




**Permasalahan Improved Integer Nonlinear
Programming pada Skema Pembiayaan Internet Wireless
Berdasarkan Qos Attribute Bandwidth pada Fungsi
Utilitas Cobb Douglas Quasi Linier, Bandwidth dan
Perfect Substitute**



**Dr. Fitri Maya Puspita, M.Sc
Evi Yuliza, M.Si
Maijance Oktaryna, S.Si
Yayan Febrian, S.Si**

Pemasalahan *Improved Integer Nonlinear Programming*
pada Skema Pembiayaan Internet *Wireless* Berdasarkan Qos Attribute Bandwidth
pada Fungsi Utilitas Cobb Douglas, Quasi Linier, *Bandwidth* dan *Perfect Substitute*
Quasi Linier, Perfect Substitute

Oleh :

Dr. Fitri Maya Puspita, M.Sc

Evi Yuliza, M.Si

Maijance Oktaryna, S.Si

Yayan Febrian, S.So

UPT. Penerbit dan Percetakan

Universitas Sriwijaya 2018

Kampus Unsri Palembang

Jalan Srijaya Negara, Bukit Besar Palembang 30139

Telp. 0711-360969

email : unsri.press@yahoo.com, penerbitunsri@gmail.com

website : www.unsri.unsripress.ac.id

Anggota APPTI No. 026/KTA/APPTI/X/2015

Anggota IKAPI No. 001/SMS/2009

Pemenang Hibah Buku Teks Hasil Penelitian Tahun 2017

SK Rektor Universitas Sriwijaya NOMOR 1071/UN9/PG/2017

Tanggal 29 Nopember 2017

Cetakan pertama, Februari 2018

80 hal : 24 x 16 cm

Hak cipta dilindungi undang-undang.

Dilarang memperbanyak sebagian atau seluruh isi buku ini dalam bentuk apapun,
baik secara elektronik maupun mekanik, termasuk memfotokopi, merekam, atau
dengan menggunakan sistem penyimpanan lainnya, tanpa izin tertulis dari Penerbit

Hak Terbit Pada Unsri Press

ISBN : 978-979-587-729-5

**PERMASALAHAN *IMPROVED INTEGER NONLINEAR*
PROGRAMMING PADA SKEMA PEMBIAYAAN INTERNET *WIRELESS*
BERDASARKAN QoS ATTRIBUTE BANDWIDTH PADA FUNGSI
UTILITAS COBB DOUGLAS, QUASI LINIER, *BANDWIDTH* DAN
*PERFECT SUBSTITUTE***

Oleh

Dr. Fitri Maya Puspita, M.Sc

Evi Yuliza, M.Si

Maijance Oktaryna

Yayan Febrian

KATA PENGANTAR

Assalamualaikum Wr Wb,

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah SWT, yang telah memberikan rahmat dan karuniaNya sehingga Bahan Ajar Model Improved *Bundle Pricing Wireless* ini dapat diselesaikan dengan baik. Pembahasan materi pada bahan ajar ini dilakukan dengan cara memaparkan landasan teori Bundle pricing dengan skema pembiayaan internet yaitu flat fee, usage based, dan two-part tariff berdasarkan Fungsi utilitas Cobb Douglas, Quasi Linier, *Perfect Substitute* dan *Bandwidth* untuk QoS Attribute Bandwidth.

Isi buku ajar ini mencakup materi mixed integer non linier programming yakni: bundle pricing, jaringan internet dan kualitas layanan internet, fungsi utilitas Cobb Douglas, fungsi utilitas Quasi-Linier, fungsi utilitas *Perfect Substitute* dan fungsi utilitas *Bandwidth*.

Pada kesempatan ini penyusun menyampaikan terima kasih kepada pihak yang telah membantu penyusunan dalam menyelesaikan buku ajar ini terutama Kementrian Ristekdikti yang telah membantu secara finansial melalui skema Hibah Produk Terapan tahun 2017. Mudah-mudahan buku ajar ini dapat memberikan sedikit manfaat bagi para pembaca pada umumnya.

Wassalamualaiku wr wb.

Hormat Kami

Tim Penulis

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN SAMPUL	i
KATA PENGANTAR	ii
DAFTAR ISI	iii
DAFTAR TABEL	v
DAFTAR ISTILAH	vii
BAB I	1
1.1 <i>Internet Service Provider (ISP)</i>	3
1.1.1 Bundle Pricing	3
1.1.2 Optimasi Masalah <i>Bundling</i>	4
1.1.3 Optimasi Masalah Konsumen.....	6
1.2 Fungsi Utilitas	7
1.2.1 Fungsi Utilitas Berdasarkan Cobb Douglas.....	7
1.2.2 Fungsi Utilitas Berdasarkan Quasi Linier	8
1.2.3 Fungsi Utilitas Berdasarkan <i>Perfect Substitute</i>	8
1.2.4 Fungsi Utilitas Berdasarkan fungsi <i>Bandwidth</i>	8
1.3 Jaringan Multipel QoS	9
BAB II	13
2.1 Data, Parameter dan Variabel	13
2.2 Model Original <i>Bundle pricing</i> Internet <i>Wireless</i>	19
2.3 Solusi Model Original <i>Bundling</i> Internet <i>Wireless</i> dengan Program LINGO.....	22
BAB III	24
3.1 Model <i>Improved Bundling</i> Internet <i>Wireless</i> Berdasarkan Fungsi Utilitas Cobb Douglas Kasus Homogen	24
3.1.1 Model untuk Konsumen Homogen.....	24
3.1.2 Solusi Model untuk Konsumen Homogen.....	26
3.2 Model <i>Improved Bundling</i> Internet <i>Wireless</i> Berdasarkan Fungsi Utilitas Cobb Douglas untuk Konsumen Heterogen	29
3.2.1 Model Untuk Konsumen Heterogen.....	29
3.2.2 Solusi Model untuk Konsumen Heterogen	31

3.3 Kesimpulan.....	34
BAB IV.....	35
4.1 Model <i>Bundling</i> Internet <i>Wireless</i> Berdasarkan Fungsi Utilitas Quasi Linier Konsumen Homogen	35
4.1.1 Model untuk Konsumen Homogen	35
4.1.2 Solusi untuk Model <i>Improved</i> Konsumen Homogen.....	36
4.2 Model <i>Improved Bundling</i> Internet <i>Wireless</i> Berdasarkan Fungsi Utilitas Quasi Linier untuk Konsumen Heterogen.....	40
4.2.1 Model <i>Improved</i> untuk Konsumen Heterogen	40
4.2.2 Solusi Model <i>Improved</i> untuk Konsumen Heterogen	42
4.3 Kesimpulan.....	45
BAB V.....	46
5.1 Model <i>Improved Bundling</i> Jaringan Internet <i>Wireless</i> Berdasarkan Fungsi Utilitas <i>Perfect Substitute</i> untuk Konsumen Homogen	46
5.1.1 Solusi Model untuk Konsumen Homogen	48
5.1.2 Solusi Model <i>Improved</i> untuk Konsumen Heterogen	51
5.3 Kesimpulan.....	54
BAB VI.....	55
6.1 Model <i>Improved Bundling</i> Jaringan Internet <i>Wireless</i> Berdasarkan Fungsi Utilitas <i>Bandwidth</i> untuk Konsumen Homogen	55
6.1.1 Solusi Model untuk Konsumen Homogen	57
6.2 Model <i>Improved Bundling</i> Jaringan Internet <i>Wireless</i> Berdasarkan Fungsi Utilitas <i>Bandwidth</i> untuk Konsumen Heterogen	60
6.2.1 Solusi Model untuk Konsumen Heterogen	62
5.1.2 Solusi Model <i>Improved</i> untuk Konsumen Heterogen	62
6.3 Kesimpulan.....	65
DAFTAR PUSTAKA.....	66
BIOGRAFI PENGARANG	69
INDEKS	71

DAFTAR TABEL

Halaman

Tabel 1.1 Pembiayaan Berdasarkan QoS Attribute.....	10
Tabel 2.1 Data Pemakaian <i>Traffic Digilib</i> Untuk Jam Sibuk.....	13
Tabel 2.2 Data Pemakaian <i>Traffic Sisfo</i> untuk Jam Sibuk.....	13
Tabel 2.3 Parameter untuk Setiap Model <i>Improved</i>	14
Tabel 2.4 Variabel Keputusan untuk Setiap Model <i>Improved</i>	15
Tabel 2.5 Nilai-Nilai Parameter untuk Model <i>Improved</i>	17
Tabel 2.6 Nilai-Nilai Parameter yang Digunakan pada	17
Tabel 2.7 Nilai-Nilai Parameter yang Digunakan pada	18
Tabel 2.8 Nilai-Nilai Parameter yang Digunakan pada	18
Tabel 2.9a Solusi Optimal Model Original <i>Bundling Internet Wireless</i> untuk QoS <i>Bandwidth</i> pada <i>Traffic Digilib</i>	22
Tabel 2.9b Solusi Optimal Model Original <i>Bundling Internet Wireless</i> untuk QoS <i>Bandwidth</i> pada <i>Traffic Sisfo</i>	23
Tabel 3.1 Solusi Model <i>Improved Bundling Wireless</i> Berdasarkan Fungsi Utilitas Cobb Douglas Kasus Homogen pada Skema Pembiayaan <i>Flat Fee</i>	26
Tabel 3.2 Solusi Model <i>Improved Bundling Wireless</i> Berdasarkan Fungsi Utilitas Cobb Douglas Kasus Homogen pada Skema Pembiayaan <i>Usage Based</i>	27
Tabel 3.3 Solusi Model <i>Improved Bundling Wireless</i> Berdasarkan Fungsi Utilitas Cobb Douglas Kasus Homogen pada Skema Pembiayaan <i>Two Part Tariff</i> ...	28
Tabel 3.4 Solusi Model <i>Improved Bundling Wireless</i> Berdasarkan Fungsi Utilitas Cobb Douglas Konsumen Heterogen pada Skema Pembiayaan <i>Flat Fee</i>	31
Tabel 3.5 Solusi Model <i>Improved Bundling Wireless</i> Berdasarkan Fungsi Utilitas Cobb Douglas Konsumen Heterogen pada Skema Pembiayaan <i>Usage Based</i>	32
Tabel 3.6 Solusi Model <i>Improved Bundling Wireless</i> Berdasarkan Fungsi Utilitas Cobb Douglas konsumen Heterogen pada Skema Pembiayaan <i>Two Part Tariff</i>	33
Tabel 4.1 Solusi Model <i>Improved Bundling Wireless</i> Berdasarkan Fungsi Utilitas Quasi Linier untuk Konsumen Homogen pada Skema Pembiayaan <i>Flat Fee</i>	37
Tabel 4.2 Solusi Model <i>Improved Bundling Wireless</i> Berdasarkan Fungsi Utilitas Quasi Linier untuk Konsumen Homogen pada Skema Pembiayaan	

<i>Usage Based</i>	38
Tabel 4.3 Solusi Model <i>Improved Bundling Wireless</i> Berdasarkan Fungsi Utilitas Quasi Linier untuk Konsumen Homogen pada Skema Pembiayaan	
<i>Two Part Tariff</i>	39
Tabel 4.4 Solusi Model <i>Improved Bundling Wireless</i> Berdasarkan Fungsi Utilitas Quasi Linier untuk Konsumen Heterogen pada Skema Pembiayaan	
<i>Flat Fee</i>	42
Tabel 4.5 Solusi Model <i>Improved Bundling Wireless</i> Berdasarkan Fungsi Utilitas Quasi Linier untuk Konsumen Heterogen pada Skema Pembiayaan	
<i>Usage Based</i>	43
Tabel 4.6 Solusi Model <i>Improved Bundling Wireless</i> Berdasarkan Fungsi Utilitas Quasi Linier untuk Konsumen Heterogen pada Skema Pembiayaan	
<i>Two Part Tariff</i>	44
Tabel 5.1 Solusi Model <i>Improved Bundling Wireless</i> Berdasarkan Fungsi Utilitas Quasi Linier untuk Konsumen Homogen pada Skema Pembiayaan	
<i>Flat Fee</i>	48
Tabel 5.2 Solusi Model <i>Improved Bundling Wireless</i> Berdasarkan Fungsi Utilitas Quasi Linier untuk Konsumen Homogen pada Skema Pembiayaan	
<i>Usage Based</i>	49
Tabel 5.3 Solusi Model <i>Improved Bundling Wireless</i> Berdasarkan Fungsi Utilitas Quasi Linier untuk Konsumen Homogen pada Skema Pembiayaan	
<i>Two Part Tariff</i>	50
Tabel 5.4 Solusi Model <i>Improved Bundling Wireless</i> Berdasarkan Fungsi Utilitas Quasi Linier untuk Konsumen Heterogen pada Skema Pembiayaan	
<i>Flat Fee</i>	51
Tabel 5.5 Solusi Model <i>Improved Bundling Wireless</i> Berdasarkan Fungsi Utilitas Quasi Linier untuk Konsumen Homogen pada Skema Pembiayaan	
<i>Usage Based</i>	52
Tabel 5.6 Solusi Model <i>Improved Bundling Wireless</i> Berdasarkan Fungsi Utilitas Quasi Linier untuk Konsumen Homogen pada Skema Pembiayaan	
<i>Two Part Tariff</i>	53
Tabel 6.1 Solusi Model <i>Improved Bundling Wireless</i> Berdasarkan Fungsi Utilitas Quasi Linier untuk Konsumen Homogen pada Skema Pembiayaan	
<i>Flat Fee</i>	57

Tabel 6.2 Solusi Model <i>Improved Bundling Wireless</i> Berdasarkan Fungsi Utilitas Quasi Linier untuk Konsumen Homogen pada Skema Pembiayaan <i>Usage Based</i>	58
Tabel 6.3 Solusi Model <i>Improved Bundling Wireless</i> Berdasarkan Fungsi Utilitas Quasi Linier untuk Konsumen Homogen pada Skema Pembiayaan <i>Two Part Tariff</i>	59
Tabel 6.4 Solusi Model <i>Improved Bundling Wireless</i> Berdasarkan Fungsi Utilitas Quasi Linier untuk Konsumen Heterogen pada Skema Pembiayaan <i>Flat Fee</i>	62
Tabel 6.5 Solusi Model <i>Improved Bundling Wireless</i> Berdasarkan Fungsi Utilitas Quasi Linier untuk Konsumen Homogen pada Skema Pembiayaan <i>Usage Based</i>	63
Tabel 6.6 Solusi Model <i>Improved Bundling Wireless</i> Berdasarkan Fungsi Utilitas Quasi Linier untuk Konsumen Homogen pada Skema Pembiayaan <i>Two Part Tariff</i>	64

DAFTAR ISTILAH

<i>Flat Fee</i>	:	Pembiayaan internet yang setiap bulannya tetap, dan pengguna bebas mengakses internet dalam jangka waktu sebulan.
<i>Uasge Based</i>	:	Pembiayaan internet dengan sistem seberapa banyak akses internet yang dipakai sebanyak itulah yang harus dibayarkan
<i>Two-Part Tariff</i>	:	Pembiayaan Internet yang setiap bulannya tetap namun harga dan akses internet dibatasi sesuai keinginan pengguna
<i>Traffic</i>	:	Jumlah banyaknya kunjungan pada suatu website
<i>Traffic Sisfo</i>	:	Jumlah banyaknya kunjungan pada suatu website sistem informasi
<i>TCP</i>	:	TCP atau Transmission Control adalah standar komunikasi data yang digunakan oleh komunitas internet dalam proses tukar-menukar data dari satu computer ke computer lain di dalam jaringan internet.
<i>IP</i>	:	IP atau Internet Protocol adalah standar komunikasi data yang digunakan oleh komunitas internet dalam proses tukar-menukar data dari satu computer ke computer lain di dalam jaringan internet
<i>ISP</i>	:	ISP atau Internet Service Provider adalah penyedia jasa layanan internet
<i>QoS</i>	:	QoS atau Quality of Service adalah kualitas layanan internet
<i>Bit</i>	:	Satuan ukuran dalam jaringan komputer yang merupakan bilangan biner 0 dan 1
<i>Byte</i>	:	Satuan ukuran dalam jaringan komputer yang terbentuk dari 8 bit
<i>Kilobyte</i>	:	Satuan ukuran dalam jaringan komputer yang terbentuk dari 1024 byte
<i>Infeasibility</i>	:	Besar kelayakan suatu model berdasarkan keseluruhan kendalanya.
<i>GMU (Generated Memory Used)</i>	:	Besar memori yang digunakan Program Lingo dalam menyelesaikan model pada kapasitas yang disediakan perangkat.
<i>Elapsed Runtime (ER)</i>	:	Jumlah waktu yang digunakan dalam menghasilkan dan menyelesaikan model. Jumlah ER dapat dipengaruhi oleh banyaknya aplikasi yang sedang dijalankan pada sistem perangkat.

BAB I

PENDAHULUAN

Pesatnya perkembangan teknologi informasi di zaman yang modern ini berdampak pada banyaknya media-media komunikasi yang bisa berguna untuk kehidupan sehari-hari, salah satunya yaitu internet. Internet adalah perpustakaan yang didalamnya banyak sekali informasi yang bisa didapatkan, bisa berupa teks, grafik, video maupun suara pendukung. Internet juga merupakan sarana informasi yang sangat dibutuhkan oleh masyarakat saat ini untuk mencari informasi. Semakin banyak pengguna internet saat ini, maka tingkat pelayanannya juga harus diperhatikan. Penyedia layanan internet atau *Internet Service Provider* (ISP) dapat menyediakan skema pembiayaan internet untuk menghasilkan keuntungan dan menyediakan kualitas pelayanan kepada konsumen agar konsumen merasa puas.

