		Diterima	Dikirim	
1.	27 - 2 - 2016	381.000	30.400.000	30.781.000
2.	28 - 2 - 2016	997.000	53.300.000	54.297.000
3.	29 - 2 - 2016	2.490.000	160.000.000	162.490.000
4.	1 - 3 - 2016	1.360.000	58.400.000	59.760.000
5.	2 - 3 - 2016	2.010.000	209.000.000	211.010.000
6.	3 - 3 - 2016	5.940.000	444.000.000	449.940.000
7.	4 - 3 - 2016	982.000	41.300.000	42.282.000
8.	5 - 3 - 2016	411.000	14.200.000	14.611.000

9.	6 - 3 - 2016	58.800	1.960.000	2.018.800
10.	7 - 3 - 2016	3.050.000	207.000.000	210.050.000
11.	8 - 3 - 2016	2.060.000	165.000.000	167.060.000
12.	9 - 3 - 2016	777.000	33.500.000	34.277.000
13.	10 - 3 - 2016	3.400.000	181.000.000	184.400.000
14.	11 - 3 - 2016	1.510.000	73.600.000	75.110.000
15.	12 - 3 - 2016	219.000	9.300.000	9.519.000
16.	13 - 3 - 2016	449.000	22.600.000	23.049.000
17.	14 - 3 - 2016	2.970.000	184.000.000	186.970.000
18.	15 - 3 - 2016	1.620.000	86.600.000	88.220.000
19.	16 - 3 - 2016	2.230.000	108.000.000	110.230.000
20.	17 - 3 - 2016	2.480.000	128.000.000	130.480.000
21.	18 - 3 - 2016	1.210.000	106.000.000	107.210.000
22.	19 - 3 - 2016	643.000	26.900.000	27.543.000
23.	20 - 3 - 2016	450.000	19.600.000	20.050.000
24.	21 - 3 - 2016	7.350.000	318.000.000	325.350.000
25.	22 - 3 - 2016	1.840.000	143.000.000	144.840.000
26.	23 - 3 - 2016	2.890.000	149.000.000	151.890.000
27.	24 - 3 - 2016	485.000	25.400.000	25.885.000
28.	25 - 3 - 2016	902.000	37.200.000	38.102.000
29.	26 - 3 - 2016	399.000	16.400.000	16.799.000
30.	27 - 3 - 2016	0	0	0
Total (byte)		51.563.800	3.052.660.000	3.104.223.800
Total (kilobyte)		50355.273	2981113.281	3031468.555
Rata-rata per hari (byte)		1.718.793,333	101.755.333,3	103.474.126,7
Rata-rata per hari (kilobyte)		1.678,509	99.370,443	101.048,952
$\bar{X}_1$ atau $\bar{X}$ maksimum (kilobyte)				439.394,531
$\bar{X}_2$ maksimum (kilobyte)				317.724,609

Sumber : Data dari Server Lokal di Palembang

Tabel 1. 58 Traffic pada Files untuk Data Saat Jam Tidak Sibuk

No	Tanggal	Saat Jam Tidak Sibuk (17.00 - 8.59)		Total Pemakaian per Hari
		Diterima	Dikirim	
1.	27 - 2 - 2016	21.800	755.000	776.800
2.	28 - 2 - 2016	10.100.000	104.000.000	114.100.000
3.	29 - 2 - 2016	9.830.000	52.400.000	62.230.000
4.	1 - 3 - 2016	7.280.000	56.700.000	63.980.000
5.	2 - 3 - 2016	12.100.000	160.000.000	172.100.000
6.	3 - 3 - 2016	18.500.000	272.000.000	290.500.000
7.	4 - 3 - 2016	7.540.000	82.700.000	90.240.000
8.	5 - 3 - 2016	12.500.000	81.400.000	93.900.000
9.	6 - 3 - 2016	6.760.000	15.200.000	21.960.000
10.	7 - 3 - 2016	12.800.000	68.100.000	80.900.000
11.	8 - 3 - 2016	8.180.000	124.000.000	132.180.000
12.	9 - 3 - 2016	120.000.000	153.000.000	273.000.000
13.	10 - 3 - 2016	18.700.000	137.000.000	155.700.000
14.	11 - 3 - 2016	23.400.000	78.100.000	101.500.000
15.	12 - 3 - 2016	18.600.000	23.500.000	42.100.000
16.	13 - 3 - 2016	29.100.000	45.900.000	75.000.000
17.	14 - 3 - 2016	24.500.000	94.500.000	119.000.000
18.	15 - 3 - 2016	27.500.000	64.300.000	91.800.000
19.	16 - 3 - 2016	13.100.000	60.500.000	73.600.000
20.	17 - 3 - 2016	21.600.000	74.900.000	96.500.000
21.	18 - 3 - 2016	17.100.000	44.400.000	61.500.000
22.	19 - 3 - 2016	10.600.000	70.500.000	81.100.000
23.	20 - 3 - 2016	31.800.000	29.600.000	61.400.000
24.	21 - 3 - 2016	22.600.000	122.000.000	144.600.000
25.	22 - 3 - 2016	19.300.000	123.000.000	142.300.000
26.	23 - 3 - 2016	22.500.000	99.400.000	121.900.000
27.	24 - 3 - 2016	18.700.000	66.000.000	84.700.000
28.	25 - 3 - 2016	12.200.000	28.300.000	40.500.000
29.	26 - 3 - 2016	19.200.000	35.900.000	55.100.000
30.	27 - 3 - 2016	25.800.000	5.920.000	31.720.000

Total (byte)	601.911.800	2.373.975.000	2.975.886.800
Total (kilobyte)	587.804,492	2.318.334,961	2.906.139,453
Rata-rata per hari (byte)	20.063.726,67	79.132.500	99.196.226,7
Rata-rata per hari (kilobyte)	19.593,483	77.277,832	96.871,315
$\bar{Y}_1$ atau $\bar{Y}$ maksimum (kilobyte)			283.691,406
$\bar{Y}_2$ maksimum (kilobyte)			266.601,563

Sumber : Data dari Server Lokal di Palembang

Tabel 1.57 dan Tabel 1.58 merupakan data pemakaian internet atau traffic untuk penggunaan Files. Pada tabel-tabel ini diperoleh total pemakaian pada jam sibuk sebesar 3.104.223.800 byte dan total pemakaian pada jam tidak sibuk sebesar 2.975.886.800 byte. Selain itu juga diperoleh rata-rata pemakaian per hari untuk jam sibuk sebesar 101.048,952 byte dan rata-rata pemakaian per hari untuk jam tidak sibuk sebesar 99.196.226,7 byte.