Menurut Wu and Banker (2010), bahwa skema pembiayaan internet itu berdasarkan atas pembiayaan *flat rate*, *usage based* dan *two-part tariff*. Pembiayaan menjadi topik yang menarik dalam hal berbisnis. Dalam berbisnis khususnya bisnis layanan informasi pembiayaan yang dikeluarkan oleh pihak perusahaan layanan harus rendah dan memiliki keuntungan yang sebesar besarnya. Pada beberapa penelitian sebelumnya yang dilakukan Indrawati, et al.,(2015), Indrawati, et al.,(2014), yang mengembangkan permasalahan *mixed integer nonlinier* terhadap fungsi utilitas dengan memperoleh hasil berupa solusi optimal yang sama untuk ketiga skema pembiayaan. Pada kenyataannya, untuk menawarkan suatu produk layanan informasi secara cepat dan mendapatkan untung yang besar penyedia layanan informasi mengalami kesulitan dalam menentukan model *bundling* yang tepat. Apabila terdapat kesalahan dalam memperhitungkan strategi atas produk yang ditawarkan maka konsumen tidak akan tertarik pada produk *bundle* yang ditawarkan penyedia layanan. Banyak strategi yang bisa dilakukan oleh penyedia

layanan, salah satunya adalah *bundle pricing*. Strategi ini dianggap dapat meningkatkan keuntungan yang maksimal dari beberapa produk yang ditawarkan sehingga menarik minat konsumen (Venkatesh and Mahajan, 2009).

Sain and Herpers (2003), Byun and Chatterjee (2004), Yang, et al.,(2004), dan penelitian lanjutan oleh Puspita, et al.,(2015; 2013a, b) serta Indrawati, et al.,(2014; 2015) membahas mengenai model skema pembiayaan internet berdasarkan kualitas yang berbeda dengan memfokuskan ke biaya pemakaian dasar dalam berbagai skema yg berbeda juga, serta melibatkan QoS dan jaringan multi layanan. Pada dasarnya, para penyedia jasa layanan informasi berusaha memasarkan atau mengiklankan layanan informasi mereka dan berusaha mencari strategi untuk mengatasi ketidakpastian konsumen terhadap produk yang diberikan. Pendekatan secara matematis dapat dijadikan acuan dalam menyelesaikan model *bundling* tersebut.

Bundle pricing merupakan kegiatan pemasaran dimana dua atau lebih produk berbeda disatukan dalam satu paket. Strategi ini meluas di pasar dalam berbagai bentuk dalam satu dekade terakhir. *Bundle pricing* telah berkembang dan mendapatkan perhatian dalam pemasaran produk (Stremersch and Tellis, 2002). Menurut Wang and Schulzrinne (2001) fungsi utilitas saling berhubungan dengan tingkat kepuasan konsumen terhadap layanan yang diberikan penyedia layanan jasa internet, atas konsumsi tersebut bisa memperoleh keuntungan yang maksimum untuk atribut QoS *bandwidth*, *bit error rate* (BER), *end-to-end delay*. Penelitian ini membahas skema pembiayaan internet *wireless* dengan atribut QoS terhadap fungsi utilitas dengan menggunakan pengembangan model yang diusulkan oleh Wallenius and Hamalainen (2002) dan model jaringan multi layanan yang diperbaiki berdasarkan penelitian yang dilakukan oleh Sain and Herpers (2003) serta Byun and Chatterjee (2004) dengan menambahkan parameter, variabel keputusan dan kendala. Hasil mengenai model *improved* yang pernah diteliti oleh Puspita and Ulfa (2016), Puspita dkk (2016a) dan Puspita et al (2016b) menunjukkan bahwa

bundle pricing strategy terbukti lebih baik daripada skema *bundle pricing* yang tidak melibatkan fungsi utilitas. Penelitian ini membahas model *improved bundle pricing* dengan perluasan jaringan dari *wired* ke jaringan *wireless* dengan menggunakan data sekunder, yaitu data *traffic sisfo* yang diperoleh dari server lokal di Palembang.

1.1 Internet Service Provider (ISP)

Internet Service Provider (ISP) merupakan layanan internet yang diakses secara umum. Penggunaan internet sekarang sudah menjadi kebutuhan yang penting bagi semua golongan masyarakat untuk menemukan informasi. Perusahaan penyedia layanan internet dituntut untuk bersaing dalam menyediakan layanan yang maksimum dengan biaya minimum untuk konsumen (Indrawati et al., 2014).

Kebanyakan dari penyedia jasa layanan menyediakan seperti hubungan ke internet, pendaftaran nama *domain*, dan *hosting*. ISP ini mempunyai jaringan baik secara domestik maupun internasional sehingga pelanggan atau pengguna dari sambungan yang disediakan oleh ISP dapat terhubung ke jaringan internet global. Secara umum ISP merupakan penyelenggara jasa internet yang sering disebut PJI yang memberikan koneksi internet baik untuk perorangan, perkantoran, kampus, sekolah, dan lain sebagainya. Di Indonesia berdiri beberapa ISP seperti Telkom Speedy, SmartFren, Telkomsel, Indosat, Three dan lain sebagainya (Maharani, 2011) .

1.1.1 Bundle Pricing

Bundle pricing adalah penjualan dua atau lebih produk dalam satu paket (Stremersch and Tellis, 2002). *Bundle pricing* terdiri dari:

1. *Pure handle*

Pure handle adalah melakukan penawaran kepada konsumen hanya satu saja, yaitu paket itu sendiri. Jadi dalam hal ini, pelanggan tidak bisa membeli secara terpisah

2. *Unbundle*

Penjualan individu yang merupakan strategi dimana perusahaan hanya menjual produk secara terpisah.

3. *Mixed bundle*

Mixed bundle adalah strategi dimana pelanggan dapat memilih untuk membeli produk secara terpisah.

1.1.2 Optimasi Masalah *Bundling*

Untuk memaksimalkan keuntungan bagi penyedia jasa layanan maka ditetapkan harga untuk setiap layanan dalam *bundling* setiap layanan j , pada konsumen i .

Parameter-parameter yang digunakan oleh (Wu *et al.*, 2008) :

B_j : Biaya dalam pembuatan *bundle* untuk setiap layanan j . Termasuk didalamnya biaya produksi marginal, biaya transaksi, biaya pengikatan dan lain-lain. Diasumsikan nilainya sama untuk setiap jenis *bundle* pada layanan j .

I : Jumlah konsumen berpotensi sebagai target pemasaran.

J : Jumlah layanan yang disediakan penyedia layanan.

M : Biaya marginal jika menambahkan lebih dari satu layanan *bundle* dalam menu.

V_{ik} : Harga pemesanan konsumen ke- i untuk setiap layanan favorit ke- k .

R_{ij} : Total harga pemesanan untuk setiap konsumen ke- i pada setiap layanan ke- k ,

$$\text{yaitu } R_{ij} = \sum_{k=1}^j V_{ik}$$

Variabel Keputusan :

R : Pendapatan penyedia layanan pada setiap *bundle*

P_j : Harga yang ditetapkan untuk setiap *bundle* dari layanan j .

S_i : Keuntungan pemakaian untuk konsumen ke- i .

X_{ij} : Bernilai 1 jika konsumen i memilih *bundle* dalam layanan j yang diberikan dan bernilai 0 jika sebaliknya.

Y_j : Bernilai 1 jika penyedia layanan menawarkan *bundle* dari layanan j pada menu, dan bernilai 0 jika sebaliknya.

Optimasi Masalah *Bundling* (Wu *et al.*, 2008) adalah sebagai berikut :

$$\text{Maks } R = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J (P_j - B_j) X_{ij} - \sum_{j=1}^J M Y_j \quad (1.1)$$

dengan Kendala :

$$S_i \geq (R_{ij} - P_j) Y_j, \quad i = 1, \dots, I; j = 1, \dots, J \quad (1.1a)$$

$$S_i = \sum_{j=1}^J (R_{ij} - P_j) X_{ij}, \quad i = 1, \dots, I \quad (1.1b)$$

$$(R_{ij} - P_j) X_{ij} \geq 0, \quad i = 1, \dots, I; j = 1, \dots, J \quad (1.1c)$$

$$\sum_{j=1}^J X_{ij} \leq 1, \quad i = 1, \dots, I \quad (1.1d)$$

$$X_{ij} \leq Y_j, \quad i = 1, \dots, I; j = 1, \dots, J \quad (1.1e)$$

$$S_i \geq 0, i = 1, \dots, I \quad (1.1f)$$

$$P_j \geq 0, j = 1, \dots, J \quad (1.1g)$$

X_{ij}

$$= \begin{cases} 1, & \text{jika pengguna } i \text{ memilih salah satu bundle dalam layanan } j \\ 0, & \text{pengguna } i \text{ tidak memilih salah satu bundle dalam layanan } j \end{cases} \quad (1.1h)$$

Y_j

$$= \begin{cases} 1, & \text{jika penyedia layanan menyediakan bundle dari layanan } j \\ 0, & \text{penyedia layanan tidak menyediakan bundle dari layanan } j \end{cases} \quad (1.1i)$$

Fungsi objektif (1.1) digunakan untuk memaksimalkan pendapatan penyedia layanan pada setiap pemesanan *bundle* yang ditentukan oleh konsumen i . Jika konsumen i memilih tidak memesan *bundle* maka X_{ij} bernilai 0, sehingga akan mengakibatkan Kendala (1.1b) dan (1.1c) bernilai 0. Jika konsumen i memilih bergabung dengan *bundle* yang disediakan maka X_{ij} bernilai 1 sehingga harus dihitung nilai P_j yang nilainya tidak akan melebihi batas atas dari Kendala (1.1g).

1.1.3 Optimasi Masalah Konsumen

Dalam tujuan memaksimalkan tingkat kepuasan konsumen maka ditetapkan skema pembiayaan (*flat fee, usage-based* dan *two part tariff*) dan harga yang sesuai dengan penyedia layanan informasi.

Konsumen i dapat menentukan untuk bergabung dengan layanan pada saat jam sibuk atau jam tidak sibuk. Diasumsikan jam sibuk ialah pada pukul 07.00-16.59 sedangkan untuk jam tidak sibuk ialah pada pukul 17.00-06.59.

Berikut ialah parameter-parameter yang diusulkan oleh Wu and Banker (2010) :

P : Biaya yang akan dikeluarkan konsumen untuk mengikuti layanan.

P_X : Harga satuan yang ditetapkan oleh penyedia layanan di jam sibuk.

P_Y : Harga satuan yang ditetapkan oleh penyedia layanan di jam tidak sibuk.

$U_{i(X_i, Y_i)}$: Fungsi utilitas konsumen i pada tingkat konsumsi di jam sibuk dan jam tidak sibuk.

Variabel Keputusan:

X_i : Tingkat konsumsi konsumen i pada layanan di jam sibuk.

Y_i : Tingkat konsumsi konsumen i pada layanan di jam tidak sibuk.

Z_i : Variabel keputusan yang bernilai 1 jika konsumen memilih untuk bergabung dengan program dan bernilai 0 jika tidak ingin bergabung.

\bar{X}_i : Tingkat konsumsi maksimum konsumen i pada layanan di jam sibuk.

\bar{Y}_i : Tingkat konsumsi maksimum konsumen i pada layanan di jam tidak sibuk.

Optimasi Masalah Konsumen:

$$\text{Maks } \theta = U_{i(X_i, Y_i)} - P_X X_i - P_Y Y_i - P Z_i \quad (1.2)$$

dengan Kendala:

$$X_i \leq \bar{X}_i Z_i \quad (1.2a)$$

$$Y_i \leq \bar{Y}_i Z_i \quad (1.2b)$$

$$U_{i(X_i, Y_i)} - P_X X_i - P_Y Y_i - P Z_i \geq 0 \quad (1.2c)$$

$$Z_i = \begin{cases} 1, & \text{jika konsumen memilih bergabung dengan program} \\ 0, & \text{jika konsumen memilih tidak bergabung dengan program} \end{cases} \quad (1.2d)$$

Fungsi objektif (1.2) digunakan untuk memaksimalkan kelebihan pemakai berdasarkan harga yang ditetapkan oleh penyedia layanan informasi. Dalam model ini tidak dipertimbangkan biaya awal bagi konsumen untuk bergabung dalam program, kecuali pertimbangan hubungan jangka panjang antara penyedia dan konsumen yang tidak boleh menggunakan biaya untuk jangka waktu pendek atau jangka waktu tertentu.

Kendala (1.2d) ditentukan oleh konsumen i , jika konsumen i memilih tidak bergabung dengan program maka Z_i bernilai 0 sehingga Kendala (1.2a) dan (1.2b) bernilai nol untuk tingkat konsumsinya (X_i dan Y_i) dan utilitas total serta biaya keduanya bernilai nol. Jika konsumen i memutuskan untuk bergabung dengan program ini dan memilih $Z_i = 1$, maka konsumen tersebut harus memutuskan tingkat konsumsi optimal X_i dan Y_i , yang tidak bisa melebihi batas atasnya \bar{X}_i dan \bar{Y}_i .

Tingkat konsumsi X_i dan Y_i juga dapat menjadi waktu penggunaan, seperti komunikasi suara jasa, atau volume lalu lintas pada layanan transmisi data.

1.2 Fungsi Utilitas

Fungsi utilitas memiliki beberapa jenis, diantaranya yaitu fungsi utilitas Cobb Douglas, fungsi utilitas *perfect substitutes*, fungsi utilitas Quasi Linier dan fungsi utilitas *bandwidth* (Hutchinson, 2011).

1.2.1 Fungsi Utilitas Berdasarkan Cobb Douglas

Menurut Hutchison (2011) bentuk umum fungsi utilitas berdasarkan Cobb Douglas:

$$U(X, Y) = X^a Y^b; a > 0, b > 0, a > b \quad (1.3)$$

Keterangan : X merupakan tingkat penggunaan layanan saat jam sibuk dan Y merupakan tingkat penggunaan layanan saat jam tidak sibuk; dengan a dan b merupakan konstanta.

1.2.2 Fungsi Utilitas Berdasarkan Quasi Linier

Menurut Hutchison (2011) bentuk umum fungsi utilitas berdasarkan Quasi Linier:

$$U(X, Y) = aX + f(Y) \quad (1.4)$$

$f(Y)$ merupakan fungsi non linier dan a merupakan konstanta. Fungsi non linier yang digunakan dalam penelitian ini adalah $f(Y) = Y^b$ dengan b merupakan konstanta.

1.2.3 Fungsi Utilitas Berdasarkan *Perfect Substitute*

Menurut (2011), bentuk umum fungsi utilitas berdasarkan *perfect substitute*:

$$U(X, Y) = aX + bY, \text{ } a \text{ dan } b \text{ merupakan konstanta.} \quad (1.5)$$

1.2.4 Fungsi Utilitas Berdasarkan fungsi *Bandwidth*

Menurut (2004), bentuk umum fungsi utilitas berdasarkan fungsi *bandwidth* :

$$U_{kj} = U_{0j} + W_j \ln \frac{X_{kj}}{L_{mj}} \quad (1.6)$$

dengan :

U_{kj} : Penghasilan yang diperoleh dari konsumen k pada kelas j .

W_j : Sensitifitas harga untuk *bandwidth* pada kelas j .

U_{0j} : Peluang keuangan bagi kelas j ketika konsumen telah mempersiapkan saat tingkat QoS terendah.

L_{mj} : Tingkat terendah (minimum) *bandwidth* pada kelas j .

X_{kj} : *Bandwidth* yang didapat oleh konsumen k pada kelas j .

Untuk mempermudah perhitungan, Persamaan (1.3) diubah menjadi :

$$U(x, y) = U_0 + a \ln \frac{X+1}{X_m+1} + b \ln \frac{Y+1}{Y_m+1} \quad (1.6a)$$

Perubahan ini dilakukan untuk mempermudah dalam perhitungan ketika tingkat konsumsi minimum, X_m dan Y_m serta tingkat konsumsi ketika jam

sibuk maupun jam tidak sibuk berturut-turut, X dan Y dapat menghasilkan nilai minimum 0.

1.3 Jaringan Multipel QoS

Model *improved* jaringan *multiple* QoS dalam penelitian ini menggunakan model yang telah disediakan oleh Wallenius and Hämäläinen (2002) pada model *improved* jaringan *multiple* QoS, yang kemudian dikombinasikan dengan model Yang (2004). Akan tetapi, pendekatan tidak dilakukan dengan melakukan simulasi. Model dibentuk dengan mencari informasi mengenai parameter dan variabel.