Pada Tabel 1.57 dapat dilihat pemakaian terbanyak pada tanggal 21 Maret 2016 sebesar 325.350.000 byte dengan data yang dikirim (outbound) sebesar 318.000.000 byte dan data yang diterima (inbound) sebesar 7.350.000 byte. Untuk pemakaian data terendah terdapat pada tanggal 27 Maret 2016 dengan tidak adanya pemakaian untuk files ini atau pemakaian terendah adalah 0 byte. Sedangkan pada Tabel 1.58 dapat dilihat pemakaian terbanyak pada tanggal 3 Maret 2016 sebesar 290.500.000 byte dengan data yang diterima (inbound) sebesar 18.500.000 byte dan data yang dikirim (outbound) sebesar 272.000.000 byte. Sedangkan untuk pemakaian internet dengan jumlah terendah terdapat pada tanggal 27 Februari 2016 sebesar 776.800 byte dengan data yang diterima (inbound) sebesar 21.800 byte dan data yang dikirim (outbound) sebesar 755.000 byte.

4.15 Pengolahan Data Traffic

Data traffic digunakan dalam model yang optimal untuk membandingkan fungsi utilitas berdasarkan perfect substitute dan kuasi-linier. Tabel 1.52 merupakan rekapitulasi model yang optimal dari masing-masing fungsi utilitas berdasarkan perfect substitute dan kuasi-linier. Model yang optimal tersebut diolah dengan menggunakan data traffic dari aplikasi mail, digilib dan files untuk memperoleh solusi optimal dari model skema pembiayaan internet.

Dengan menggunakan data yang ada pada Tabel 1.59, substitusi nilai $\bar{X}$ dan nilai $\bar{Y}$ dari data aplikasi mail, digilib dan files ke model yang optimal pada Tabel 1.52.

Tabel 1.59 Nilai $\bar{X}$ dan Nilai $\bar{Y}$ yang Diterapkan pada Skema Pembiayaan Optimal

	Mail	Digilib	Files
$\bar{X}_1$ atau $\bar{X}$ (kilobyte)	1.150,391	2.127,344	439.394,531
$\bar{X}_2$ (kilobyte)	228,516	1.764,941	317.724,609
$\bar{Y}_1$ atau $\bar{Y}$ (kilobyte)	1.008,789	2.402,344	283.691,406
$\bar{Y}_2$ (kilobyte)	343,75	2.276,367	266.601,563

Keterangan :

$\bar{X}_1$ atau $\bar{X}$ merupakan tingkat konsumsi paling maksimum saat jam sibuk dalam satuan kilo byte.

$\bar{X}_2$ merupakan tingkat konsumsi maksimum saat jam sibuk, tanpa mengambil data $\bar{X}_1$, sehingga $\bar{X}_1 > \bar{X}_2$, satuannya kilo byte.

$\bar{Y}_1$ atau $\bar{Y}$ merupakan tingkat konsumsi paling maksimum saat jam tidak sibuk dalam satuan kilo byte.

$\bar{Y}_2$ merupakan tingkat konsumsi maksimum saat jam tidak sibuk, tanpa mengambil data $\bar{Y}_1$, sehingga $\bar{Y}_1 > \bar{Y}_2$, satuannya kilo byte.

Diketahui :

1. $a > 0, b > 0, a_1 > a_2$ dan $b_1 > b_2$ yang nilanya di set-up oleh ISP.
2. Fungsi utilitas Quasi-Linier merupakan fungsi yang semi linier, gabungan antara fungsi linier dan fungsi nonlinier. Bentuk umum fungsinya : $aX + f(Y)$. Dalam perhitungan ini, fungsi utilitas Quasi-Linier yang digunakan adalah $aX + Y^b$.

4.16 Data Untuk Pemakaian Mail

Pada data pemakaian dilakukan perhitungan dengan memasukkan nilai $\bar{X}$ dan $\bar{Y}$ yang terdapat pada Tabel 4.15 ke dalam model dari fungsi utilitas perfect substitute dan quasi-linier berdasarkan skema pembiayaan flat-fee, usage-based dan two-part tariff.

Pada fungsi utilitas perfect substitute skema pembiayaan flat-fee memiliki keuntungan maksimum yang sama besar dan lebih menguntungkan dibandingkan dengan skema pembiayaan usage-based dan two-part tariff pada konsumen homogen dan konsumen heterogen (high-end dan low-end) untuk konsumen heterogen (high-demand dan low-demand) skema pembiayaan usage-based dan two-part tariff memiliki keuntungan lebih besar, dan untuk fungsi utilitas quasi-linier dengan skema pembiayaan usage-based yang memiliki keuntungan lebih besar dibandingkan dengan skema pembiayaan flat-fee dan two-part tariff pada konsumen homogen dan heterogen (high-end dan low-end) sedangkan pada konsumen heterogen (high-demand dan low-demand) skema pembiayaan two-part tariff memiliki keuntungan lebih besar dibandingkan dengan skema pembiayaan usage-based dan flat-fee.

4.16.1 Skema Pembiayaan Optimal untuk Konsumen Homogen

Data untuk pemakaian mail ini digunakan untuk membandingkan keuntungan maksimum yang diperoleh berdasarkan skema pembiayaan dan fungsi utilitas yang ada. Berdasarkan Tabel 4.15 diperoleh data sebagai berikut :

$\bar{X}$ atau $\bar{X}_1 = 1.150,391$ kilobyte dan $\bar{Y}$ atau $\bar{Y}_1 = 1.008,789$ kilobyte
 $\bar{X}_2 = 228,516$ kilobyte dan $\bar{Y}_2 = 343,75$ kilobyte

Perhitungan untuk fungsi utilitas perfect substitute:

1. Skema Pembiayaan flat-fee

Berdasarkan analisis yang telah ada dengan keuntungan maksimum

$$\begin{aligned} \sum_i (a\bar{X} + b\bar{Y} - (\bar{X} + \bar{Y})c) & \text{ menjadi:} \\ \sum_i (a\bar{X} + b\bar{Y} - (\bar{X} + \bar{Y})c) \\ & = \sum_i (1.150,391a + 1.008,789b - 2159.18c) \end{aligned}$$

2. Skema pembiayaan usage-based dan two-part tariff

Berdasarkan analisis yang telah ada dengan keuntungan maksimum

$$\begin{aligned}
 & \sum_i (a\bar{X} + b\bar{Y} - (c+t)\bar{X} - (c+t)\bar{Y}) \text{ menjadi:} \\
 & \sum_i (a\bar{X} + b\bar{Y} - (c+t)\bar{X} - (c+t)\bar{Y}) \\
 & = \sum_i (a(1.150,391) + b(1.008,789) - 1.150,391(c+t) - 1.008,789(c+t)) \\
 & = \sum_i (1.150,391a + 1.008,789b - 2.159,18(c+t))
 \end{aligned}$$

Perhitungan untuk fungsi utilitas quasi-linier:

1. Skema pembiayaan flat-fee

Dengan keuntungan maksimum yang diperoleh menjadi :

$$\sum_i [a\bar{X} + f(\bar{Y}) - (\bar{X} + \bar{Y})c] = \sum_i [1.150,391a + (1.008,789)^b - 2.159,18c]$$

2. Skema pembiayaan usage-based

Dengan kenuntungan maksimum yang diperoleh adalah:

$$\begin{aligned}
 & \sum_i [a\bar{X} + \bar{Y}f'(\bar{Y}) - (c+t)\bar{X} - (c+t)\bar{Y}] \\
 & = \sum_i [a1.150,391 + b(1.008,789)^b - 2.159,18(c+t)]
 \end{aligned}$$

3. Skema pembiayaan two-part tariff

Dengan keuntungan maksimum yang diperoleh adalah :

$$\begin{aligned}
 & \sum_i [a\bar{X} + f(\bar{Y}) - (c+t)\bar{X} - (c+t)\bar{Y}] \\
 & = \sum_i [1.150,391a + (1.008,789)^b - 2.159,18(c+t)]
 \end{aligned}$$

Berdasarkan perhitungan yang telah dilakukan maka diperoleh Tabel 1.60.

Tabel 1.60 Konsumen Homogen dengan Data Pemakaian untuk Mail

Skema Pembiayaan	Fungsi Utilitas Perfect Substitute	Fungsi Utilitas Quasi-Linier
Flat-fee	$\sum_i (1.150,391a + 1.008,789b - 2159.18c)$	$\sum_i [1.150,391a + (1.008,789)^b - 2.159,18c]$
Usage-based	$\sum_i (1.150,391a + 1.008,789b - 2159.18(c + t))$	$\sum_i [1.150,391a + b(1.008,789)^b - 2.159,18(c + t)]$
Two-part tariff		$\sum_i [1.150,391a + (1.008,789)^b - 2.159,18(c + t)]$

Perbandingan keuntungan yang diperoleh dari fungsi utilitas perfect substitute dan quasi-linier dengan menggunakan data mail untuk masalah konsumen homogen dengan asumsi sebagai berikut:

$$1.150,391a + (1.008,789)^b - 2.159,18c > 1.150,391a + 1.008,789b - 2159.18c ; a > 0$$

$$1.150,391a + b(1.008,789)^b - 2.159,18(c + t) > 1.150,391a + 1.008,789b - 2159.18(c + t); b > 0$$

Berdasarkan fungsi utilitas perfect substitute keuntungan maksimum yang diperoleh adalah pada skema pembiayaan flat-fee, yaitu sebesar

$$\sum_i (1.150,391a + 1.008,789b - 2159.18c)$$

Untuk fungsi utilitas quasi-linier keuntungan yang lebih optimal diperoleh ketika ISP memilih menggunakan skema pembiayaan usage-based yaitu sebesar:

$$\sum_i [a1.150,391 + b(1.008,789)^b - 2.159,18(c + t)]$$

Keuntungan maksimum yang paling optimal berada pada fungsi utilitas quasi-linier dengan keuntungan sebesar:

$$\sum_i [a1.150,391 + b(1.008,789)^b - 2.159,18(c + t)]$$

4.16.2 Skema Pembiayaan Optimal untuk Konsumen Heterogen (High-End dan Low-End)

Setelah dibahas tentang konsumen homogen, selanjutnya dilakukan perhitungan untuk konsumen high-end dan konsumen low-end berdasarkan data yang ada pada Tabel 1.59 dan berdasarkan rekapitulasi model yang sudah ada pada Tabel 1.52, dilanjutkan dengan perhitungan untuk konsumen high-end dan konsumen low-end. Pada fungsi utilitas perfect substitute antara skema pembiayaan flat-fee memiliki keuntungan maksimum yang lebih besar dibandingkan dengan skema pembiayaan usage-based, dan two-part tariff, untuk fungsi utilitas quasi-linier skema pembiayaan two-part tariff memiliki keuntungan yang lebih besar dibandingkan dengan skema pembiayaan usage based dan skema pembiayaan flat-fee.

Tabel 1. 61 Konsumen Heterogen (High-End dan Low-End) dengan Data Pemakaian untuk Digilib

Skema Pembiayaan	Fungsi Utilitas Perfect Substitute	Fungsi Utilitas Quasi-Linier
Flat-fee	$(m + n)(2.127,344 a_2 + 2.402,344 b_2 - 4.529,688 c)$	$(m + n)(2.127,344 a_2 + (2.402,344)^{b_2} - 4.529,688 c)$
Usage-based	$(m + n)(2.127,344 a_2 + 2.402,344 b_2 - 4.529,688 (c + t))$	$(m + n) \left(2.127,344 a_2 + b_2 (2.402,344)^{b_2} - 4.529,688 (c + t) \right)$
Two-part tariff		$(m + n) \left(2.127,344 a_2 + (2.402,344)^{b_2} - 4.529,688 (c + t) \right)$

Berdasarkan Tabel 1.61, Perbandingan keuntungan yang diperoleh dari fungsi utilitas perfect substitute dan quasi-linier dengan menggunakan data digilib untuk masalah konsumen homogen dengan asumsi sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
& 2.127,344a_2 + (2.402,344)^{b_2} - 4.529,688c > 2.127,344a_2 + \\
& (2.402,344)b_2 - 4.529,688c; a > 0 \\
& 2.127,344a_2 + b_2(2.402,344)^{b_2} - 4.529,688(c + t) \\
& > 2.127,344a_2 + (2.402,344)b_2 - 4.529,688(c + t) ; \\
& b > 0
\end{aligned}$$

Berdasarkan fungsi utilitas perfect substitute keuntungan maksimum yang diperoleh adalah pada skema pembiayaan flat-fee, yaitu sebesar :

$$(m + n)(2.127,344 a_2 + 2.402,344b_2 - 4.529,688c)$$

Untuk fungsi utilitas quasi-linier keuntungan yang lebih optimal diperoleh ketika ISP memilih menggunakan skema pembiayaan usage-based yaitu sebesar:

$$(m + n) \left(2.127,344a_2 + b_2(2.402,344)^{b_2} - 4.529,688(c + t) \right)$$

Keuntungan maksimum yang paling optimal berada pada fungsi utilitas quasi-linier dengan keuntungan sebesar:

$$(m + n) \left(2.127,344a_2 + b_2(2.402,344)^{b_2} - 4.529,688(c + t) \right)$$

4.16.3 Skema Pembiayaan Optimal untuk Konsumen Heterogen (High-Demand dan Low-Demand)

Selanjutnya dilakukan juga perhitungan untuk konsumen heterogen: high-demand dan low-demand. Pada kasus konsumen high-demand dan low-demand, pemakaian internet dibagi menjadi dua, yaitu data yang diambil dari pemakaian tertinggi, data yang merupakan pemakaian tertinggi kedua.