Dengan demikian, fungsi objektifnya adalah

$$\text{Maks } P = \sum_j^m \sum_i^n (PR_{ij} \pm PQ_{ij} + \alpha_j Z_{ij} + W_j \log \frac{\tilde{X}_{ij}}{L_{m_j}}) \quad (1.5)$$

dengan Kendala :

$$PQ_{ij} = \left(1 \pm \frac{x}{Q_{bij}}\right) PB_{ij} L_x \quad (1.5a)$$

$$PB_{ij} = a_{ij} (e - e^{-xB}) T_l / 100 \quad (1.5b)$$

$$L_x = a(e - e^{-xB}) \quad (1.5c)$$

$$f \leq a_{ij} \leq g \quad (1.5d)$$

$$h \leq T_l \leq k \quad (1.5e)$$

$$0 \leq x \leq 1 \quad (1.5f)$$

$$0,8 \leq B \leq 1,07 \quad (1.5g)$$

$$a = 1 \quad (1.5h)$$

yang selanjutnya diikuti oleh Kendala sebagai berikut :

$$\sum_{j=1}^2 \sum_i \tilde{X}_{ij} \leq Q, i = 1, \dots, n \quad (1.5i)$$

$$\tilde{X}_{ij} \geq L_{m_j} - (1 - Z_{ij}), i = 1, \dots, n; j = 1, 2, \dots \quad (1.5j)$$

$$W_j \leq W_{ij} + (1 - Z_{ij}), i = 1, \dots, n; j = 1, 2, \dots \quad (1.5k)$$

$$\tilde{X}_{ij} \geq V_i - (1 - Z_{ij}), i = 1, \dots, n; j = 1, 2, \dots \quad (1.5l)$$

$$\tilde{X}_{ij} \geq X_j - (1 - Z_{ij}), i = 1, \dots, n; j = 1, 2, \dots \quad (1.5m)$$

$$\tilde{X}_{ij} \geq Z_{ij}, \quad i = 1, \dots, n; j = 1, 2, \dots \quad (1.5n)$$

$$\tilde{X}_{ij} \geq 0, i = 1, \dots, n; j = 1, 2, \dots \quad (1.5o)$$

$$L_{m,j} \geq 0,01, j = 1, 2, \dots \quad (1.5p)$$

$$W_j \geq 0, j = 1, 2, \dots \quad (1.5q)$$

$$\tilde{X}_{ij} \leq X_j, \quad i = 1, \dots, n; j = 1, 2, \dots \quad (1.5r)$$

$$Z_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{jika pengguna } i \text{ berada di kelas } j \\ 0, & \text{pengguna } i \text{ tidak berada di kelas } j \end{cases} \quad (1.5s)$$

Fungsi objektif (1.5) berguna untuk memaksimalkan jumlah biaya total yang terdiri atas biaya melakukan koneksi dengan QoS yang tersedia (PR_{ij}), perubahan biaya sepanjang perubahan QoS (PQ_{ij}), dan model formulasi pembiayaan internet pada multi *class* QoS network yang diusulkan oleh Yang (2004) dimana α_j merupakan harga dasar untuk masing-masing kelas j . Himpunan kendala yang berperan sebagai pembatas fungsi objektif harus dipenuhi dalam tujuan memperoleh hasil optimal (Puspita et al., 2016).

Tabel pembiayaan berdasarkan perubahan QoS *attribute* yang telah disusun oleh Wallenius and Hämäläinen (2002).

Tabel 1.1 Pembiayaan Berdasarkan QoS Attribute

QoS Attribute	Conversational class nominal/change quantity	Streaming class nominal/change quantity	Interactive class nominal/change quantity	Background class nominal/change quantity	Price factor/ quantity change (PQ_{ij})
Bandwidth	1 kb/s	1 kb/s	N/A	N/A	$\left(1 \pm \frac{x}{2000}\right) PB_{ij} Lx$
End to end delay	1 ms	1 ms	N/A	N/A	$\left(1 \pm \frac{x}{350}\right) PB_{ij} Lx$
BER (Bit Error Rate)	10^{-6}	10^{-6}	N/A	N/A	$\left(1 \pm \frac{x}{10^{-7}}\right) PB_{ij} Lx$

Nilai maksimum untuk *bandwidth* adalah 2Mbps, untuk *end to end delay* 350Kbps, dan untuk BER (*Bit Error Rate*) adalah 10^{-6} (atau-7) tergantung jenis lalu lintas.

Dalam penelitian ini akan dibahas 4 kasus pada model original pada masing-masing QoS *attribute*. Dimana untuk tiap-tiap kasus, fungsi objektif akan berubah tergantung kasusnya masing-masing. Kasus yang dibahas, yaitu :

i.Kasus I (PQ_{ij} naik, x naik)

Fungsi objektifnya adalah :

$$\text{Maks } P = \sum_j^m \sum_i^n (PR_{ij} + PQ_{ij} + \alpha_j Z_{ij} + W_j \log \frac{\tilde{X}_{ij}}{L_{m_j}}) \quad (1.5.1)$$

dengan Kendala :

$$PQ_{ij} = \left(1 + \frac{x}{Q_{bij}}\right) PB_{ij} Lx \quad (1.5.1a)$$

dan dilanjutkan dengan Kendala (1.5b) sampai Kendala (1.5s).

ii.Kasus II (PQ_{ij} naik, x turun)

Fungsi objektifnya adalah :

$$\text{Maks } P = \sum_j^m \sum_i^n (PR_{ij} + PQ_{ij} + \alpha_j Z_{ij} + W_j \log \frac{\tilde{X}_{ij}}{L_{m_j}})$$

dengan Kendala :

$$PQ_{ij} = \left(1 - \frac{x}{Q_{bij}}\right) PB_{ij} Lx \quad (1.5.1b)$$

dan dilanjutkan dengan Kendala (1.5b) sampai Kendala (1.5s).

iii.Kasus III (PQ_{ij} turun, x naik)

Fungsi objektifnya adalah :

$$\text{Maks } P = \sum_j^m \sum_i^n (PR_{ij} - PQ_{ij} + \alpha_j Z_{ij} + W_j \log \frac{\tilde{X}_{ij}}{L_{m_j}}) \quad (1.5.2)$$

dengan Kendala:

$$PQ_{ij} = \left(1 + \frac{x}{Q_{bij}}\right) PB_{ij} Lx$$

dan dilanjutkan oleh Kendala (1.5b) sampai Kendala (1.5s).

iv. Kasus IV (PQ_{ij} turun, x turun)

Fungsi objektifnya adalah :

$$\text{Maks } P = \sum_j^m \sum_i^n (PR_{ij} - PQ_{ij} + \alpha_j Z_{ij} + W_j \log \frac{\tilde{X}_{ij}}{L_{mj}})$$

dengan Kendala:

$$PQ_{ij} = \left(1 - \frac{x}{Q_{bij}}\right) PB_{ij} Lx$$

dan dilanjutkan oleh Kendala (1.5b) sampai Kendala (1.5s).

Parameter serta variabel yang terlibat dalam model modifikasi ini juga meliputi parameter dan variabel yang terlibat dalam model original, hanya saja terdapat beberapa tambahan variabel yang masuk ke dalam fungsi objektif dan Kendalanya, yaitu :

P : Fungsi untuk pendapatan (Biaya total)

α_j : harga dasar untuk kelas j .

Z_{ij} : $\begin{cases} 1, & \text{jika pengguna } i \text{ berada di kelas } j \\ 0, & \text{pengguna } i \text{ tidak berada di kelas } j \end{cases}$

W_j : harga sensitivitas untuk kelas j .

\tilde{X}_{ij} : *bandwidth* akhir yang diperoleh pengguna i untuk kelas j .

L_{mj} : *bandwidth* minimum untuk kelas j .

Q : total *bandwidth*

W_{ij} : harga sensitivitas pengguna i di kelas j .

V_i : *bandwidth* minimum yang dibutuhkan oleh pengguna i .

X_j : *bandwidth* untuk tiap individu di kelas j .

BAB II MODEL ORIGINAL BUNDLING

Sebelum membahas mengenai model original bundling, berikut adalah data yang dibutuhkan dalam bentuk Tabel

2.1 Data, Parameter dan Variabel

Mendefinisikan data *traffic*, menyusun nilai-nilai parameter dan variabel pada masing-masing skema pembiayaan untuk setiap jenis konsumen pada data *traffic digilib* dan *sisfo* berdasarkan persamaan pada Bab II.

Tabel 2.1 Data Pemakaian *Traffic Digilib* Untuk Jam Sibuk dan Jam Tidak Sibuk

	Pemakaian <i>Digilib</i>(byte)	Pemakaian <i>digilib</i>(kbps)
$\bar{X} = \bar{X}_1$	55.013,00	53,72
\bar{X}_2	33.817,00	33,02
X_m	10.537,00	10,29
$\bar{Y} = \bar{Y}_1$	60.998,00	59,57
\bar{Y}_2	47.829,00	46,71
Y_m	7.217,00	7,05

Tabel 2.2 Data Pemakaian *Traffic Sisfo* untuk Jam Sibuk dan Jam Tidak Sibuk

	Pemakaian <i>Sisfo</i>(byte)	Pemakaian <i>Sisfo</i>(kbps)
$\bar{X} = \bar{X}_1$	39953311,28	4877,11
\bar{X}_2	22197872,71	2709,70
X_m	278158,41	33,95
$\bar{Y} = \bar{Y}_1$	4432561,88	727,73
\bar{Y}_2	4432561,88	541,08
Y_m	149117,24	18,20

Keterangan :

1. \bar{X} atau \bar{X}_1 merupakan tingkat konsumsi yang paling maksimum pertama pada saat jam sibuk dalam satuan kilo byte per *second*.
2. \bar{X}_2 merupakan tingkat konsumsi yang paling maksimum kedua pada saat jam sibuk dalam satuan kilo byte per *second*.
3. X_m merupakan tingkat konsumsi yang paling rendah pada saat jam sibuk dalam satuan kilo byte per *second*.
4. \bar{Y} atau \bar{Y}_1 merupakan tingkat konsumsi yang paling maksimum pertama pada saat jam tidak sibuk dalam satuan kilo byte per *second*.
5. \bar{Y}_2 merupakan tingkat konsumsi yang paling maksimum kedua pada saat jam tidak sibuk dalam satuan kilo byte per *second*.
6. Y_m merupakan tingkat konsumsi yang paling rendah pada saat jam tidak sibuk dalam satuan kilo byte per *second*.

**Tabel 2.3 Parameter untuk Setiap Model *Improved*
Pembiayaan Internet**

Parameter untuk model <i>improved</i>	
PR_{ij}	:Parameter linier yang ditetapkan
a	:Biaya untuk melakukan koneksi dengan QoS yang tersedia (rupiah)
Q_{bij}	:Nilai nominal atribut QoS dalam jaringan operator (<i>kbps</i>)
f	:Nilai minimum yang telah ditetapkan penyedia layanan untuk a_{ij}
g	:Nilai maksimum yang telah ditetapkan penyedia layanan untuk a_{ij}
h	:Jumlah muatan trafik minimum yang diperbolehkan untuk T_l (<i>kbps</i>)
k	:Jumlah muatan trafik maksimum yang diperbolehkan untuk T_l (<i>kbps</i>)
α_j	:Harga dasar untuk kelas j (rupiah)
Q	:Total <i>bandwidth</i> (<i>kbps</i>)

V_i	: <i>Bandwidth</i> minimum yang dibutuhkan oleh pengguna i
B_j	: Biaya dalam pembuatan <i>bundle</i> untuk setiap layanan j .
I	: Jumlah konsumen berpotensi sebagai target pemasaran.
J	: Jumlah layanan yang disediakan penyedia layanan.
M	: Biaya marginal jika menambahkan lebih dari satu layanan <i>bundle</i> dalam menu.
V_{ik}	: Harga pemesanan konsumen ke- i untuk setiap layanan favorit ke- k .
R_{ij}	: Total harga pemesanan untuk setiap kosumen ke- i pada setiap layanan favorit ke k .
P	: Biaya yang akan dikeluarkan konsumen untuk mengikuti layanan.
P_X	: Harga satuan yang ditetapkan oleh penyedia layanan pada jam sibuk.
P_Y	: Harga satuan yang ditetapkan oleh penyedia layanan pada jam tidak sibuk.
$U_{i(X_i, Y_i)}$: Fungsi utilitas konsumen i untuk tingkat konsumsi jam sibuk dan jam tidak sibuk.

Tabel 2.4 Variabel Keputusan untuk Setiap Model *Improved* Pembiayaan Internet

Variabel keputusan untuk model <i>improved</i>	
P_j	: Harga yang ditetapkan untuk setiap <i>bundle</i> dari layanan j .
S_i	: Keuntungan pemakaian untuk konsumen ke- i .
X_{ij}	: $\begin{cases} 1, & \text{jika konsumen } i \text{ memilih bundle dalam layanan } j \\ 0, & \text{jika konsumen } i \text{ tidak memilih bundle dalam layanan } j \end{cases}$
Y_j	:

	$\begin{cases} 1, & \text{jika penyedia layanan menawarkan bundle dari layanan } j \\ 0, & \text{jika penyedia layanan tidak menawarkan bundle dari layanan } j \end{cases}$
X_i	: Tingkat konsumsi konsumen i pada layanan jam sibuk.
Y_i	: Tingkat konsumsi konsumen i pada layanan jam tidak sibuk.
Z_i	: $\begin{cases} 1, & \text{jika konsumen } i \text{ memilih untuk bergabung dengan program} \\ 0, & \text{jika konsumen } i \text{ tidak memilih bergabung dengan program} \end{cases}$
\bar{X}_i	: Tingkat konsumsi maksimum konsumen i pada layanan jam sibuk.
\bar{Y}_i	: Tingkat konsumsi maksimum konsumen i pada layanan jam tidak sibuk.
PQ_{ij}	: Perubahan biaya sepanjang perubahan QoS (rupiah)
PB_{ij}	: Biaya dasar untuk suatu koneksi dengan pengguna i dan kelas j
Lx	: Faktor kelinieritasan
a_{ij}	: Faktor biaya linier dalam pengguna i dan kelas j
T_i	: Muatan trafik
x	: Jumlah kenaikan atau penurunan nilai QoS
B	: Parameter linier yang ditetapkan
Z_{ij}	: $\begin{cases} 1, & \text{jika pengguna } i \text{ berada di kelas } j \\ 0, & \text{pengguna } i \text{ tidak berada di kelas } j \end{cases}$
W_j	: Harga sensitivitas untuk kelas j
\tilde{X}_{ij}	: <i>Bandwidth</i> akhir yang diperoleh pengguna i untuk kelas j
L_{mj}	: <i>Bandwidth</i> minimum untuk kelas j
W_{ij}	: Harga sensitivitas pengguna i di kelas j
X_j	: <i>Bandwidth</i> untuk tiap individu di kelas j

Setelah menentukan parameter dan variabel yang digunakan pada model, maka langkah selanjutnya adalah menentukan besar nilai-nilai parameter yang digunakan dalam model *improved bundling* berdasarkan fungsi utilitas dan QoS *attribute* untuk setiap jenis konsumen, seperti yang disajikan pada Tabel 4.6 sampai Tabel 4.8 berikut :

Tabel 2.5 Nilai-Nilai Parameter untuk Model *Improved*

Parameter	Nilai
Biaya melakukan koneksi pengguna 1 kelas 1 (PR_{11})	0,5
Biaya melakukan koneksi pengguna 1 kelas 2 (PR_{12})	0,6
Biaya melakukan koneksi pengguna 2 kelas 1 (PR_{21})	0,4
Biaya melakukan koneksi pengguna 2 kelas 2 (PR_{22})	0,7
Parameter linier (a)	1
Batasan nilai a_{11}	$0,05 \leq a_{11} \leq 0,15$
Batasan nilai a_{12}	$0,06 \leq a_{12} \leq 0,14$
Batasan nilai a_{21}	$0,07 \leq a_{12} \leq 0,13$
Batasan nilai a_{22}	$0,08 \leq a_{12} \leq 0,12$
Batasan muatan trafik untuk T_l	$50 \leq T_l \leq 1000$
Harga dasar untuk kelas 1 (α_1)	0,1
Harga dasar untuk kelas 2 (α_2)	0,2
Total <i>bandwidth</i> (Q)	102400
Minimum <i>bandwidth</i> pengguna 1 (V_1)	1
Minimum <i>bandwidth</i> pengguna 2 (V_2)	1

Tabel 2.6 Nilai-Nilai Parameter yang Digunakan pada Model *Improved Original*

Parameter	Nilai
V_{11}	500
V_{12}	800
V_{21}	600

V_{22}	900
M	200
B_1	300
B_2	500

Tabel 2.7 Nilai-Nilai Parameter yang Digunakan pada Konsumen Homogen

Parameter	Nilai		
	<i>Flate fee</i>	<i>Usage based</i>	<i>Two part tariff</i>
V_{11}	500	500	500
V_{12}	800	800	800
V_{21}	600	600	600
V_{22}	900	900	900
M	200	200	200
B_1	300	300	300
B_2	500	500	500
a	3	3	3
b	4	4	4
\bar{X}	53,72	53,72	53,72
\bar{Y}	59,57	59,57	59,57

Tabel 2.8 Nilai-Nilai Parameter yang Digunakan pada Konsumen Heterogen

Parameter	Nilai		
	<i>Flate fee</i>	<i>Usage based</i>	<i>Two part tariff</i>
V_{11}	500	500	500
V_{12}	800	800	800
V_{21}	600	600	600
V_{22}	900	900	900
M	200	200	200
B_1	300	300	300

B_2	500	500	500
a_1	3	3	3
a_2	3	3	3
b_1	2	2	2
b_2	2	2	2
\bar{X}_1	53,72	53,72	53,72
\bar{X}_2	33,02	33,02	33,02
\bar{Y}_1	59,57	59,57	59,57
\bar{Y}_2	46,71	46,71	46,71

Keterangan :

a_1 : konstanta layanan jam sibuk konsumen heterogen golongan tingkat pemakaian tinggi.

a_2 : konstanta layanan jam sibuk konsumen heterogen golongan pemakaian rendah.

b_1 : konstanta layanan jam tidak sibuk konsumen heterogen golongan pemakaian tinggi.

b_2 : konstanta layanan jam tidak sibuk konsumen heterogen golongan pemakaian rendah.