Hasil analisa tersebut dapat dilihat pada Tabel 1.62.

Tabel 1. 62 Konsumen Heterogen (High-Demand dan Low-Demand) dengan Data Pemakaian untuk Digilib

Skema Pembiayaan	Fungsi Utilitas Perfect Substitute	Fungsi Utilitas Quasi-Linier
Flat-fee	$(m+n)(1.764,941a + 2.276,367b - 4.041,308c)$	$(m+n)[1.764,941a + (2.276,367)^b - 4.041,308c]$
Usage-based	$m(2.127,344a + 2.402,344b - 4.529,688(c+t)) + n(1.764,941a + 2.276,367b - 4.041,308(c+t))$	$(m+n)[1.764,941a + b(2.276,367)^b - 4.041,308(c+t)]$
Two-part tariff		$m[2.127,344a + b(2.276,367)^{b-1}(125,977) + (2.276,367)^b] + n[1.764,941a + (2.276,367)^b - 4.041,308(c+t)]$

Berdasarkan Tabel 1.62, untuk fungsi utilitas perfect substitute keuntungan maksimum yang diperoleh adalah pada skema pembiayaan usage-based dan two-part tariff, yaitu sebesar : $m(2.127,344a + 2.402,344b - 4.529,688(c+t)) + n(1.764,941a + 2.276,367b - 4.041,308(c+t))$ Untuk fungsi utilitas quasi linier keuntungan yang lebih optimal diperoleh ketika ISP memilih menggunakan skema pembiayaan two-part tariff yaitu sebesar $m[2.127,344a + b(2.276,367)^{b-1}(125,977) + (2.276,367)^b] + n[1.764,941a + (2.276,367)^b - 4.041,308(c+t)]$.
 keuntungan maksimum yang paling optimal berada pada fungsi utilitas quasi-linier dengan keuntungan sebesar :

$$m[2.127,344a + b(2.276,367)^{b-1}(125,977) + (2.276,367)^b] + n[1.764,941a + (2.276,367)^b - 4.041,308(c+t)]$$

4.17 Data Untuk Pemakaian Files

Pada data pemakaian ini dilakukan perhitungan menggunakan data traffic files dengan memasukkan nilai $\bar{X}$ dan $\bar{Y}$ yang terdapat pada Tabel 1.59 ke dalam model dari fungsi utilitas perfect substitute dan quasi-linier berdasarkan skema pembiayaan flat-fee, usage-based dan two-part tariff. Pada fungsi utilitas perfect

substitute antara skema pembiayaan flat-fee memiliki keuntungan maksimum yang lebih besar dibandingkan dengan skema pembiayaan usage-based, dan two-part tariff, untuk fungsi utilitas quasi-linier skema pembiayaan two-part tariff memiliki keuntungan yang lebih besar dibandingkan dengan skema pembiayaan usage-based dan skema pembiayaan flat-fee.

4.17.1 Skema Pembiayaan untuk Konsumen Homogen

Berdasarkan Tabel 1.59 untuk pemakaian files diperoleh data sebagai berikut :

$\bar{X}_1$ atau $\bar{X}$ = 439.394,531 kilobyte dan $\bar{Y}_1$ atau $\bar{Y}$ = 283.691,563 kilobyte
 $\bar{X}_2$ = 371.724,609 kilobyte dan $\bar{Y}_2$ = 266.601,563 kilobyte

Dengan data yang sudah ada dan cara pengolahan data yang sama maka akan diperoleh Tabel 1.63.

Tabel 1.63 Konsumen Homogen dengan Data Pemakaian untuk Files

Skema Pembiayaan	Fungsi Utilitas Perfect Substitute	Fungsi Utilitas Quasi-Linier
Flat-fee	$\sum_i (439.394,531a + 283.691,563b - 723.086,094c)$	$\sum_i [439.394,531a + (283.691,563)^b - 723.086,094c]$
Usage-based	$\sum_i (439.394,531a + 283.691,563b - 723.086,094(c + t))$	$\sum_i [439.394,531a + b(283.691,563)^b - 723.086,094(c + t)]$
Two-part tariff		$\sum_i [439.394,531a + (283.691,563)^b - 723.086,094(c + t)]$

Berdasarkan fungsi utilitas perfect substitute keuntungan maksimum yang diperoleh adalah pada skema pembiayaan flat-fee, yaitu sebesar :

$$\sum_i [439.394,531a + 283.691,563b - 723.086,094c]$$

Untuk fungsi utilitas quasi-linier keuntungan yang lebih optimal diperoleh ketika ISP memilih menggunakan skema pembiayaan usage-based yaitu sebesar:

$$\sum_i [439.394,531a + b(283.691,563)^b - 723.086,094(c + t)]$$

Keuntungan maksimum yang paling optimal berada pada fungsi utilitas quasi-linier dengan keuntungan sebesar:

$$\sum_i [439.394,531a + b(283.691,563)^b - 723.086,094(c + t)]$$

4.17.2 Skema Pembiayaan Optimal untuk Konsumen

Setelah dibahas tentang konsumen homogen, selanjutnya dilakukan perhitungan untuk konsumen high-end dan konsumen low-end berdasarkan data yang ada pada Tabel 1.59 dan berdasarkan rekapitulasi model yang sudah ada pada Tabel 1.52, dilanjutkan dengan perhitungan untuk konsumen high-end dan konsumen low-end.

Tabel 1.64 Konsumen Heterogen (High-End dan Low-End) dengan Data Pemakaian untuk Files

Skema Pembiayaan	Fungsi Utilitas Perfect Substitute	Fungsi Utilitas Quasi-Linier
Flat-fee	$(m + n)(439.394,531 a_2 + 283.691,563b_2 - 723.086,094c)$	$(m + n)(439.394,531a_2 + (283.691,563)^{b_2} - 723.086,094c)$
Usage-based	$(m + n)(439.394,531a_2 + 283.691,563b_2 - 723.086,094(c + t))$	$(m + n)\Big(439.394,531a_2 + b_2(283.691,563)^{b_2} - 723.086,094(c + t)\Big)$
Two-part tariff		$(m + n)\Big(439.394,531a_2 + (283.691,563)^{b_2} - 723.086,094(c + t)\Big)$

Berdasarkan Tabel 1.64, untuk fungsi utilitas perfect substitute keuntungan maksimum yang diperoleh adalah pada skema pembiayaan flat-fee, yaitu sebesar :

$(m + n)(439.394,531 a_2 + 283.691,563b_2 - 723.086,094c)$. Untuk fungsi utilitas quasi-linier keuntungan yang lebih optimal diperoleh ketika ISP memilih menggunakan skema pembiayaan usage-based yaitu sebesar:

$$(m + n) \Big(439.394,531a_2 + b_2(283.691,563)^{b_2} - 723.086,094(c + t) \Big)$$

Keuntungan maksimum yang paling optimal berada pada fungsi utilitas quasi-linier dengan keuntungan sebesar:

$$(m + n) \Big(439.394,531a_2 + b_2(283.691,563)^{b_2} - 723.086,094(c + t) \Big)$$

4.17.3 Skema Pembiayaan Optimal untuk Konsumen Heterogen (High-Demand dan Low-Demand)

Selanjutnya dilakukan juga perhitungan untuk konsumen heterogen: high-demand dan low-demand. Pada kasus konsumen high-demand dan low-demand, pemakaian internet dibagi menjadi dua, yaitu data yang diambil dari pemakaian tertinggi, data yang merupakan pemakaian tertinggi kedua.

Hasil analisa tersebut dapat dilihat pada Tabel 1.65
Tabel 1.65 Konsumen Heterogen (High-Demand dan Low-Demand) dengan Data Pemakaian untuk Files

Skema Pembiayaa n	Fungsi Utilitas Perfect Substitute	Fungsi Utilitas Quasi-Linier
Flat-fee	$(m + n)(317.724,609a + 266.601,563b - 584.326,172c)$	$(m + n)[317.724,609a + (266.601,563)^b - 584.326,172c]$
Usage-based	$m(439.394,531a + 283.691,563b - 723.086,094(c + t)) + n(317.724,609a + 266.601,563b - 584.326,172(c + t))$	$(m + n) [317.724,609a + b(266.601,563)^b - 584.326,172(c + t)]$
Two-part tariff		$m[439.394,531a + b(266.601,563)^{b-1}(17.089,973) + (266.601,563)^b] + n [317.724,609a + (266.601,563)^b - 584.326,172(c + t)]$

Berdasarkan Tabel 1.65, untuk fungsi utilitas perfect substitute keuntungan maksimum yang diperoleh adalah pada skema pembiayaan usage-based dan two-part tariff, yaitu sebesar :

$$m(439.394,531a + 283.691,563b - 723.086,094(c + t)) \\ + n(317.724,609a + 266.601,563b - 584.326,172(c + t))$$

Untuk fungsi utilitas quasi-linier keuntungan yang lebih optimal diperoleh ketika ISP memilih menggunakan skema pembiayaan two-part tariff yaitu sebesar:

$$m[439.394,531a + b(266.601,563)^{b-1}(17.089,973) + (266.601,563)^b] \\ + n[317.724,609a + (266.601,563)^b \\ - 584.326,172(c + t)]$$

Keuntungan maksimum yang paling optimal berada pada fungsi utilitas quasi-linier dengan keuntungan sebesar :

$$m[439.394,531a + b(266.601,563)^{b-1}(17.089,973) + (266.601,563)^b] \\ + n[317.724,609a + (266.601,563)^b \\ - 584.326,172(c + t)]$$

Berdasarkan interpretasi dari Tabel 1.60 sampai dengan Tabel 1.65, pengolahan data dilakukan dengan metode yang sama hanya dibedakan dengan nilai $\bar{X}$ dan $\bar{Y}$ yang berbeda tiap datanya. Berdasarkan hasil tersebut, fungsi utilitas quasi-linier lebih optimal dibandingkan dengan fungsi utilitas perfect substitute. Hasil ini dapat dilihat dari tingkat penggunaan layanan a dan b yang tinggi serta jumlah biaya marjinal dan biaya pengawasan yang lebih minimum, biaya marjinal (c) ditetapkan berdasarkan tingkat produksi yang disebabkan adanya penambahan jumlah unit produksi, semakin besar unit yang diproduksi akan semakin kecil biaya marjinalnya. Berdasarkan dengan tipe skema pembiayaan usage-based yang digunakan untuk memperoleh keuntungan maksimum dengan harga yang optimal untuk konsumen homogen dan konsumen heterogen (high-end dan low-end) atau berdasarkan kemauan dan kemampuan untuk membayar, sedangkan untuk konsumen heterogen (high-demand dan low-demand) atau berdasarkan tingkat pemakaian, tipe skema

4.18 Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan, dapat disimpulkan sebagai berikut :

1. Berdasarkan fungsi utilitas perfect substitute, skema pembiayaan optimal untuk jenis konsumen homogen dan konsumen heterogen (high-end dan low-end) diperoleh dengan menggunakan skema pembiayaan flat fee, dan untuk jenis konsumen heterogen (high-demand dan low-demand) diperoleh skema pembiayaan usage-based yang paling optimal.
2. Berdasarkan fungsi utilitas quasi-linier, skema pembiayaan optimal untuk jenis konsumen homogen dan konsumen heterogen (high-end dan low-end) diperoleh dengan menggunakan skema pembiayaan usage-based, dan untuk jenis konsumen heterogen (high-demand dan low-demand) diperoleh skema pembiayaan two-part tariff yang paling optimal.
3. Berdasarkan aplikasi model pada setiap data traffic, diperoleh bahwa penggunaan fungsi utilitas quasi-linier menghasilkan skema pembiayaan yang lebih optimal dibandingkan dengan fungsi utilitas perfect substitute.

4.19 Saran

Pada penelitian ini telah dilakukan analisis terhadap dua bentuk fungsi utilitas, yaitu fungsi utilitas perfect substitute dan quasi-linier. Peneliti selanjutnya disarankan untuk menggunakan fungsi utilitas yang lain seperti perfect-complements, fungsi bandwidth.