2.2 Model Original *Bundle pricing* Internet Wireless

Model *bundling* sebelumnya telah dibahas dalam penelitian Wu *et al.*,(2008) mengenai penyelesaian permasalahan optimasi *bundling* menggunakan pendekatan *nonlinear mixed-integer programming*. Selanjutnya model original *bundling* disusun berdasarkan Fungsi Objektif (1.1),(1.5) dan Kendala (1.1a) sampai Kendala (1.1i) ditambah Kendala (1.5a) sampai Kendala (1.5h) dengan dengan mensubstitusikan nilai parameter pada Tabel 2.6.

Berdasarkan fungsi objektif pada Persamaan (1.1) dan (1.5), maka :

$$\text{Maks } R = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 (P_j - B_j) X_{ij} - \sum_{j=1}^2 M Y_j + \sum_j \sum_i (P R_{ij} \pm P Q_{ij})$$

$$= ((P_1 - 300)X_{11} + (P_1 - 300)X_{21} + (P_2 - 500)X_{12} + (P_2 - 500)X_{22} - (200Y_1 + 200Y_2) + (0,5 + PQ_{11}) + (0,6 + PQ_{12}) + (0,4 + PQ_{21}) + (0,7 + PQ_{22})) \quad (2.1)$$

dengan Kendala (1.1a) didapat :

$$\begin{aligned} S_1 &\geq (R_{11} - P_1)Y_1 \\ S_1 &\geq (R_{12} - P_2)Y_2 \\ S_2 &\geq (R_{21} - P_1)Y_1 \\ S_2 &\geq (R_{22} - P_2)Y_2 \end{aligned} \quad (2.2)$$

dengan Kendala (1.1b) didapat :

$$\begin{aligned} S_1 &= (R_{11} - P_1)X_{11} + (R_{12} - P_2)X_{12} \\ S_2 &= (R_{21} - P_1)X_{21} + (R_{22} - P_2)X_{22} \end{aligned} \quad (2.3)$$

dengan Kendala (1.1c) didapat :

$$\begin{aligned} (R_{11} - P_1)X_{11} &\geq 0 \\ (R_{12} - P_2)X_{12} &\geq 0 \\ (R_{21} - P_1)X_{21} &\geq 0 \\ (R_{22} - P_2)X_{22} &\geq 0 \end{aligned} \quad (2.4)$$

dengan Kendala (1.1d) didapat :

$$\begin{aligned} (X_{11} + X_{12}) &\leq 1 \\ (X_{21} + X_{22}) &\leq 1 \end{aligned} \quad (2.5)$$

dengan Kendala (1.1e) didapat :

$$\begin{aligned} X_{11} &\leq Y_1 \\ X_{21} &\leq Y_1 \\ X_{12} &\leq Y_2 \\ X_{22} &\leq Y_2 \end{aligned} \quad (2.6)$$

dengan Kendala (1.1f) didapat :

$$\begin{aligned} S_1 &\geq 0 \\ S_2 &\geq 0 \end{aligned} \quad (2.7)$$

dengan Kendala (1.1g) didapat :

$$\begin{aligned} P_1 &\geq 0 \\ P_2 &\geq 0 \end{aligned} \quad (2.8)$$

dengan Kendala (1.5a) didapat :

$$PQ_{12} = \left(1 \pm \frac{x}{Q_{bij}}\right) PB_{11}L_x$$

$$PQ_{12} = \left(1 \pm \frac{x}{Q_{bij}}\right) PB_{12}L_x$$

$$PQ_{21} = \left(1 \pm \frac{x}{Q_{bij}}\right) PB_{21}L_x$$

$$PQ_{22} = \left(1 \pm \frac{x}{Q_{bij}}\right) PB_{22}L_x$$

dimana :

$$Q_{bij} = 1000(2.9)$$

dengan Kendala (1.5b) didapat :

$$PB_{11} = a_{11}(e - e^{-xB}) T_l / 100$$

$$PB_{12} = a_{12}(e - e^{-xB}) T_l / 100$$

$$PB_{21} = a_{21}(e - e^{-xB}) T_l / 100$$

$$PB_{22} = a_{22}(e - e^{-xB}) T_l / 100 \quad (2.10)$$

dengan Kendala (1.5c) didapat :

$$L_x = (e - e^{-xB}) \quad (2.11)$$

dengan Kendala (1.5d) didapat :

$$0,05 \leq a_{11} \leq 0,15$$

$$0,06 \leq a_{12} \leq 0,14$$

$$0,07 \leq a_{21} \leq 0,13$$

$$0,08 \leq a_{22} \leq 0,12 \quad (2.12)$$

dengan Kendala (1.5e) didapat :

$$50 \leq T_l \leq 1000 \quad (2.13)$$

dengan Kendala (1.5f) didapat :

$$0 \leq x \leq 1 \quad (2.14)$$

dengan Kendala (1.5g) didapat :

$$0,8 \leq B \leq 1,07 \quad (2.15)$$

dengan Kendala (1.5h) didapat :

$$a = 1 \quad (2.16)$$

2.3 Solusi Model Original *Bundling* Internet *Wireless* dengan Program LINGO

Untuk mendapatkan solusi dari model original *bundling* dapat menggunakan program Lingo 13.0. Salah satu contoh bentuk penggunaan program Lingo 13.0

Berdasarkan persamaan yang ada pada Sub Bab 2.2 yaitu Persamaan (2.1) sampai Persamaan (2.16) diperoleh secara berturut-turut solusi dan nilai variabel dari kasus model original *bundling* yang ditampilkan pada Tabel 2.9a dan Tabel 2.9b.

Tabel 2.9a Solusi Optimal Model Original *Bundling* Internet *Wireless* untuk QoS *Bandwidth* pada Traffic Digilib

Solver Status	Kasus			
	PQ_{ij} naik x naik	PQ_{ij} naik x turun	PQ_{ij} turun x naik	PQ_{ij} turun x turun
Model Class	MINLP	MINLP	MINLP	MINLP
State	Local Optimal	Local Optimal	Local Optimal	Local Optimal
Objective	623,272	623,241	623,241	623,241
Infeasibility	0,000114353	0,000114353	0,000114353	0,000114353
Iterations	92	92	92	92
Extended Solver Status				
Solver Type	Branch and Bound	Branch and Bound	Branch and Bound	Branch and Bound
Best Objective	623,272	623,241	623,241	623,241
Steps	1	1	1	1
Update Interval	2	2	2	2
GMU (K)	49	49	49	49
ER (Sec)	1	1	1	1

Pada Tabel 2.9a solusi optima *traffic digilibl* yang diperoleh sebesar 623,272 yaitu pada model *bundling wireless* original dengan QoS attribute *Bandwidth* yang diperoleh melalui 92 iterasi dengan nilai *infeasibility* sebesar 0,000114353. Metode yang digunakan dalam kasus ini adalah *Branch and Bound* dengan nilai objektif 623,272. Jumlah alokasi memori yang digunakan dinyatakan dalam *Generated Memory Used (GMU)* yaitu

sebesar 49K dan lamanya waktu yang digunakan dalam menyelesaikan dan menghasilkan model dinyatakan dalam *Elapsed Runtime* (ER) yaitu sebesar 1 detik.

Tabel 2.9b Solusi Optimal Model Original *Bundling Internet Wireless* untuk QoS *Bandwidth* pada *Traffic Sisfo*

<i>Solver Status</i>	Kasus			
	<i>PQ_{ij} naik x naik</i>	<i>PQ_{ij} naik x turun</i>	<i>PQ_{ij} turun x naik</i>	<i>PQ_{ij} turun x turun</i>
<i>Model Class</i>	<i>MINLP</i>	<i>MINLP</i>	<i>MINLP</i>	<i>MINLP</i>
<i>State</i>	<i>Local Optimal</i>	<i>Local Optimal</i>	<i>Local Optimal</i>	<i>Local Optimal</i>
<i>Objective</i>	5399,8	5399,8	5399,8	5399,8
<i>Infeasibility</i>	$5,91173 \times 10^{-12}$	$5,91173 \times 10^{-12}$	$5,91173 \times 10^{-12}$	$5,91173 \times 10^{-12}$
<i>Iterations</i>	205	205	205	205
<i>Extended Solver Status</i>				
<i>Solver Type</i>	<i>Branch and Bound</i>	<i>Branch and Bound</i>	<i>Branch and Bound</i>	<i>Branch and Bound</i>
<i>Best Objective</i>	5399,8	5399,8	5399,8	5399,8
<i>Steps</i>	0	0	0	0
<i>Update Interval</i>	2	2	2	2
<i>GMU (K)</i>	28	28	28	28
<i>ER (Sec)</i>	1	1	1	1

Pada Tabel 2.9b solusi optimal *traffic sisfo* yang diperoleh sebesar 5399,8 yaitu pada model *bundling wireless* original dengan QoS attribute *Bandwidth* yang diperoleh melalui 205 iterasi dengan nilai *infeasibility* sebesar $5,91173 \times 10^{-12}$. Metode yang digunakan dalam kasus ini adalah *Branch and Bound* dengan nilai objektif 5399,8. Jumlah alokasi memori yang digunakan dinyatakan dalam *Generated Memory Used (GMU)* yaitu sebesar 28K dan lamanya waktu yang digunakan dalam menyelesaikan dan menghasilkan model dinyatakan dalam *Elapsed Runtime* (ER) yaitu sebesar 1 detik.

BAB III FUNGSI UTILITAS COBB-DOUGLAS

Model ini didasari pada penelitian (2008) serta mengkombinasikannya dengan persamaan pada penelitian (2014) yaitu persamaan fungsi utilitas Cobb-Douglas. Masing-masing model dibagi berdasarkan jenis konsumennya yaitu konsumen homogen, kosumen heterogen golongan atas dan bawah serta kosumen heterogen tingkat pemakaian tinggi dan rendah.

3.1 Model *Improved Bundling Internet Wireless* Berdasarkan Fungsi Utilitas Cobb Douglas Kasus Homogen

Model *improved* ini didasarkan pada penelitian Wu *et al.*, (2008) dan mengkombinasikannya dengan persamaan pada penelitian Indrawati *et al.*,(2014) yaitu persamaan fungsi utilitas Cobb Douglass dan persamaan pada penelitian Irmeilyana *et al.*,(2016) yaitu persamaan pengembangan model yang diusulkan Wallenius and Hamalainen (2002) dan Yang (2004) untuk QoS *attribute End to End Delay* dan *BER (Bit Error Rate)*.

3.1.1 Model untuk Konsumen Homogen

Pada kasus konsumen homogen ini, anggap semua konsumen memiliki tingkat kepuasan yang sama dan tingkat maksimum penggunaan yang sama yaitu \bar{X} dan \bar{Y} . Dengan memasukkan nilai parameter pada Tabel 4.8, maka akan dibuat model pada konsumen homogen didasarkan pada fungsi objektif (1.1), (1.2) dan (1.3) dengan Kendala (1.1a) sampai (1.1i) dan (1.2a) sampai (1.2d), serta fungsi objektif (1.5) dengan Kendala (1.5a) sampai (1.5s).

Berdasarkan fungsi objektif (1.1), (1.2) dan (1.3) didapat :

$$\begin{aligned} \text{Maks } R = & \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J (P_j - B_j) X_{ij} - \sum_{j=1}^J MY_j - X^a Y^b + P_X X + P_Y Y + P_Z \\ & + \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \left(PR_{ij} \pm PQ_{ij} + \alpha_j Z_{ij} + w_j \log \frac{\tilde{X}_{ij}}{L_{m_j}} \right) \end{aligned}$$

dengan Kendala (1.1a) sampai (1.1i).

diikuti dengan Kendala (1.2a) didapat :

$$X \leq 53,72 Z \quad (3.1)$$

dengan Kendala (1.2b) didapat :

$$Y \leq 59,57 Z \quad (3.2)$$

dengan Kendala (1.2c) didapat :

$$X^a Y^b - P_X X - P_Y Y - P_Z \geq 0 \quad (3.3)$$

dengan Kendala (1.2d) didapat :

$$Z = 1 \quad (3.4)$$

diikuti dengan Kendala (1.5a) sampai (1.5s). Pada Kendala (1.5a), Kendala akan berubah sesuai dengan kasusnya seperti yang telah dijelaskan pada Bab II.

Untuk kasus (PQ_{ij} naik, x naik) dan kasus (PQ_{ij} turun, x naik) kendalanya yaitu :

$$PQ_{ij} = \left(1 + \frac{x}{Q_{bij}}\right) PB_{ij} L_x$$

Sedangkan untuk kasus (PQ_{ij} naik, x turun) dan kasus (PQ_{ij} turun, x turun) kendalanya yaitu :

$$PQ_{ij} = \left(1 - \frac{x}{Q_{bij}}\right) PB_{ij} L_x$$

Nilai $Q_{bij} = 2000$

Jika skema pembiayaannya *Flat fee* ditambahkan Kendala :

$$P_X = 0 \quad (3.5)$$

$$P_Y = 0 \quad (3.6)$$

$$P > 0 \quad (3.7)$$

Jika skema pembiayaannya *Usage based* ditambahkan Kendala :

$$P_X > 0 \quad (3.8)$$

$$P_Y > 0 \quad (3.9)$$

$$P = 0 \quad (3.10)$$

Jika Skema pembiayaannya *Two part tariff* ditambahkan Kendala :

$$P_X > 0 \quad (3.11)$$

$$P_Y > 0 \quad (3.12)$$

$$P > 0 \quad (3.13)$$

3.1.2 Solusi Model untuk Konsumen Homogen

Solusi model *improved bundling wireless* konsumen homogen berdasarkan QoS *attribute* dan skema pembiayaan yaitu:

a. QoS Attribute Bandwidth pada Skema Pembiayaan Flat Fee

Solusi model *improved bundling* berdasarkan fungsi utilitas Cobb Douglas untuk konsumen homogen berdasarkan QoS *attribute Bandwidth* pada skema pembiayaan *flat fee* untuk masing-masing kasus yaitu kasus I (PQ_{ij} naik, x naik), kasus II (PQ_{ij} naik, x turun), kasus III (PQ_{ij} turun, x naik), dan kasus IV (PQ_{ij} turun, x turun) ditampilkan pada Tabel 3.1 seperti berikut :

Tabel 3.1 Solusi Model Improved Bundling Wireless Berdasarkan Fungsi Utilitas Cobb Douglas Kasus Homogen pada Skema Pembiayaan Flat Fee

Solver Status	Kasus			
	PQ_{ij} increase x increase	PQ_{ij} increase x decrease	PQ_{ij} decrease x increase	PQ_{ij} decrease x decrease
Model Class	MINLP	MINLP	MINLP	MINLP
State	Local Optimal	Local Optimal	Local Optimal	Local Optimal
Objective	633,272	633,241	633,241	633,241
Infeasibility	0,000114353	0,000114353	0,000114353	0,000114353
Iterations	90	90	90	90
<i>Extended Solver Status</i>				
Solver Type	Branch and Bound	Branch and Bound	Branch and Bound	Branch and Bound
Best Objective	633,272	633,241	633,241	633,241
Steps	1	1	1	1
Update Interval	2	2	2	2
GMU (K)	47	47	47	47
ER (Sec)	1	0	1	1

Pada kasus I dan kasus III solusi optimal yang diperoleh adalah sebesar 633,272 yang didapatkan melalui 90 iterasi dengan *infeasibility* bernilai 0,000114353. *Generated Memory Used (GMU)* menunjukkan jumlah alokasi memori yang digunakan yaitu sebesar 47K dan *Elapsed Runtime (ER)* menjelaskan tentang total waktu yang digunakan untuk

menghasilkan dan menyelesaikan model. Untuk kasus I dan kasus III *ER* yaitu 1 detik.

Pada kasus II dan IV solusi optimal yang diperoleh adalah sebesar 633,241 yang didapatkan melalui 90 iterasi dengan *infeasibility* bernilai 0,000114353. *Generated Memory Used (GMU)* menunjukkan jumlah alokasi memori yang digunakan yaitu sebesar 47K dan *Elapsed Runtime (ER)* menjelaskan tentang total waktu yang digunakan untuk menghasilkan dan menyelesaikan model yaitu 0 detik untuk kasus II dan 1 detik untuk kasus IV.

b. QoS Attribute Bandwidth pada Skema Pembiayaan Usage Based

Solusi model *improved bundling* berdasarkan fungsi utilitas Cobb Douglas untuk konsumen homogen berdasarkan QoS *attribute Bandwidth* pada skema pembiayaan *usage based* untuk masing-masing kasus yaitu kasus I (PQ_{ij} naik, x naik), kasus II (PQ_{ij} naik, x turun), kasus III (PQ_{ij} turun, x naik), dan kasus IV (PQ_{ij} turun, x turun) ditampilkan pada Tabel 3.2 seperti berikut :

Tabel 3.2 Solusi Model Improved Bundling Wireless Berdasarkan Fungsi Utilitas Cobb Douglas Kasus Homogen pada Skema Pembiayaan Usage Based

<i>Solver Status</i>	Kasus			
	PQ_{ij} increase x increase	PQ_{ij} increase x decrease	PQ_{ij} decrease x increase	PQ_{ij} decrease x decrease
<i>Model Class</i>	MINLP	MINLP	MINLP	MINLP
<i>State</i>	Local Optimal	Local Optimal	Local Optimal	Local Optimal
<i>Objective</i>	633,272	633,241	633,241	633,241
<i>Infeasibility</i>	0,000114353	0,000114353	0,000114353	0,000114353
<i>Iterations</i>	92	92	92	92
<i>Extended Solver Status</i>				
<i>Solver Type</i>	Branch and Bound	Branch and Bound	Branch and Bound	Branch and Bound
<i>Best Objective</i>	633,272	633,241	633,241	633,241
<i>Steps</i>	1	1	1	1
<i>Update Interval</i>	2	2	2	2
<i>GMU (K)</i>	47	47	47	47
<i>ER (Sec)</i>	1	1	1	0

Pada kasus I dan kasus III solusi optimal yang diperoleh adalah sebesar 633,272 yang didapatkan melalui 92 iterasi dengan *infeasibility* bernilai 0,000114353. *Generated Memory Used (GMU)* menunjukkan jumlah alokasi memori yang digunakan yaitu sebesar 47K dan *Elapsed Runtime (ER)* menjelaskan tentang total waktu yang digunakan untuk menghasilkan dan menyelesaikan model. Untuk kasus I dan kasus III *ER* yaitu 1 detik.