DAFTAR PUSTAKA

- Banker, W. 2010. Best Pricing Strategy for Information Services. *Journal of the Association for Information Systems*. 11(6), 339-366.
- Fajri, S.N.2012.Marginal Utility.<http://sidikaaurora.wordpress.com/2012/01/26/marginal-utility/>.Diakses pada tanggal 2 September 2013 pukul 13.24 WIB.
- Fishburn, P. C., Odlyzko, A. M., & R. C.1997. Fixed Fee Versus Unit Pricing for Information Goods: Competition, Equilibria, and Price Wars. Paper presented at the Siders Proceedings of the Conference on Internet Publishing and Beyond, Cambridge MA.
- Floyd, J. E. 2013. Topic 1: Indifference curves. *Microeconomics*.<http://www.economics.utoronto.ca/jfloyd/modules/idfc.html>.Diakses pada tanggal 3 September 2013 pukul 17.33 WIB.
- Hutchinson, E. 2011. Review of Utility Functions.<http://web.uvic.ca/ehutchin/resources/313/Problem-sets/TopicBll.pdf>. Diakses pada tanggal 27 Agustus 2013 pukul 14.15 WIB.
- Ifdil. 2008. LayananInformasi.http://konselingindonesia.com/index.php?option=com_alphacontent§ion=19&cat=79&Itemid=144.Diakses pada tanggal 27 Agustus 2013 pukul 12.15 WIB.
- Jain, D. 1999. Pricing patterns of Cellular Phones and Phonecalls: A Segment-Level Analysis. *Management Science*, 45(2), 131-141.
- Kelly, F. 1997.Charging and rate control for elastic traffic. *European Transactions on Telecommunications*, 8, 33-37.
- Pratiwi. 2009. Pengertian ISP.<http://pratiwistuti.blogspot.com/2009/01/pengertian-isp.html?m=1>.Diakses pada tanggal 27 Agustus 2013 pukul 14.35 WIB.
- Puspita, F. M., Seman, K., Taib, B. M., & Shafii, Z. 2013. Improved Models of Internet Charging Scheme of Multi bottleneck

- Links in Multi QoS Networks. Australian Journal of Basic and Applied Sciences, 7(7), 928-937.
- Puspita, F. M., Seman, K., Taib, B. M., & Shafii, Z. 2013. The Improved Formulation Models of Internet Pricing Scheme of Multiple Bottleneck Link QoS Networks with Various Link Capacity Cases. Paper presented at the Paper presented at the Seminar Hasil Penyelidikan Kementerian Pengajian Tinggi 2013.
- Sundararajan, A. 2004. Nonlinear Pricing of Information Goods. Management Science, 50(12), 1660-1673.
- Wang, X., & Schulzrinne, H. 2001. Pricing Network Resources for Adaptive Applications in a Differentiated Services Network.
- Wu, Y., P. H., Kim, H., Chiang, M., & Tsang, D. H. K. 2010. QoS-Revenue Tradeoff with Time-Constrained ISP Pricing.http://scenic.princeton.edu/paper/IWQoS_Draft.pdf. Diakses pada tanggal 3 Agustus 2013 pukul 12.15 WIB
- Yang, W., Owen, H. L., & Blough, D. M. 2005. Determining Differentiated Services Network Pricing Through Auctions. Paper presented at the Networking-ICN 2005, 4th International Conference on Networking April 2005 Proceedings, Part I, Reunion Island, France.
- Barth, D., Deschinkel, K., Diallo, M., dan Echabbi, L. 2004. Pricing, QoS and Utility models for the Internet. Perancis: Unversite de Versailles Saint-Quentin-en-Yvelines.
- Choi, J.P., Jeon, D-S., dan Kim, B-C. 2011. Net Neutrality and Internet Interconnection. <http://ihome.ust.hk/~yfong/NN.pdf>. Diakses pada tanggal 30 Agustus 2013 pukul 15.23.
- Chugh, S. K. 2012. Microeconomics of Consumer Theory. A Short Course in Representative-Agent Macroeconomics. Cambridge : MIT Press.
- Floyd, J. E. 2013. Topic 1: Indifference Curves. Microeconomic. Kanada: Universitas Toronto.
- Hutchinson, E. 2011. Economics. Kanada: Universitas Victoria.

- Pribadi, S.D. 2011. Pengertian Upstream dan Downstream. Error! Hyperlink reference not valid.. Diakses pada tanggal 14 November 2013 pukul 19.35.
- Puspita, F. M., Seman, K., Taib, B. M., & Shafii, Z. 2012. Models of Internet Charging Scheme under Multiple QoS Networks. Paper presented at the International Conferences on Mathematical Sciences and Computer Engineering 29-30 November 2012, Kuala Lumpur, Malaysia.
- Rachmad. 2013. Pengertian Bandwidth Hosting. <http://blog.idwebhost.com/redaksi/pengertian-bandwidth-hosting/>. Diakses pada tanggal 14 November 2013 pukul 19.28.
- Wang, X. dan Schulzrinne, H. 2000. Incentive-Compatible Adaptation of Internet Real-Time Multimedia. IEEE Journal on Selected Areas in Communications. 18:1-16.
- Winther, M. (2006). Tier 1 ISPs : What They are and Why They are Important. Amerika Serikat : NTT Communications.
- Wirawan, S. 2007. Pengertian ISP dan Cara Penyambungan Ke ISP. <http://helloweencomputer.wordpress.com/mapel-tik/pengertian-isp/>. Diakses pada tanggal 2 September 2013 pukul 13.15.
- Wu, S-y. & Banker, R. D. 2010. Best Pricing Strategy for Information Services. Journal of the Association for Information System. 11(6): 339-366.
- Yang, W. 2004. Pricing Network Resourese in Differentiated Sevice Networks. Tesis. Amerika Serikat : Institut Teknologi Georgia.
- Zulfikar, W. 2013. Pengertian Internet (Interconnected Network). <http://simasdap.blogspot.com/2012/05/pengertian-internet-interconnected.html>. Diakses pada tanggal 29 Agustus 2013 pukul 11.55.
- Fajri,S.N.2012.MarginalUtility.<http://sidikaaurora.wordpress.com/2012/01/26/marginal-utility/>.Diakses pada tanggal 29 Maret 2016 pukul 13.24 WIB.
- Floyd, J. E. 2013. Topic 1: Indifference Curves. Microeconomic. Kanada:Universitas Toronto.

- Hutchinson, E. 2011. Economics. Kanada:Universitas Victoria.
- Indrawati, Irmeilyana, Puspita, F. M., & Gozali, C. A. 2013. Optimasi Model Skema Pembiayaan Internet Berdasarkan Functions of Bandwidth Diminished with Increasing Bandwidth. Paper presented at the Seminar Hasil Penelitian dalam rangka Dies Natalies Universitas Sriwijaya.
- Indrawati, Irmeilyana, Puspita, F. M., & Gozali, C. A. 2014. Optimasi Model Skema Pembiayaan Internet Berdasarkan Fungsi Utilitas Perfect Substitute. Paper presented at the Seminar Nasional dan Rapat Tahunan bidang MIPA 2014.
- Indrawati, Irmeilyana, Puspita, F. M., & Sanjaya, O. 2015. Internet pricing on bandwidth function diminished with increasing bandwidth utility function. TELKOMNIKA, 13(1), 299-304.
- Indrawati, Irmeilyana, Puspita, F. M., Susanti, E., Yuliza, E., & Sanjaya, O. 2014. Numerical Solution of Internet Pricing Scheme Based on PErfect Substitute Utility Function. Paper presented at the 1st International Conference on Computer Science and Engineering, Palembang, South Sumatera Indonesia.
- Irmeilyana, Indrawati, Puspita, F. M., & Herdayana, L. 2015. Improving the Models of Internet Charging in Single Link Multiple Class QoS Networks. In H. A. Sulaiman, M. A. Othman, M. F. I. Othman, Y. A. Rahim & N. C. Pee (Eds.), Advanced Computer and Communication Engineering Technology (Vol. 315). Switzerland: Springer Publishing International.
- Irmeilyana, Puspita, F. M., & Husniah, I. 2016. Optimization of Wireless Internet Pricing Scheme in Serving Multi QoS Network Using Various QoS Attributes. TELKOMNIKA, Telecommunication, Computing, Electronics, and Control, 14(1).
- Irmeilyana, Puspita, F. M., & Indrawati. 2015. Skema Pembiayaan Internet Wireless dalam Melayani Jaringan Multi QoS Paper presented at the Seminar dan Rapat Tahunan Bidang MIPA.

- Puspita, F. M., Irmeilyana, & Indrawati. 2015. Generalized MINLP of Internet Pricing Scheme under Multi Link QoS Networks. Paper presented at the IAES EECSI
- Puspita, F. M., Seman, K., & Sanugi, B. 2011. Internet Charging Scheme Under Multiple QoS Networks. Paper presented at the The International Conference on Numerical Analysis & Optimization (ICeMATH 2011) 6-8 June 2011, Yogyakarta, Indonesia.
- Puspita, F. M., Seman, K., Taib, B. M., & Shafii, Z. 2012. Models of Internet Charging Scheme under Multiple QoS Networks. Paper presented at the International Conferences on Mathematical Sciences and Computer Engineering 29-30 November 2012, Kuala Lumpur, Malaysia.
- Puspita, F. M., Seman, K., Taib, B. M., & Shafii, Z. 2013a. An Improved Model of Internet Pricing Scheme of Multi Service Network in Multiple Link QoS Networks. Paper presented at the The 2013 International Conference on Computer Science and Information Technology (CSIT-2013), Universitas Teknologi Yogyakarta.
- Puspita, F. M., Seman, K., Taib, B. M., & Shafii, Z. 2013b. Improved Models of Internet Charging Scheme of Multi bottleneck Links in Multi QoS Networks. Australian Journal of Basic and Applied Sciences, 7(7), 928-937.
- Puspita, F. M., Seman, K., Taib, B. M., & Shafii, Z. 2013c. Improved Models of Internet Charging Scheme of Single Bottleneck Link in Multi QoS Networks. Journal of Applied Sciences, 13(4), 572-579.
- Sidharta, L. (1996). Internet Informasi Bebas Hambatan. Jakarta, Elex Media Komputindo. [http://shidharta.blogspot.com/2000/01/Internet Informasi Bebas Hambatan -isp.html?m=1](http://shidharta.blogspot.com/2000/01/Internet-Informasi-Bebas-Hambatan-isp.html?m=1). Diakses pada tanggal 12 Juni 2016 pukul 21.00 WIB.
- Stremersch, S., G. Tellis. 2002. Strategic Bundling of Products and Prices: A New Synthesis for Marketing. J. Marketing 66(January)55-72.

- Venkatesh, R., & Mahajan, V. (2009). Design and Pricing of Product Bundles: A Review of Normative Guidelines and Practical Approaches. In V. R. Rao (Ed.), *Handbook of Pricing Research in Marketing* (pp. 232-257). Northampton, MA: Edward Elgar Publishing Company.
- Viswanathan, S., & Anandalingam, G. 2005. Pricing strategies for information goods. *Sadhana* 30(April/June 2005), 257-274.
- Wang, X., & Schulzrinne, H. 2001. Pricing Network Resources for Adaptive Applications in a Differentiated Services Network.
- Curescu, C. (2005). Utility-Based Optimization of Resource Allocation for Wireless Net-works. In the Department of Computer and Information Science. Dissertation, p. 178. Linköping: Linköpings Universitet.
- Eppen, GD, Hanson, WA, & Martin, RK (1991). Bundling-new products, new markets, low risk. *MIT Sloan Management Review*, 32(4), 7-14.
- Ferreira, KD, & Wu, DD (2011). An integrated product planning model for pricing and bundle selection using Markov decision processes and data envelope analysis. *Journal of Production Economics*, 134(1), 95-107.
- Ghofar, A., & Islam, SMN (2015). The Behavioral Consequences of Service Quality. *Journal of Marketing*, 60(2), 41-52.
- Gunawan, AH (2008). Quality of Service in Data Communication. Retrieved August 25, 2019, from [http://www.academia.edu/30432517/Quality of Service dalam Komunikasi Data](http://www.academia.edu/30432517/Quality_of_Service_dalam_Komunikasi_Data).
- Hitt, LM, & Chen, P. (2005). Bundling With Customer Self-Selection: A Simple Approach to Bundling Low-Marginal-Cost Goods. *Management Science*, 51 (10), 1481-1493.
- Huaizhou, S., Prasad, RV, Onur, E., & Niemegeers, IGMM (2017). Fairness in Wireless Network - Issues, Measures and Challenges.
- Hutchinson, E. 2011. Review of Utility Functions.<http://web.uvic.ca/ehutchin/resources/313/Problem-sets/TopicBll.pdf>.