Pada kasus II dan IV solusi optimal yang diperoleh adalah sebesar 633,241 yang didapatkan melalui 92 iterasi dengan *infeasibility* bernilai 0,000114353. *Generated Memory Used (GMU)* menunjukkan jumlah alokasi memori yang digunakan yaitu sebesar 47K dan *Elapsed Runtime (ER)* menjelaskan tentang total waktu yang digunakan untuk menghasilkan dan menyelesaikan model yaitu 1 detik untuk kasus II dan 0 detik untuk kasus IV.

c. QoS Attribute Bandwidth pada Skema Pembiayaan Two Part Tariff

Solusi model *improved bundling* berdasarkan fungsi utilitas Cobb Douglas untuk konsumen homogen berdasarkan QoS *attribute bandwidth* pada skema pembiayaan *two part tariff* untuk masing-masing kasus yaitu kasus I (PQ_{ij} naik, x naik), kasus II (PQ_{ij} naik, x turun), kasus III (PQ_{ij} turun, x naik), dan kasus IV (PQ_{ij} turun, x turun) ditampilkan pada Tabel 3.3 seperti berikut :

Tabel 3.3 Solusi Model Improved Bundling Wireless Berdasarkan Fungsi Utilitas Cobb Douglas Kasus Homogen pada Skema Pembiayaan Two Part Tariff

Solver Status	Kasus			
	PQ_{ij} increase x increase	PQ_{ij} increase x decrease	PQ_{ij} decrease x increase	PQ_{ij} decrease x decrease
Model Class	MINLP	MINLP	MINLP	MINLP
State	Local Optimal	Local Optimal	Local Optimal	Local Optimal
Objective	633,272	633,241	633,241	633,241
Infeasibility	0,000114353	0,000114353	0,000114353	0,000114353
Iterations	90	90	90	90
<i>Extended Solver Status</i>				
Solver Type	Branch and	Branch and	Branch and	Branch and

	<i>Bound</i>	<i>Bound</i>	<i>Bound</i>	<i>Bound</i>
<i>Best Objective</i>	633,272	633,241	633,241	633,241
<i>Steps</i>	1	1	1	1
<i>Update Interval</i>	2	2	2	2
<i>GMU (K)</i>	47	47	47	47
<i>ER (Sec)</i>	0	0	0	1

Pada kasus I dan kasus III solusi optimal yang diperoleh adalah sebesar 633,272 yang didapatkan melalui 90 iterasi dengan *infeasibility* bernilai 0,000114353.. *Generated Memory Used (GMU)* menunjukkan jumlah alokasi memori yang digunakan yaitu sebesar 47K dan *Elapsed Runtime (ER)* menjelaskan tentang total waktu yang digunakan untuk menghasilkan dan menyelesaikan model. Untuk kasus I dan kasus III *ER* yaitu 0 detik.

Pada kasus II dan IV solusi optimal yang diperoleh adalah sebesar 633,241 yang didapatkan melalui 90 iterasi dengan *infeasibility* bernilai 0,000114353. *Generated Memory Used (GMU)* menunjukkan jumlah alokasi memori yang digunakan yaitu sebesar 47K dan *Elapsed Runtime (ER)* menjelaskan tentang total waktu yang digunakan untuk menghasilkan dan menyelesaikan model yaitu 0 detik untuk kasus II dan 1 detik untuk kasus IV.

3.2 Model *Improved Bundling Internet Wireless* Berdasarkan Fungsi Utilitas Cobb Douglas untuk Konsumen Heterogen

3.2.1 Model Untuk Konsumen Heterogen

Pada kasus konsumen heterogen ini diasumsikan bahwa, konsumen tingkat pemakaian tinggi ($i=1$) dengan tingkat konsumsi maksimum \bar{X}_1 dan \bar{Y}_1 . Konsumen tingkat pemakaian rendah ($i=2$) dengan konsumsi maksimum \bar{X}_2 dan \bar{Y}_2 . Terdapat m konsumen golongan 1 dan n konsumen golongan 2 dengan $a_1 = a_2 = a$ dan $b_1 = b_2 = b$. Dengan memasukkan nilai parameter pada Tabel 2.9, maka akan dibuat model pada konsumen homogen didasarkan pada fungsi objektif (1.1), (1.2) dan (1.3) dengan Kendala (1.1a) sampai (1.1i) dan (1.2a) sampai (1.2d), serta fungsi objektif (1.5) dengan Kendala (1.5a) sampai (1.5s).

Berdasarkan Fungsi Objektif (1.1), (1.2) dan (1.3) didapat :

$$\begin{aligned} \text{Maks } R = & \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J (P_j - B_j) X_{ij} - \sum_{j=1}^J MY_j - X_1^3 Y_1^2 - X_2^3 Y_2^2 + P_X X_1 + P_X X_2 \\ & + P_Y Y_1 + P_Y Y_2 + PZ_1 + PZ_2 \\ & + \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \left(PR_{ij} \pm PQ_{ij} + \alpha_j Z_{ij} + w_j \log \frac{\tilde{X}_{ij}}{L_{mj}} \right) \end{aligned}$$

dengan Kendala (1.1a) sampai (1.1i).

diikuti dengan Kendala (1.2a) didapat :

$$X_1 \leq 53,72 Z_1$$

$$X_2 \leq 33,02 Z_2 \quad (3.15)$$

dengan Kendala (1.2b) didapat :

$$Y_1 \leq 59,57 Z_1$$

$$Y_2 \leq 46,71 Z_2 \quad (3.16)$$

dengan Kendala (1.2c) didapat :

$$X_1^3 Y_1^2 - X_2^3 Y_2^2 + P_X X_1 + P_X X_2 + P_Y Y_1 + P_Y Y_2 + PZ_1 + PZ_2 \geq 0$$

dengan Kendala (1.2d) didapat :

$$Z = 1 \quad (3.17)$$

diikuti dengan Kendala (1.5a) sampai (1.5s). Pada Kendala (1.5a), Kendala akan berubah sesuai dengan kasusnya seperti yang telah dijelaskan pada Bab II.

Untuk kasus (PQ_{ij} naik, x naik) dan kasus (PQ_{ij} turun, x naik) kendalanya yaitu :

$$PQ_{ij} = \left(1 + \frac{x}{Q_{bij}} \right) PB_{ij} L_x$$

Sedangkan untuk kasus (PQ_{ij} naik, x turun) dan kasus (PQ_{ij} turun, x turun) kendalanya yaitu :

$$PQ_{ij} = \left(1 - \frac{x}{Q_{bij}} \right) PB_{ij} L_x$$

Nilai Q_{bij} , jika QoS attribute end to end delay nilai Q_{bij} yaitu 350 dan jika QoS attribute BER nilai Q_{bij} yaitu 10^{-6} atau 10^{-7}

Jika skema pembiayaannya Flat fee ditambahkan Kendala (3.5) sampai Kendala (3.7).

Jika skema pembiayaannya *Usage based* ditambahkan Kendala (3.8) sampai Kendala (3.10).

Jika skema pembiayaannya *Two part tariff* ditambahkan Kendala (3.11) sampai Kendala (3.13).

3.2.2 Solusi Model untuk Konsumen Heterogen

Solusi model *improved bundling* internet *wireless* untuk konsumen heterogen berdasarkan QoS *attribute* dan skema pembiayaan internetnya yaitu :

d. QoS Attribute Bandwidth pada Skema Pembiayaan Flat Fee

Solusi model *improved bundling* berdasarkan fungsi utilitas Cobb Douglas untuk konsumen heterogen berdasarkan QoS *attribute bandwidth* pada skema pembiayaan *flat fee* untuk masing-masing kasus yaitu kasus I (PQ_{ij} naik, x naik), kasus II (PQ_{ij} naik, x turun), kasus III (PQ_{ij} turun, x naik), dan kasus IV (PQ_{ij} turun, x turun) ditampilkan pada Tabel 3.4 seperti berikut :

Tabel 3.4 Solusi Model *Improved Bundling Wireless* Berdasarkan Fungsi Utilitas Cobb Douglas Konsumen Heterogen pada Skema Pembiayaan *Flat Fee*

Solver Status	Kasus			
	PQ_{ij} increase x increase	PQ_{ij} increase x decrease	PQ_{ij} decrease x increase	PQ_{ij} decrease x decrease
Model Class	MINLP	MINLP	MINLP	MINLP
State	Local Optimal	Local Optimal	Local Optimal	Local Optimal
Objective	633,272	633,241	633,272	633,241
Infeasibility	0,000114353	0,000114353	0,000114353	0,000114353
Iterations	90	90	90	90
<i>Extended Solver Status</i>				
Solver Type	Branch and Bound	Branch and Bound	Branch and Bound	Branch and Bound
Best Objective	633,272	633,241	633,272	633,241
Steps	1	1	1	1
Update Interval	2	2	2	2
GMU (K)	48	48	48	48
ER (Sec)	1	1	1	1

Pada kasus I dan kasus III solusi optimal yang diperoleh adalah sebesar 633,272 yang didapatkan melalui 90 iterasi dengan *infeasibility* bernilai

0,000114353. *Generated Memory Used (GMU)* menunjukkan jumlah alokasi memori yang digunakan yaitu sebesar 48K dan *Elapsed Runtime (ER)* menjelaskan tentang total waktu yang digunakan untuk menghasilkan dan menyelesaikan model yaitu 1 detik.

Pada kasus II dan IV solusi optimal yang diperoleh adalah sebesar 633,241 yang didapatkan melalui 90 iterasi dengan infeasibility bernilai 0,000114353. *Generated Memory Used (GMU)* menunjukkan jumlah alokasi memori yang digunakan yaitu sebesar 48K dan *Elapsed Runtime (ER)* menjelaskan tentang total waktu yang digunakan untuk menghasilkan dan menyelesaikan model yaitu 1 detik.

e. QoS Attribute Bandwidth pada Skema Pembiayaan Usage Based

Solusi model *improved bundling* berdasarkan fungsi utilitas Cobb Douglas untuk konsumen heterogen berdasarkan QoS attribute bandwidth pada skema pembiayaan *two part tariff* untuk masing-masing kasus yaitu kasus I (PQ_{ij} naik, x naik), kasus II (PQ_{ij} naik, x turun), kasus III (PQ_{ij} turun, x naik), dan kasus IV (PQ_{ij} turun, x turun) ditampilkan pada Tabel 3.5 seperti berikut :

Tabel 3.5 Solusi Model *Improved Bundling Wireless* Berdasarkan Fungsi Utilitas Cobb Douglas Konsumen Heterogen pada Skema Pembiayaan Usage Based

Solver Status	Kasus			
	PQ_{ij} increase x increase	PQ_{ij} increase x decrease	PQ_{ij} decrease x increase	PQ_{ij} decrease x decrease
Model Class	MINLP	MINLP	MINLP	MINLP
State	Local Optimal	Local Optimal	Local Optimal	Local Optimal
Objective	633,272	633,241	633,272	633,241
Infeasibility	0,000168732	0,000168732	0,000168732	0,000168732
Iterations	84	85	84	85
<i>Extended Solver Status</i>				
Solver Type	Branch and Bound	Branch and Bound	Branch and Bound	Branch and Bound
Best Objective	633,272	633,241	633,272	633,241
Steps	1	1	1	1
Update Interval	2	2	2	2
GMU (K)	48	48	48	48

<i>ER (Sec)</i>	1	1	1	1
-----------------	---	---	---	---

Pada kasus I dan kasus III solusi optimal yang diperoleh adalah sebesar 633,272 yang didapatkan melalui 84 iterasi dengan *infeasibility* bernilai 0,000168732. *Generated Memory Used (GMU)* menunjukkan jumlah alokasi memori yang digunakan yaitu sebesar 48K dan *Elapsed Runtime (ER)* menjelaskan tentang total waktu yang digunakan untuk menghasilkan dan menyelesaikan model yaitu 1 detik.

Pada kasus II dan IV solusi optimal yang diperoleh adalah sebesar 633,241 yang didapatkan melalui 85 iterasi dengan *infeasibility* bernilai 0,000168732. *Generated Memory Used (GMU)* menunjukkan jumlah alokasi memori yang digunakan yaitu sebesar 48K dan *Elapsed Runtime (ER)* menjelaskan tentang total waktu yang digunakan untuk menghasilkan dan menyelesaikan model yaitu 1 detik.

f. QoS Attribute Bandwidth pada Skema Pembiayaan Two Part Tariff

Solusi model *improved bundling* berdasarkan fungsi utilitas Cobb Douglas untuk konsumen heterogen berdasarkan QoS *attribute bandwidth* pada skema pembiayaan *two part tariff* untuk masing-masing kasus yaitu kasus I (PQ_{ij} naik, x naik), kasus II (PQ_{ij} naik, x turun), kasus III (PQ_{ij} turun, x naik), dan kasus IV (PQ_{ij} turun, x turun) ditampilkan pada Tabel 3.6 seperti berikut :

Tabel 3.6 Solusi Model *Improved Bundling Wireless* Berdasarkan Fungsi Utilitas Cobb Douglas Konsumen Heterogen pada Skema Pembiayaan Two Part Tariff

<i>Solver Status</i>	Kasus			
	PQ_{ij} increase x increase	PQ_{ij} increase x decrease	PQ_{ij} decrease x increase	PQ_{ij} decrease x decrease
<i>Model Class</i>	MINLP	MINLP	MINLP	MINLP
<i>State</i>	Local Optimal	Local Optimal	Local Optimal	Local Optimal
<i>Objective</i>	633,272	633,241	633,272	633,241
<i>Infeasibility</i>	0,000168732	0,000168732	0,000168732	0,000168732
<i>Iterations</i>	82	83	82	83
<i>Extended Solver Status</i>				
<i>Solver Type</i>	Branch and	Branch and	Branch and	Branch and

	<i>Bound</i>	<i>Bound</i>	<i>Bound</i>	<i>Bound</i>
<i>Best Objective</i>	633,272	633,241	633,272	633,241
<i>Steps</i>	1	1	1	1
<i>Update Interval</i>	2	2	2	2
<i>GMU (K)</i>	49	49	49	49
<i>ER (Sec)</i>	1	1	0	0

Pada kasus I dan kasus III solusi optimal yang diperoleh adalah sebesar 633,272 yang didapatkan melalui 82 iterasi dengan *infeasibility* bernilai 0,000168732. *Generated Memory Used (GMU)* menunjukkan jumlah alokasi memori yang digunakan yaitu sebesar 49K dan *Elapsed Runtime (ER)* menjelaskan tentang total waktu yang digunakan untuk menghasilkan dan menyelesaikan model yaitu 1 dan 0 detik.

Pada kasus II dan IV solusi optimal yang diperoleh adalah sebesar 633,241 yang didapatkan melalui 83 iterasi dengan *infeasibility* bernilai 0,000168732. *Generated Memory Used (GMU)* menunjukkan jumlah alokasi memori yang digunakan yaitu sebesar 49K dan *Elapsed Runtime (ER)* menjelaskan tentang total waktu yang digunakan untuk menghasilkan dan menyelesaikan model yaitu 1 dan 0 detik.

3.3 Kesimpulan

Skema pembiayaan yang memiliki solusi optimal baik untuk konsumen homogen maupun heterogen yaitu skema pembiayaan *flat fee* dan *two part tariff* dengan Qos *attribute* yang optimal yaitu *BER (Bit Error Rate)* dimana solusi optimal terletak pada kasus I dan kasus III yaitu sebesar $3,04664 \times 10^8$.

BAB IV FUNGSI UTILITAS QUASI-LINIER

Model ini didasari pada penelitian (2008) serta mengkombinasikannya dengan persamaan pada penelitian (2014) yaitu persamaan fungsi utilitas quasi-linier Masing-masing model dibagi berdasarkan jenis konsumennya yaitu konsumen homogen, kosumen heterogen golongan atas dan bawah serta kosumen heterogen tingkat pemakaian tinggi dan rendah.

4.1 Model *Bundling* Internet *Wireless* Berdasarkan Fungsi Utilitas Quasi Linier Konsumen Homogen

4.1.1 Model untuk Konsumen Homogen

Dengan memasukkan nilai parameter pada Tabel 2.9, maka akan dibuat model *bundling wireless* pada konsumen homogen didasarkan pada Fungsi Objektif (1.1), (1.2) dan (1.3) dengan Kendala (1.1a) sampai Kendala (1.1i) dan Kendala (1.2a) sampai Kendala (1.2d), serta fungsi objektif (1.5) dengan Kendala (1.5a) sampai Kendala (1.5s).