- Indrawati, F. M. Puspita, Irmeilyana, and O. Sanjaya, "Pembiayaan Internet Menggunakan Fungsi Utilitas Cobb-Douglass," Seminar dan Rapat Tahunan Bidang MIPA, Universitas Tanjung Pura, Pontianak Kalimantan Barat. Universitas Tanjung Pura, Pontianak Kalimantan Barat, 2015.
- Indrawati, Irmeilyana, F. M. Puspita, and M. P. Lestari, "Cobb-Douglass utility function in optimizing the internet pricing scheme model," *Telkomnika (Telecommunication Comput. Electron. Control.*, vol. 12, no. 1, 2014.
- Indrawati, Irmeilyana, F. M. Puspita, and O. Sanjaya, "Internet pricing on bandwidth function diminished with increasing bandwidth utility function," *Telkomnika (Telecommunication Comput. Electron. Control.*, vol. 13, no. 1, 2015.
- Irmeilyana, Indrawati, F. M. Puspita, and L. Herdayana, 2015, Improving the Models of Internet Charging in Single Link Multiple Class QoS Networks, in H. A. Sulaiman, M. A. Othman, M. F. I. Othman, Y. A. Rahim, and N. C. Pee, eds., *Advanced Computer and Communication Engineering Technology*, v. 315: Switzerland, Springer Publishing International.
- Irmeilyana, Indrawati, F. M. Puspita, and L. Herdayana, 2014a, The New Improved Models of Single Link Internet Pricing Scheme in Multiple QoS Network, *International Conference Recent trends in Engineering & Technology (ICRET'2014)*, Batam (Indonesia).
- Irmeilyana, Indrawati, F. M. Puspita, R. Sitepu, and R. T. Amelia, 2014b, Generalized models for internet pricing scheme under multi class QoS networks: *Australian Journal of Basic and Applied Sciences*, v. August, p. 543-550.
- Iskandar, I., & Hidayat, A. (2015). Analysis of Quality of Service (QoS) Campus Internet Network (Case Study: UIN Suska Riau). *Journal of CoreIT*, 1(2), 67–76.
- Kamarullah, AH (2009). Application of the Quality Of Service Method on a dense traffic network. *Journal of computer networks at the University of Sriwijaya*.

- Kurniawan, D., Wardhana, W., & Ito, NA (2016). Merger of Two ISP To Stabilize Internet Connection With Failover Method. *Journal of Computing*, 4(2), 1-11.
- Krendo, W. 2009. One to One Marketing: Personalization dan Customization. <http://chefkrendo-hotelier.blogspot.co.id/2009/10/one-to-one-marketing-personalization.html>. Diakses pada tanggal 9 Juni 2016.
- Puspita, F. M., Irmeilyana, Indrawati, Juniwati, and L. Dumepa, 2014, Multi Link Internet Charging Scheme Serving Multi Class QoS, *International Conference on Education, Technology and Sciences*, Jambi, Jambi.
- Puspita, F. M., K. Seman, B. M. Taib, and Z. Shafii, 2012, Models of Internet Charging Scheme under Multiple QoS Networks: *International Conferences on Mathematical Sciences and Computer Engineering* 29-30 November 2012.
- Puspita, F. M., K. Seman, B. M. Taib, and Z. Shafii, 2013, Improved Models of Internet Charging Scheme of Multi bottleneck Links in Multi QoS Networks: *Australian Journal of Basic and Applied Sciences*, v. 7, p. 928-937.
- Puspita, FM, Yuliza, E., & Ulfa, M. (2017). The Comparison of Bundle-Pricing Scheme Models Using Quasi-Linear Utility Functions. *Insist*, 1(1), 12-15.
- R. Sitepu, F. M. Puspita, A. N. Pratiwi, and I. P. Novyasti, "Utility function-based pricing strategies in maximizing the information service provider's revenue with marginal and monitoring costs," *Int. J. Electr. Comput. Eng.*, vol. 7, no. 2, 2017.
- R. Sitepu, F. M. Puspita, E. Kurniadi, Yunita, and S. Apriliyani, "Mixed integer nonlinear programming (MINLP)-based bandwidth utility function on internet pricing scheme with monitoring and marginal cost," *Int. J. Electr. Comput. Eng.*, vol. 9, no. 2, 2019.
- Santoso, H. (2012). Strategy for Choosing the Best Internet Service Provider for Higher Education (Case Study: STMIK ATMA LUHUR). *National Seminar on Information Technology Applications (SNATI)*, 1-6.

- Sukoco. (2010). Determination of the Optimal Route to the Location of Emergency Services Based on Travel Time. Eleven Maret University, Surakarta.
- V. Caiati, S. Rasouli, and H. Timmermans, "Bundling, pricing schemes and extra features preferences for mobility as a service: Sequential portfolio choice experiment," *Transp. Res. Part A Policy Pract.*, vol. 131, pp. 123–148, 2020.
- Wahyuni, AT, & Satrio, B. (2016). The Effect of Service Quality on Consumer Satisfaction. *Journal of Management Science and Research*, 5.
- Wu, SY, Hitt, LM, Chen, PY, & Anandalingam, GA (2008). Customized bundle pricing for information goods: A nonlinear mixed-integer.
- Wu, S.-y., and Banker, RD (2010). Best Pricing Strategy for Information Services. *Journal of the Association for Information Systems*, 11(6), 339-366.
- Yang, W., Owen, HL, Blough, DM, and Guan, Y. (2003). An Auction Pricing Strategy for Differentiated Service Network. Paper presented at the Proceedings of the IEEE Global Telecommunications Conference.
- Wu, S.-y. & Banker, R. D. 2010. Best Pricing Strategy for Information Services. *Journal of the Association for Information Systems* 11(6):339-366.
- Wu, S.-y., L.M.Hitt, Chen,P.-y., Anandalingam,G. 2008."Customized Bundle Pricing for Information Goods:A Nonlinier Mixed-Integer Programming Approach." *Management Science* 54(3):608-622.
- Yang, W. 2004. Pricing Network Resourese in Differentiated Service Networks. Tesis. Amerika Serikat : Institut Teknologi Georgia.

Buku ini berisikan topik mengenai aplikasi masalah permasalahan optimasi yang berhubungan dengan pembiayaan layanan informasi pada suatu jaringan yang melibatkan jenis konsumen dan melibatkan jaringan QoS.



Indrawati, M.Si



Dr. Fitri Maya Puspita, M.Sc



Dr. Evi Yuliza, M.Si



Oki Dwipurwani, M.Si



Sisca Octarina, M.Sc



Resmadona, S.Si