Berdasarkan fungsi objektif (1.1), (1.2) dan (1.3) didapat :

$$\begin{aligned} \text{Maks } R = & \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J (P_j - B_j) X_{ij} - \sum_{j=1}^J MY_j - (4X + Y^3) + P_X X + P_Y Y + PZ \\ & + \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \left(PR_{ij} \pm PQ_{ij} + \alpha_j Z_{ij} + w_j \log \frac{\tilde{X}_{ij}}{L_{m_j}} \right) \end{aligned}$$

dengan Kendala (1.1a) sampai Kendala(1.1i).

diikuti dengan Kendala (1.2a) didapat :

$$X_1 \leq 53,72 Z_1$$

dengan Kendala (1.2b) didapat :

$$Y_1 \leq 59,57 Z_1$$

dengan Kendala (1.2c) didapat :

$$(4X + Y^3) + P_X X + P_Y Y + PZ \geq 0$$

dengan Kendala (1.2d) didapat :

$$Z = 1$$

diikuti dengan Kendala (1.5a) sampai Kendala (1.5s). Pada Kendala (1.5a), Kendala akan berubah sesuai dengan kasusnya seperti yang telah dijelaskan pada Bab II.

Untuk kasus (PQ_{ij} naik, x naik) dan kasus (PQ_{ij} turun, x naik) kendalanya yaitu :

$$PQ_{ij} = \left(1 + \frac{x}{Q_{bij}}\right) PB_{ij}Lx$$

Sedangkan untuk kasus (PQ_{ij} naik, x turun) dan kasus (PQ_{ij} turun, x turun) kendalanya yaitu :

$$PQ_{ij} = \left(1 - \frac{x}{Q_{bij}}\right) PB_{ij}Lx$$

Nilai $Q_{bij} = 2000$

Jika skema pembiayaannya *Flat fee* ditambahkan Kendala (3.5) sampai Kendala (3.7).

Jika skema pembiayaannya *Usage based* ditambahkan Kendala (3.8) sampai Kendala (3.10).

Jika skema pembiayaannya *Two part tariff* ditambahkan Kendala (3.11) sampai Kendala (3.13).

4.1.2 Solusi untuk Model *Improved* Konsumen Homogen

Solusi model *improved bundling wireless* untuk konsumen heterogen berdasarkan QoS *attribute* dan skema pembiayaan internetnya yaitu :

a. QoS *Attribute Bandwidth* pada Skema Pembiayaan *Flat Fee*

Solusi model *improved bundling wireless* berdasarkan fungsi utilitas Quasi Linier untuk konsumen homogen berdasarkan QoS *attribute bandwidth* pada skema pembiayaan *Two part tariff* untuk masing-masing kasus yaitu kasus I (PQ_{ij} naik, x naik), kasus II (PQ_{ij} naik, x turun), kasus III (PQ_{ij} turun, x naik), dan kasus IV (PQ_{ij} turun, x turun) ditampilkan pada Tabel 4.1 seperti berikut :

Tabel 4.1 Solusi Model *Improved Bundling Wireless* Berdasarkan Fungsi Utilitas Quasi Linier untuk Konsumen Homogen pada Skema Pembiayaan *Flat Fee*

Solver Status	Kasus			
	PQ_{ij} increase x increase	PQ_{ij} increase x decrease	PQ_{ij} decrease x increase	PQ_{ij} decrease x decrease
Model Class	MINLP	MINLP	MINLP	MINLP
State	Local Optimal	Local Optimal	Local Optimal	Local Optimal
Objective	633,272	633,272	633,272	633,272
Infeasibility	0,000114354	0,000114354	0,000114354	0,000114354
Iterations	89	89	89	89
Extended Solver Status				
Solver Type	Branch and Bound	Branch and Bound	Branch and Bound	Branch and Bound
Best Objective	633,272	633,272	633,272	633,272
Steps	1	1	1	1
Update Interval	2	2	2	2
GMU (K)	47	47	47	47
ER (Sec)	0	1	1	0

Pada kasus I dan kasus III solusi optimal yang diperoleh adalah sebesar 633,272 yang didapatkan melalui 89 iterasi dengan *infeasibility* bernilai 0,000114354. *Generated Memory Used (GMU)* menunjukkan jumlah alokasi memori yang digunakan yaitu sebesar 47K dan *Elapsed Runtime (ER)* menjelaskan tentang total waktu yang digunakan untuk menghasilkan dan menyelesaikan model. *ER* untuk kasus I yaitu 0 detik sedangkan *ER* untuk kasus III yaitu 1 detik.

Pada kasus II dan IV solusi optimal yang diperoleh adalah sebesar 633,272 yang didapatkan melalui 89 iterasi dengan *infeasibility* bernilai 0,000114354. *Generated Memory Used (GMU)* menunjukkan jumlah alokasi memori yang digunakan yaitu sebesar 47K dan *Elapsed Runtime (ER)* menjelaskan tentang total waktu yang digunakan untuk menghasilkan dan menyelesaikan model yaitu 1 dan 0 detik.

b. QoS Attribute *Bandwidth* pada Skema Pembiayaan *Usage Based*

Solusi model *improved bundling wireless* berdasarkan fungsi utilitas Quasi Linier untuk konsumen homogen berdasarkan QoS *attribute bandwidth* pada skema pembiayaan *Two part tariff* untuk masing-masing kasus yaitu

kasus I (PQ_{ij} naik, x naik), kasus II (PQ_{ij} naik, x turun), kasus III (PQ_{ij} turun, x naik), dan kasus IV (PQ_{ij} turun, x turun) ditampilkan pada Tabel 4.2 seperti berikut :

Tabel 4.2 Solusi Model Improved Bundling Wireless Berdasarkan Fungsi Utilitas Quasi Linier untuk Konsumen Homogen pada Skema Pembiayaan Usage Based

Solver Status	Kasus			
	PQ_{ij} increase x increase	PQ_{ij} increase x decrease	PQ_{ij} decrease x increase	PQ_{ij} decrease x decrease
Model Class	MINLP	MINLP	MINLP	MINLP
State	Local Optimal	Local Optimal	Local Optimal	Local Optimal
Objective	633,272	633,272	633,272	633,272
Infeasibility	0,000114353	0,000114353	0,000114353	0,000114353
Iterations	92	92	92	92
<i>Extended Solver Status</i>				
Solver Type	Branch and Bound	Branch and Bound	Branch and Bound	Branch and Bound
Best Objective	633,272	633,272	633,272	633,272
Steps	1	1	1	1
Update Interval	2	2	2	2
GMU (K)	47	47	47	47
ER (Sec)	1	1	0	1

Pada kasus I dan kasus III solusi optimal yang diperoleh adalah sebesar 633,272 yang didapatkan melalui 92 iterasi dengan *infeasibility* bernilai 0,000114353. *Generated Memory Used (GMU)* menunjukkan jumlah alokasi memori yang digunakan yaitu sebesar 47K dan *Elapsed Runtime (ER)* menjelaskan tentang total waktu yang digunakan untuk menghasilkan dan menyelesaikan model. *ER* untuk kasus I yaitu 1 detik sedangkan *ER* untuk kasus III yaitu 0 detik.

Pada kasus II dan IV solusi optimal yang diperoleh adalah sebesar 618,733 yang didapatkan melalui 88 iterasi dengan *infeasibility* bernilai $7,9831 \times 10^{-6}$. *Generated Memory Used* (GMU) menunjukkan jumlah alokasi memori yang digunakan yaitu sebesar 47K dan *Elapsed Runtime* (ER) menjelaskan tentang total waktu yang digunakan untuk menghasilkan dan menyelesaikan model yaitu 1 detik.

c. QoS Attribute Bandwidth pada Skema Pembiayaan Two Part

Tariff

Solusi model *improved bundling wireless* berdasarkan fungsi utilitas Quasi Linier untuk konsumen homogen berdasarkan QoS attribute BER (*Bit Error Rate*) pada skema pembiayaan *Two part tariff* untuk masing-masing kasus yaitu kasus I (PQ_{ij} naik, x naik), kasus II (PQ_{ij} naik, x turun), kasus III (PQ_{ij} turun, x naik), dan kasus IV (PQ_{ij} turun, x turun) ditampilkan pada Tabel 4.3 seperti berikut :

Tabel 4.3 Solusi Model *Improved Bundling Wireless* Berdasarkan Fungsi Utilitas Quasi Linier untuk Konsumen Homogen pada Skema Pembiayaan *Two Part Tariff*

<i>Solver Status</i>	Kasus			
	PQ_{ij} increase x increase	PQ_{ij} increase x decrease	PQ_{ij} decrease x increase	PQ_{ij} decrease x decrease
<i>Model Class</i>	<i>MINLP</i>	<i>MINLP</i>	<i>MINLP</i>	<i>MINLP</i>
<i>State</i>	<i>Local Optimal</i>	<i>Local Optimal</i>	<i>Local Optimal</i>	<i>Local Optimal</i>
<i>Objective</i>	633,272	633,272	633,272	633,272
<i>Infeasibility</i>	0,000114353	0,000114353	0,000114353	0,000114353
<i>Iterations</i>	90	90	90	90
<i>Extended Solver Status</i>				
<i>Solver Type</i>	<i>Branch and Bound</i>	<i>Branch and Bound</i>	<i>Branch and Bound</i>	<i>Branch and Bound</i>
<i>Best Objective</i>	633,272	633,272	633,272	633,272
<i>Steps</i>	1	1	1	1
<i>Update Interval</i>	2	2	2	2

<i>GMU (K)</i>	47	47	47	47
<i>ER (Sec)</i>	0	0	1	1

Pada kasus I dan kasus III solusi optimal yang diperoleh adalah sebesar 633,272 yang didapatkan melalui 90 iterasi dengan *infeasibility* bernilai 0,000114353. *Generated Memory Used (GMU)* menunjukkan jumlah alokasi memori yang digunakan yaitu sebesar 47K dan *Elapsed Runtime (ER)* menjelaskan tentang total waktu yang digunakan untuk menghasilkan dan menyelesaikan model. *ER* untuk kasus I yaitu 0 detik sedangkan *ER* untuk kasus III yaitu 1 detik.

Pada kasus II dan IV solusi optimal yang diperoleh adalah sebesar 633,272 yang didapatkan melalui 90 iterasi dengan *infeasibility* bernilai 0,000114353. *Generated Memory Used (GMU)* menunjukkan jumlah alokasi memori yang digunakan yaitu sebesar 47K dan *Elapsed Runtime (ER)* menjelaskan tentang total waktu yang digunakan untuk menghasilkan dan menyelesaikan model yaitu kasus II 0 detik sedangkan *ER* untuk kasus IV yaitu 1 detik.

4.2 Model *Improved Bundling Internet Wireless* Berdasarkan Fungsi Utilitas Quasi Linier untuk Konsumen Heterogen

4.2.1 Model *Improved* untuk Konsumen Heterogen

Pada kasus konsumen heterogen ini diasumsikan bahwa, konsumen tingkat pemakaian tinggi ($i=1$) dengan tingkat konsumsi maksimum \bar{X}_1 dan \bar{Y}_1 . Konsumen tingkat pemakaian rendah ($i=2$) dengan konsumsi maksimum \bar{X}_2 dan \bar{Y}_2 . Terdapat m konsumen golongan 1 dan n konsumen golongan 2 dengan $a_1 = a_2 = a$ dan $b_1 = b_2 = b$. Dengan memasukkan nilai parameter pada Tabel 4.9, maka akan dibuat model pada konsumen homogen didasarkan pada fungsi objektif (1.1), (1.2) dan (1.3) dengan Kendala (1.1a) sampai Kendala(1.1i) dan Kendala(1.2a) sampai Kendala(1.2d), serta fungsi objektif (1.5) dengan Kendala (1.5a) sampai Kendala(1.5s).

Berdasarkan Fungsi Objektif (1.1), (1.2) dan (1.3) didapat :

$$\begin{aligned} \text{Maks R} = & \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J (P_j - B_j) X_{ij} - \sum_{j=1}^J M Y_j - (3X_1 + Y_1^2) - (3X_2 + Y_2^2) + P_X X_1 \\ & + P_X X_2 + P_Y Y_1 + P_Y Y_2 + P Z_1 + P Z_2 \\ & + \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \left(P R_{ij} \pm P Q_{ij} + \alpha_j Z_{ij} + w_j \log \frac{\tilde{X}_{ij}}{L_{mj}} \right) \end{aligned}$$

dengan Kendala (1.1a) sampai (1.1i).

diikuti dengan Kendala (1.2a) didapat :

$$X_1 \leq 53,72 Z_1$$

$$X_2 \leq 33,02 Z_2$$

dengan Kendala (1.2b) didapat :

$$Y_1 \leq 59,57 Z_1$$

$$Y_2 \leq 46,71 Z_2$$

dengan Kendala (1.2c) didapat :

$$(3X_1 + Y_1^2) - (3X_2 + Y_2^2) + P_X X_1 + P_X X_2 + P_Y Y_1 + P_Y Y_2 + P Z_1 + P Z_2 \geq 0$$

dengan Kendala (1.2d) didapat :

$$Z = 1$$

diikuti dengan Kendala (1.5a) sampai (1.5s). Pada Kendala (1.5a), Kendala akan berubah sesuai dengan kasusnya seperti yang telah dijelaskan pada Bab II.

Untuk kasus (PQ_{ij} naik, x naik) dan kasus (PQ_{ij} turun, x naik) Kendalanya yaitu :

$$PQ_{ij} = \left(1 + \frac{x}{Q_{bij}} \right) PB_{ij} L_x$$

Sedangkan untuk kasus (PQ_{ij} naik, x turun) dan kasus (PQ_{ij} turun, x turun) Kendalanya yaitu :

$$PQ_{ij} = \left(1 - \frac{x}{Q_{bij}} \right) PB_{ij} L_x$$

Nilai Q_{bij} , jika QoS attribute end to end delay nilai Q_{bij} yaitu 350 dan jika QoS attribute BER nilai Q_{bij} yaitu 10^{-6} atau 10^{-7} .

Jika skema pembiayaannya Flat fee ditambahkan Kendala (3.5) sampai Kendala (3.7).

Jika skema pembiayaannya *Usage based* ditambahkan Kendala (3.8) sampai Kendala (3.10).

Jika skema pembiayaannya *Two Part tariff* ditambahkan Kendala (3.11) sampai Kendala (3.13).

4.2.2 Solusi Model *Improved* untuk Konsumen Heterogen

Solusi model *improved bundling wireless* untuk konsumen heterogen berdasarkan QoS *attribute* dan skema pembiayaan internetnya yaitu :

d. QoS *Attribute Bandwidth* pada Skema Pembiayaan *Flat Fee*

Solusi model *improved bundling wireless* berdasarkan fungsi utilitas Quasi Linier untuk konsumen heterogen berdasarkan QoS *attribute bandwidth* pada skema pembiayaan *two part tariff* untuk masing-masing kasus yaitu kasus I (PQ_{ij} naik, x naik), kasus II (PQ_{ij} naik, x turun), kasus III (PQ_{ij} turun, x naik), dan kasus IV (PQ_{ij} turun, x turun) ditampilkan pada Tabel 4.4 seperti berikut:

Tabel 4.4 Solusi Model *Improved Bundling Wireless* Berdasarkan Fungsi Utilitas Quasi Linier untuk Konsumen Heterogen pada Skema Pembiayaan *Flat Fee*

Solver Status	Kasus			
	PQ_{ij} increase x increase	PQ_{ij} increase x decrease	PQ_{ij} decrease x increase	PQ_{ij} decrease x decrease
Model Class	MINLP	MINLP	MINLP	MINLP
State	Local Optimal	Local Optimal	Local Optimal	Local Optimal
Objective	633,272	633,241	633,272	633,241
Infeasibility	0,000114353	0,000114353	0,000114353	0,000114353
Iterations	90	90	90	90
Extended Solver Status				
Solver Type	Branch and Bound	Branch and Bound	Branch and Bound	Branch and Bound
Best Objective	633,272	633,241	633,272	633,241
Steps	1	1	1	1
Update Interval	2	2	2	2
GMU (K)	48	48	48	48
ER (Sec)	0	0	0	1

Pada kasus I dan kasus III solusi optimal yang diperoleh adalah sebesar 633,272 yang didapatkan melalui 90 iterasi dengan *infeasibility* bernilai 0,000114353. *Generated Memory Used (GMU)* menunjukkan jumlah

alokasi memori yang digunakan yaitu sebesar 48K dan *Elapsed Runtime (ER)* menjelaskan tentang total waktu yang digunakan untuk menghasilkan dan menyelesaikan model yaitu 0 detik.

Pada kasus II dan IV solusi optimal yang diperoleh adalah sebesar 633,241 yang didapatkan melalui 90 iterasi dengan *infeasibility* bernilai 0,000114353. *Generated Memory Used (GMU)* menunjukkan jumlah alokasi memori yang digunakan yaitu sebesar 49K dan *Elapsed Runtime (ER)* menjelaskan tentang total waktu yang digunakan untuk menghasilkan dan menyelesaikan model yaitu 0 detik untuk kasus II dan 1 detik untuk kasus IV.

e. QoS Attribute Bandwidth pada Skema Pembiayaan Usage Based

Solusi model *improved bundling wireless* berdasarkan fungsi utilitas Quasi Linier untuk konsumen heterogen berdasarkan QoS *attribute bandwidth* pada skema pembiayaan *two part tariff* untuk masing-masing kasus yaitu kasus I (PQ_{ij} naik, x naik), kasus II (PQ_{ij} naik, x turun), kasus III (PQ_{ij} turun, x naik), dan kasus IV (PQ_{ij} turun, x turun) ditampilkan pada Tabel 4.5 seperti berikut :

Tabel 4.5 Solusi Model Improved Bundling Wireless Berdasarkan Fungsi Utilitas Quasi Linier untuk Konsumen Heterogen pada Skema Pembiayaan Usage Based

Solver Status	Kasus			
	PQ_{ij} increase x increase	PQ_{ij} increase x decrease	PQ_{ij} decrease x increase	PQ_{ij} decrease x decrease
Model Class	MINLP	MINLP	MINLP	MINLP
State	Local Optimal	Local Optimal	Local Optimal	Local Optimal
Objective	633,272	633,241	633,272	633,241
Infeasibility	0,000168732	0,000168732	0,000168732	0,000168732
Iterations	84	85	84	85
Extended Solver Status				
Solver Type	Branch and Bound	Branch and Bound	Branch and Bound	Branch and Bound
Best Objective	633,272	633,241	633,272	633,241
Steps	1	1	1	1
Update Interval	2	2	2	2
GMU (K)	48	48	48	48
ER (Sec)	0	1	0	0

Pada kasus I dan kasus III solusi optimal yang diperoleh adalah sebesar 633,272 yang didapatkan melalui 84 iterasi dengan *infeasibility* bernilai 0,000168732. *Generated Memory Used (GMU)* menunjukkan jumlah alokasi memori yang digunakan yaitu sebesar 49K dan *Elapsed Runtime (ER)* menjelaskan tentang total waktu yang digunakan untuk menghasilkan dan menyelesaikan model yaitu 0 detik.

Pada kasus II dan IV solusi optimal yang diperoleh adalah sebesar 633,241 yang didapatkan melalui 85 iterasi dengan *infeasibility* bernilai 0,000168732. *Generated Memory Used (GMU)* menunjukkan jumlah alokasi memori yang digunakan yaitu sebesar 48K dan *Elapsed Runtime (ER)* menjelaskan tentang total waktu yang digunakan untuk menghasilkan dan menyelesaikan model yaitu 1 detik untuk kasus II dan 0 detik untuk kasus IV.

f. QoS Attribute Bandwidth pada Skema Pembiayaan Two Part tariff

Solusi model *improved bundling wireless* berdasarkan fungsi utilitas Quasi Linier untuk konsumen heterogen berdasarkan QoS *attribute bandwidth* pada skema pembiayaan *two part tariff* untuk masing-masing kasus yaitu kasus I (PQ_{ij} naik, x naik), kasus II (PQ_{ij} naik, x turun), kasus III (PQ_{ij} turun, x naik), dan kasus IV (PQ_{ij} turun, x turun) ditampilkan pada Tabel 4.6 seperti berikut :

Tabel 4.6 Solusi Model Improved Bundling Wireless Berdasarkan Fungsi Utilitas Quasi Linier untuk Konsumen Heterogen pada Skema Pembiayaan Two Part Tariff

Solver Status	Kasus			
	PQ_{ij} increase x increase	PQ_{ij} increase x decrease	PQ_{ij} decrease x increase	PQ_{ij} decrease x decrease
Model Class	MINLP	MINLP	MINLP	MINLP
State	Local Optimal	Local Optimal	Local Optimal	Local Optimal
Objective	633,272	633,241	633,272	633,241
Infeasibility	0,000168732	0,000168732	0,000168732	0,000168732
Iterations	82	83	82	83
<i>Extended Solver Status</i>				
Solver Type	Branch and Bound	Branch and Bound	Branch and Bound	Branch and Bound

<i>Best Objective</i>	633,272	633,241	633,272	633,241
<i>Steps</i>	1	1	1	1
<i>Update Interval</i>	2	2	2	2
<i>GMU (K)</i>	49	49	49	49
<i>ER (Sec)</i>	0	0	0	1

Pada kasus I dan kasus III solusi optimal yang diperoleh adalah sebesar 633,272 yang didapatkan melalui 82 iterasi dengan *infeasibility* bernilai 0,000168732. *Generated Memory Used (GMU)* menunjukkan jumlah alokasi memori yang digunakan yaitu sebesar 49K dan *Elapsed Runtime (ER)* menjelaskan tentang total waktu yang digunakan untuk menghasilkan dan menyelesaikan model yaitu 0 detik.

Pada kasus II dan IV solusi optimal yang diperoleh adalah sebesar 633,241 yang didapatkan melalui 83 iterasi dengan *infeasibility* bernilai 0,000168732. *Generated Memory Used (GMU)* menunjukkan jumlah alokasi memori yang digunakan yaitu sebesar 49K dan *Elapsed Runtime (ER)* menjelaskan tentang total waktu yang digunakan untuk menghasilkan dan menyelesaikan model yaitu 0 detik untuk kasus II dan 1 detik untuk kasus IV.

4.3 Kesimpulan

Skema pembiayaan yang memiliki solusi optimal baik untuk konsumen homogen maupun heterogen yaitu skema pembiayaan *flat fee* dengan *Qos attribute Bandwidth* dimana solusi optimal terletak pada kasus I yaitu sebesar $3,04664 \times 10^8$.

BAB V FUNGSI UTILITAS *PERFECT SUBSTITUTE*

Model modifikasi untuk konsumen heterogen ini didasari pada penelitian (2008) serta mengkombinasikannya dengan persamaan fungsi utilitas *Perfect Substitute*. Pada sub bab ini dibahas model untuk konsumen heterogen golongan pemakaian tinggi dan rendah.

5.1 Model *Improved Bundling Jaringan Internet Wireless* Berdasarkan Fungsi Utilitas *Perfect Substitute* untuk Konsumen Homogen

Pada model ini didasari oleh penelitian Wu *et al.*, (2008) dan mengkombinasikannya dengan persamaan pada penelitian Hutchinson (2011) yaitu persamaan fungsi utilitas *perfect substitute* dan mengembangkan model QoS *attribute End to Delay* dan *BER (Bit Error Rate)* berdasarkan fungsi utilitas *perfect substitute* yang konsumennya dibagi 2 jenis yaitu konsumen homogen dan heterogen.

Pada kasus konsumen homogen ini, anggap semua konsumen memiliki tingkat kepuasan yang sama dan tingkat maksimum penggunaan yang sama yaitu \bar{X} dan \bar{Y} . Dengan memasukkan nilai parameter pada Tabel 4.6, maka akan dibuat model pada konsumen homogen didasarkan pada fungsi objektif (1.1), (1.2), dan (1.3) dengan kendala (1.1a) sampai (1.1i) dan (1.2a) sampai (1.2d), serta fungsi objektif (1.5) dengan kendala (1.5a) sampai (1.5s).

Berdasarkan Fungsi Objektif (1.1), (1.2), dan (1.3) diperoleh:

$$\begin{aligned} \text{Maks R} &= \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 (P_j - B_j) X_{ij} - \sum_{j=1}^2 M Y_j - (6X + 5Y - P_X X - P_Y Y - PZ) \\ &\quad + \sum_j \sum_i (P R_{ij} \pm P Q_{ij} + \alpha_j Z_{ij} + W_j \log \frac{\tilde{X}_{ij}}{L_{mj}}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Maks R} &= ((P_1 - 200) X_{11} + (P_1 - 200) X_{21} + (P_2 - 15) X_{12} + (P_2 - 15) X_{22} - (200Y_1 + 200Y_2) - (6X + 5Y - P_X X - P_Y Y - PZ) + (0,5 \pm P Q_{11} + \end{aligned}$$

$$0,1 \cdot Z_{11} + W_1 \log \frac{\bar{X}_{11}}{L_{m_1}} + \left(0,6 \pm PQ_{12} + 0,2 \cdot Z_{12} + W_2 \log \frac{\bar{X}_{12}}{L_{m_2}}\right) + \left(0,4 \pm PQ_{21} + 0,1 \cdot Z_{21} + W_1 \log \frac{\bar{X}_{21}}{L_{m_1}}\right) + \left(0,7 \pm PQ_{22} + 0,2 \cdot Z_{22} + W_2 \log \frac{\bar{X}_{22}}{L_{m_2}}\right)$$

dengan Kendala (1.1a) sampai (1.1i) di ikuti Kendala (1.2a) diperoleh:

$$X \leq 4877,11$$

dengan Kendala (2.2b) diperoleh:

$$Y \leq 2709,70$$

dengan kendala (2.2c) diperoleh:

$$6X + 5Y - P_X X - P_Y Y - P_Z \geq 0$$

dengan Kendala (2.2c) diperoleh:

$$Z = 1$$

diikuti dengan Kendala (1.5a) sampai (1.5s). Pada Kendala (1.5a), Kendala akan berubah sesuai dengan kasusnya seperti yang telah dijelaskan pada Bab II.

Untuk kasus (PQ_{ij} naik, x naik) dan kasus (PQ_{ij} turun, x naik) Kendalanya yaitu :

$$PQ_{ij} = \left(1 + \frac{x}{Q_{bij}}\right) PB_{ij} L_x$$

Sedangkan untuk kasus (PQ_{ij} naik, x turun) dan kasus (PQ_{ij} turun, x turun) Kendalanya yaitu :

$$PQ_{ij} = \left(1 - \frac{x}{Q_{bij}}\right) PB_{ij} L_x$$

Nilai $Q_{bij} = 2000$

Jika skema pembiayaannya *Flat fee* ditambahkan Kendala (3.5) sampai Kendala (3.7).

Jika skema pembiayaannya *Usage based* ditambahkan Kendala (3.8) sampai Kendala (3.10).

Jika skema pembiayaannya *Two Part tariff* ditambahkan Kendala (3.11) sampai Kendala (3.13).

5.1.1 Solusi Model untuk Konsumen Homogen

Solusi model *Improved bundling wireless* konsumen homogen berdasarkan QoS *attribute* dan skema pembiayaan yaitu:

a. QoS Attribute Bandwidth pada Skema Pembiayaan Flat Fee

Solusi model *improved bundling wireless* berdasarkan fungsi utilitas Quasi Linier untuk konsumen heterogen berdasarkan QoS *attribute bandwidth* pada skema pembiayaan *two part tariff* untuk masing-masing kasus yaitu kasus I (PQ_{ij} naik, x naik), kasus II (PQ_{ij} naik, x turun), kasus III (PQ_{ij} turun, x naik), dan kasus IV (PQ_{ij} turun, x turun) ditampilkan pada Tabel 5.1 seperti berikut:

Tabel 5.1 Solusi Model *Improved Bundling Wireless* Berdasarkan Fungsi Utilitas Quasi Linier untuk Konsumen Homogen pada Skema Pembiayaan *Flat Fee*

Solver Status	Kasus			
	PQ_{ij} increase x increase	PQ_{ij} increase x decrease	PQ_{ij} decrease x increase	PQ_{ij} decrease x decrease
Model Class	MINLP	MINLP	MINLP	MINLP
State	Local Optimal	Local Optimal	Local Optimal	Local Optimal
Objective	5433,08	5433,08	5433,08	5433,08
Infeasibility	$2,52909 \times 10^{-8}$	$2,52909 \times 10^{-8}$	$2,52909 \times 10^{-8}$	$2,52909 \times 10^{-8}$
Iterations	80	80	80	80
Extended Solver Status				
Solver Type	Branch and Bound	Branch and Bound	Branch and Bound	Branch and Bound
Best Objective	5433,08	5433,08	5433,08	5433,08
Steps	1	1	1	1
Update Interval	2	2	2	2
GMU (K)	47	47	47	47
ER (Sec)	0	0	0	1

Pada kasus I, II, III dan IV solusi optimal yang diperoleh adalah sebesar 5433,08 yang didapatkan melalui 80 iterasi dengan *infeasibility* bernilai $2,52909 \times 10^{-8}$. *Generated Memory Used* (GMU) menunjukkan jumlah alokasi memori yang digunakan yaitu sebesar 47K dan *Elapsed Runtime* (ER) menjelaskan tentang total waktu yang digunakan untuk menghasilkan dan menyelesaikan model yaitu 0 detik.

b. QoS Attribute Bandwidth pada Skema Pembiayaan Usage Based

Solusi model *improved bundling wireless* berdasarkan fungsi utilitas Quasi Linier untuk konsumen heterogen berdasarkan QoS *attribute bandwidth* pada skema pembiayaan *two part tariff* untuk masing-masing kasus yaitu kasus I (PQ_{ij} naik, x naik), kasus II (PQ_{ij} naik, x turun), kasus III (PQ_{ij} turun, x naik), dan kasus IV (PQ_{ij} turun, x turun) ditampilkan pada Tabel 5.2 seperti berikut :

Tabel 5.2 Solusi Model Improved Bundling Wireless Berdasarkan Fungsi Utilitas Quasi Linier untuk Konsumen Homogen pada Skema Pembiayaan Usage Based

Solver Status	Kasus			
	PQ_{ij} increase x increase	PQ_{ij} increase x decrease	PQ_{ij} decrease x increase	PQ_{ij} decrease x decrease
Model Class	MINLP	MINLP	MINLP	MINLP
State	Local Optimal	Local Optimal	Local Optimal	Local Optimal
Objective	5433,08	5433,08	5433,08	5433,08
Infeasibility	$2,52909 \times 10^{-8}$	$2,52909 \times 10^{-8}$	$2,52909 \times 10^{-8}$	$2,52909 \times 10^{-8}$
Iterations	80	80	80	80
Extended Solver Status				
Solver Type	Branch and Bound	Branch and Bound	Branch and Bound	Branch and Bound
Best Objective	5433,08	5433,08	5433,08	5433,08
Steps	1	1	1	1
Update Interval	2	2	2	2
GMU (K)	47	47	47	47
ER (Sec)	0	0	0	1

Pada kasus I , II, III dan IV solusi optimal yang diperoleh adalah sebesar 5433,08 yang didapatkan melalui 80 iterasi dengan *infeasibility* bernilai $2,52909 \times 10^{-8}$. *Generated Memory Used* (GMU) menunjukkan jumlah alokasi memori yang digunakan yaitu sebesar 47K dan *Elapsed Runtime* (ER) menjelaskan tentang total waktu yang digunakan untuk menghasilkan dan menyelesaikan model yaitu 0 detik.

c. QoS Attribute Bandwidth pada Skema Pembiayaan Two Part tariff

Solusi model *improved bundling wireless* berdasarkan fungsi utilitas Quasi Linier untuk konsumen heterogen berdasarkan QoS *attribute bandwidth* pada skema pembiayaan *two part tariff* untuk masing-masing kasus yaitu kasus I (PQ_{ij} naik, x naik), kasus II (PQ_{ij} naik, x turun), kasus III (PQ_{ij} turun, x naik), dan kasus IV (PQ_{ij} turun, x turun) ditampilkan pada Tabel 5.3 seperti berikut :

Tabel 5.3 Solusi Model *Improved Bundling Wireless* Berdasarkan Fungsi Utilitas Quasi Linier untuk Konsumen Homogen pada Skema Pembiayaan *Two Part Tariff*

Solver Status	Kasus			
	PQ_{ij} increase x increase	PQ_{ij} increase x decrease	PQ_{ij} decrease x increase	PQ_{ij} decrease x decrease
Model Class	MINLP	MINLP	MINLP	MINLP
State	Local Optimal	Local Optimal	Local Optimal	Local Optimal
Objective	5433,08	5433,08	5433,08	5433,08
Infeasibility	$2,52909 \times 10^{-8}$	$2,52909 \times 10^{-8}$	$2,52909 \times 10^{-8}$	$2,52909 \times 10^{-8}$
Iterations	80	80	80	80
Extended Solver Status				
Solver Type	Branch and Bound	Branch and Bound	Branch and Bound	Branch and Bound
Best Objective	5433,08	5433,08	5433,08	5433,08
Steps	1	1	1	1
Update Interval	2	2	2	2
GMU (K)	47	47	47	47
ER (Sec)	0	0	0	1

Pada kasus I , II, III dan IV solusi optimal yang diperoleh adalah sebesar 5433,08 yang didapatkan melalui 80 iterasi dengan *infeasibility* bernilai $2,52909 \times 10^{-8}$. *Generated Memory Used (GMU)* menunjukkan jumlah alokasi memori yang digunakan yaitu sebesar 47K dan *Elapsed Runtime (ER)* menjelaskan tentang total waktu yang digunakan untuk menghasilkan dan menyelesaikan model yaitu 0 detik.

5.1.2 Solusi Model *Improved* untuk Konsumen Heterogen

Solusi model *improved bundling wireless* untuk konsumen heterogen berdasarkan QoS *attribute* dan skema pembiayaan internetnya yaitu :

d. QoS *Attribute Bandwidth* pada Skema Pembiayaan *Flat Fee*

Solusi model *improved bundling wireless* berdasarkan fungsi utilitas Quasi Linier untuk konsumen heterogen berdasarkan QoS *attribute bandwidth* pada skema pembiayaan *two part tariff* untuk masing-masing kasus yaitu kasus I (PQ_{ij} naik, x naik), kasus II (PQ_{ij} naik, x turun), kasus III (PQ_{ij} turun, x naik), dan kasus IV (PQ_{ij} turun, x turun) ditampilkan pada Tabel 5.4 seperti berikut:

Tabel 5.4 Solusi Model *Improved Bundling Wireless* Berdasarkan Fungsi Utilitas Quasi Linier untuk Konsumen Heterogen pada Skema Pembiayaan *Flat Fee*

Solver Status	Kasus			
	PQ_{ij} increase x increase	PQ_{ij} increase x decrease	PQ_{ij} decrease x increase	PQ_{ij} decrease x decrease
Model Class	MINLP	MINLP	MINLP	MINLP
State	Local Optimal	Local Optimal	Local Optimal	Local Optimal
Objective	5429,08	5429,08	5429,08	5429,08
Infeasibility	$5,4374 \times 10^{-8}$	$5,4374 \times 10^{-8}$	$5,4374 \times 10^{-8}$	$5,4374 \times 10^{-8}$
Iterations	81	81	81	81
Extended Solver Status				
Solver Type	Branch and Bound	Branch and Bound	Branch and Bound	Branch and Bound
Best Objective	5429,08	5429,08	5429,08	5429,08
Steps	1	1	1	1
Update Interval	2	2	2	2
GMU (K)	49	49	49	49
ER (Sec)	0	0	0	1

Pada kasus I , II, III dan IV solusi optimal yang diperoleh adalah sebesar 5429,08 yang didapatkan melalui 81 iterasi dengan *infeasibility* bernilai $5,4374 \times 10^{-8}$. *Generated Memory Used* (GMU) menunjukkan jumlah alokasi memori yang digunakan yaitu sebesar 49K dan *Elapsed Runtime* (ER) menjelaskan tentang total waktu yang digunakan untuk menghasilkan dan menyelesaikan model yaitu 0 detik.

e. **QoS Attribute Bandwidth pada Skema Pembiayaan Usage Based**

Solusi model *improved bundling wireless* berdasarkan fungsi utilitas Quasi Linier untuk konsumen heterogen berdasarkan QoS *attribute bandwidth* pada skema pembiayaan *two part tariff* untuk masing-masing kasus yaitu kasus I (PQ_{ij} naik, x naik), kasus II (PQ_{ij} naik, x turun), kasus III (PQ_{ij} turun, x naik), dan kasus IV (PQ_{ij} turun, x turun) ditampilkan pada Tabel 5.5 seperti berikut :

Tabel 5.5 Solusi Model *Improved Bundling Wireless* Berdasarkan Fungsi Utilitas Quasi Linier untuk Konsumen Homogen pada Skema Pembiayaan Usage Based

Solver Status	Kasus			
	PQ_{ij} increase x increase	PQ_{ij} increase x decrease	PQ_{ij} decrease x increase	PQ_{ij} decrease x decrease
Model Class	MINLP	MINLP	MINLP	MINLP
State	Local Optimal	Local Optimal	Local Optimal	Local Optimal
Objective	5433,08	5433,08	5433,08	5433,08
Infeasibility	$3,96935 \times 10^{-8}$	$3,96935 \times 10^{-8}$	$3,96935 \times 10^{-8}$	$3,96935 \times 10^{-8}$
Iterations	116	116	116	116
Extended Solver Status				
Solver Type	Branch and Bound	Branch and Bound	Branch and Bound	Branch and Bound
Best Objective	5433,08	5433,08	5433,08	5433,08
Steps	1	1	1	1
Update Interval	2	2	2	2
GMU (K)	49	49	49	49
ER (Sec)	0	0	0	1

Pada kasus I , II, III dan IV solusi optimal yang diperoleh adalah sebesar 5433,08 yang didapatkan melalui 116 iterasi dengan *infeasibility* bernilai $3,96935 \times 10^{-8}$. *Generated Memory Used* (GMU) menunjukkan jumlah alokasi memori yang digunakan yaitu sebesar 49K dan *Elapsed Runtime* (ER) menjelaskan tentang total waktu yang digunakan untuk menghasilkan dan menyelesaikan model yaitu 0 detik.

f. QoS Attribute Bandwidth pada Skema Pembiayaan Two Part tariff

Solusi model *improved bundling wireless* berdasarkan fungsi utilitas Quasi Linier untuk konsumen heterogen berdasarkan QoS *attribute bandwidth* pada skema pembiayaan *two part tariff* untuk masing-masing kasus yaitu kasus I (PQ_{ij} naik, x naik), kasus II (PQ_{ij} naik, x turun), kasus III (PQ_{ij} turun, x naik), dan kasus IV (PQ_{ij} turun, x turun) ditampilkan pada Tabel 5.6 seperti berikut :

Tabel 5.6 Solusi Model *Improved Bundling Wireless* Berdasarkan Fungsi Utilitas Quasi Linier untuk Konsumen Homogen pada Skema Pembiayaan *Two Part Tariff*

Solver Status	Kasus			
	PQ_{ij} increase x increase	PQ_{ij} increase x decrease	PQ_{ij} decrease x increase	PQ_{ij} decrease x decrease
Model Class	MINLP	MINLP	MINLP	MINLP
State	Local Optimal	Local Optimal	Local Optimal	Local Optimal
Objective	5433,08	5433,08	5433,08	5433,08
Infeasibility	$3,96935 \times 10^{-8}$	$3,96935 \times 10^{-8}$	$3,96935 \times 10^{-8}$	$3,96935 \times 10^{-8}$
Iterations	116	116	116	116
Extended Solver Status				
Solver Type	Branch and Bound	Branch and Bound	Branch and Bound	Branch and Bound
Best Objective	5433,08	5433,08	5433,08	5433,08
Steps	1	1	1	1
Update Interval	2	2	2	2
GMU (K)	49	49	49	49
ER (Sec)	0	0	0	1

Pada kasus I , II, III dan IV solusi optimal yang diperoleh adalah sebesar 5433,08 yang didapatkan melalui 116 iterasi dengan *infeasibility* bernilai $3,96935 \times 10^{-8}$. *Generated Memory Used (GMU)* menunjukkan jumlah alokasi memori yang digunakan yaitu sebesar 49K dan *Elapsed Runtime (ER)* menjelaskan tentang total waktu yang digunakan untuk menghasilkan dan menyelesaikan model yaitu 0 detik.

5.3 Kesimpulan

Skema pembiayaan yang memiliki solusi optimal baik pada skema pembiayaan *flat fee*, *usage based* dan *two-part tariff* dengan Qos attribute *Bandwidth* yaitu konsumen homogen dengan solusi optimal sebesar 5433,08.

BAB VI

FUNGSI UTILITAS *BANDWIDTH*

Model *bundle pricing* berdasarkan fungsi utilitas *bandwidth* untuk setiap konsumen yaitu, konsumen homogen dan konsumen heterogen. Konsumen heterogen dibagi berdasarkan keinginan untuk membayar terdiri dari golongan atas dan golongan bawah serta tingkat konsumsi terdiri dari tingkat pemakaian tinggi dan tingkat pemakaian rendah.

6.1 Model *Improved Bundling* Jaringan Internet *Wireless* Berdasarkan Fungsi Utilitas *Bandwidth* untuk Konsumen Homogen

Pada model ini didasari oleh penelitian Wu *et al.*, (2008) dan mengkombinasikannya dengan persamaan pada penelitian Yang (2004) yaitu persamaan fungsi utilitas *perfect bandwidth* dan mengembangkan model QoS *attribute End to Delay* dan *BER (Bit Error Rate)* berdasarkan fungsi utilitas *perfect bandwidth* yang konsumennya dibagi 2 jenis yaitu konsumen homogen dan heterogen.

Pada kasus konsumen homogen ini, anggap semua konsumen memiliki tingkat kepuasan yang sama dan tingkat maksimum penggunaan yang sama yaitu \bar{X} dan \bar{Y} . Dengan memasukkan nilai parameter pada Tabel 2.6, maka akan dibuat model pada konsumen homogen didasarkan pada fungsi objektif (1.1), (1.2), dan (1.3) dengan kendala (1.1a) sampai (1.1i) dan (1.2a) sampai (1.2d), serta fungsi objektif (1.5) dengan kendala (1.5a) sampai (1.5s).

Berdasarkan Fungsi Objektif (1.1), (1.2), dan (1.3) diperoleh:

$$\begin{aligned} \text{Maks R} &= \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 (P_j - B_j) X_{ij} - \sum_{j=1}^2 M Y_j - (U_0 + 6 \ln \frac{X+1}{X_m+1} + 5 \ln \frac{Y+1}{Y_m+1}) \\ &\quad - P_X X - P_Y Y - P Z + \sum_j \sum_i (P R_{ij} \pm P Q_{ij} + \alpha_j Z_{ij} \\ &\quad + W_j \log \frac{\tilde{X}_{ij}}{L_{m_j}}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Maks R} &= ((P_1 - 200) X_{11} + (P_1 - 200) X_{21} + (P_2 - 15) X_{12} + (P_2 - 15) X_{22} \\ &\quad - (200Y_1 + 200Y_2) - (U_0 + 6 \ln \frac{X+1}{X_m+1} + 5 \ln \frac{Y+1}{Y_m+1}) \\ &\quad - P_X X - P_Y Y - P Z) + \left(0,5 \pm P Q_{11} + 0,1 \cdot Z_{11} + W_1 \log \frac{\tilde{X}_{11}}{L_{m_1}} \right) \\ &\quad + \left(0,6 \pm P Q_{12} + 0,2 \cdot Z_{12} + W_2 \log \frac{\tilde{X}_{12}}{L_{m_2}} \right) \\ &\quad + \left(0,4 \pm P Q_{21} + 0,1 \cdot Z_{21} + W_1 \log \frac{\tilde{X}_{21}}{L_{m_1}} \right) \\ &\quad + \left(0,7 \pm P Q_{22} + 0,2 \cdot Z_{22} + W_2 \log \frac{\tilde{X}_{22}}{L_{m_2}} \right) \end{aligned}$$

dengan Kendala (1.1a) sampai (1.1i) di ikuti Kendala (1.2a) diperoleh:

$$X \leq 4877,11$$

dengan Kendala (1.2b) diperoleh:

$$Y \leq 2709,70$$

dengan kendala (1.2c) diperoleh:

$$6X + 5Y - P_X X - P_Y Y - P Z \geq 0$$

dengan Kendala (2.2c) diperoleh:

$$Z=1$$

diikuti dengan Kendala (1.5a) sampai (1.5s). Pada Kendala (1.5a), Kendala akan berubah sesuai dengan kasusnya seperti yang telah dijelaskan pada Bab II.

Untuk kasus (PQ_{ij} naik, x naik) dan kasus (PQ_{ij} turun, x naik) Kendalanya yaitu :

$$PQ_{ij} = \left(1 + \frac{x}{Q_{bij}} \right) PB_{ij} L_x$$

Sedangkan untuk kasus (PQ_{ij} naik, x turun) dan kasus (PQ_{ij} turun, x turun) Kendalanya yaitu :

$$PQ_{ij} = \left(1 - \frac{x}{Q_{bij}}\right) PB_{ij} L_x$$

Nilai $Q_{bij} = 2000$

Jika skema pembiayaannya *Flat fee* ditambahkan Kendala (3.5) sampai Kendala (3.7).

Jika skema pembiayaannya *Usage based* ditambahkan Kendala (3.8) sampai Kendala (3.10).

Jika skema pembiayaannya *Two Part tariff* ditambahkan Kendala (3.11) sampai Kendala (3.13).

6.1.1 Solusi Model untuk Konsumen Homogen

Solusi model *Improved bundling wireless* konsumen homogen berdasarkan QoS *attribute* dan skema pembiayaan yaitu:

a. QoS Attribute Bandwidth pada Skema Pembiayaan Flat Fee

Solusi model *improved bundling wireless* berdasarkan fungsi utilitas Quasi Linier untuk konsumen heterogen berdasarkan QoS *attribute bandwidth* pada skema pembiayaan *two part tariff* untuk masing-masing kasus yaitu kasus I (PQ_{ij} naik, x naik), kasus II (PQ_{ij} naik, x turun), kasus III (PQ_{ij} turun, x naik), dan kasus IV (PQ_{ij} turun, x turun) ditampilkan pada Tabel 6.1 seperti berikut:

Tabel 6.1 Solusi Model Improved Bundling Wireless Berdasarkan Fungsi Utilitas Quasi Linier untuk Konsumen Homogen pada Skema Pembiayaan Flat Fee

Solver Status	Kasus			
	PQ_{ij} increase x increase	PQ_{ij} increase x decrease	PQ_{ij} decrease x increase	PQ_{ij} decrease x decrease
Model Class	MINLP	MINLP	MINLP	MINLP
State	Local Optimal	Local Optimal	Local Optimal	Local Optimal
Objective	5433,08	5433,08	5433,08	5433,08
Infeasibility	$1,13687 \times 10^{-13}$	$1,13687 \times 10^{-13}$	$1,13687 \times 10^{-13}$	$1,13687 \times 10^{-13}$
Iterations	88	88	88	88

<i>Extended Solver Status</i>				
<i>Solver Type</i>	<i>Branch and Bound</i>	<i>Branch and Bound</i>	<i>Branch and Bound</i>	<i>Branch and Bound</i>
<i>Best Objective</i>	5433,08	5433,08	5433,08	5433,08
<i>Steps</i>	1	1	1	1
<i>Update Interval</i>	2	2	2	2
<i>GMU (K)</i>	49	49	49	49
<i>ER (Sec)</i>	0	0	0	0

Pada kasus I , II, III dan IV solusi optimal yang diperoleh adalah sebesar 5433,08 yang didapatkan melalui 88iterasi dengan *infeasibility* bernilai $1,13687 \times 10^{-13}$. *Generated Memory Used (GMU)* menunjukkan jumlah alokasi memori yang digunakan yaitu sebesar 49K dan *Elapsed Runtime (ER)* menjelaskan tentang total waktu yang digunakan untuk menghasilkan dan menyelesaikan model yaitu 0 detik.

b. QoS Attribute Bandwidth pada Skema Pembiayaan Usage Based

Solusi model *improved bundling wireless* berdasarkan fungsi utilitas Quasi Linier untuk konsumen heterogen berdasarkan QoS *attribute bandwidth* pada skema pembiayaan *two part tariff* untuk masing-masing kasus yaitu kasus I (PQ_{ij} naik, x naik), kasus II (PQ_{ij} naik, x turun), kasus III (PQ_{ij} turun, x naik), dan kasus IV (PQ_{ij} turun, x turun) ditampilkan pada Tabel 6.2 seperti berikut :

Tabel 6.2 Solusi Model Improved Bundling Wireless Berdasarkan Fungsi Utilitas Quasi Linier untuk Konsumen Homogen pada Skema Pembiayaan Usage Based

<i>Solver Status</i>	Kasus			
	PQ_{ij} increase x increase	PQ_{ij} increase x decrease	PQ_{ij} decrease x increase	PQ_{ij} decrease x decrease
<i>Model Class</i>	<i>MINLP</i>	<i>MINLP</i>	<i>MINLP</i>	<i>MINLP</i>
<i>State</i>	<i>Local Optimal</i>	<i>Local Optimal</i>	<i>Local Optimal</i>	<i>Local Optimal</i>
<i>Objective</i>	5433,08	5433,08	5433,08	5433,08
<i>Infeasibility</i>	$1,13687 \times 10^{-13}$	$1,13687 \times 10^{-13}$	$1,13687 \times 10^{-13}$	$1,13687 \times 10^{-13}$
<i>Iterations</i>	88	88	88	88
<i>Extended Solver Status</i>				
<i>Solver Type</i>	<i>Branch and Bound</i>	<i>Branch and Bound</i>	<i>Branch and Bound</i>	<i>Branch and Bound</i>

<i>Best Objective</i>	5433,08	5433,08	5433,08	5433,08
<i>Steps</i>	1	1	1	1
<i>Update Interval</i>	2	2	2	2
<i>GMU (K)</i>	49	49	49	49
<i>ER (Sec)</i>	0	0	0	0

Pada kasus I , II, III dan IV solusi optimal yang diperoleh adalah sebesar 5433,08 yang didapatkan melalui 88iterasi dengan *infeasibility* bernilai $1,13687 \times 10^{-13}$. *Generated Memory Used (GMU)* menunjukkan jumlah alokasi memori yang digunakan yaitu sebesar 49K dan *Elapsed Runtime (ER)* menjelaskan tentang total waktu yang digunakan untuk menghasilkan dan menyelesaikan model yaitu 0 detik.

c. QoS Attribute Bandwidth pada Skema Pembiayaan Two Part tariff

Solusi model *improved bundling wireless* berdasarkan fungsi utilitas Quasi Linier untuk konsumen heterogen berdasarkan QoS *attribute bandwidth* pada skema pembiayaan *two part tariff* untuk masing-masing kasus yaitu kasus I (PQ_{ij} naik, x naik), kasus II (PQ_{ij} naik, x turun), kasus III (PQ_{ij} turun, x naik), dan kasus IV (PQ_{ij} turun, x turun) ditampilkan pada Tabel 6.3 seperti berikut :

Tabel 6.3 Solusi Model *Improved Bundling Wireless* Berdasarkan Fungsi Utilitas Quasi Linier untuk Konsumen Homogen pada Skema Pembiayaan *Two Part Tariff*

<i>Solver Status</i>	Kasus			
	PQ_{ij} increase x increase	PQ_{ij} increase x decrease	PQ_{ij} decrease x increase	PQ_{ij} decrease x decrease
<i>Model Class</i>	MINLP	MINLP	MINLP	MINLP
<i>State</i>	Local Optimal	Local Optimal	Local Optimal	Local Optimal
<i>Objective</i>	5433,08	5433,08	5433,08	5433,08
<i>Infeasibility</i>	$1,13687 \times 10^{-13}$	$1,13687 \times 10^{-13}$	$1,13687 \times 10^{-13}$	$1,13687 \times 10^{-13}$
<i>Iterations</i>	88	88	88	88
<i>Extended Solver Status</i>				
<i>Solver Type</i>	Branch and Bound	Branch and Bound	Branch and Bound	Branch and Bound
<i>Best Objective</i>	5433,08	5433,08	5433,08	5433,08
<i>Steps</i>	1	1	1	1
<i>Update Interval</i>	2	2	2	2
<i>GMU (K)</i>	49	49	49	49

<i>ER (Sec)</i>	0	0	0	1
-----------------	---	---	---	---

Pada kasus I , II, III dan IV solusi optimal yang diperoleh adalah sebesar 5433,08 yang didapatkan melalui 88 iterasi dengan *infeasibility* bernilai $1,13687 \times 10^{-13}$. *Generated Memory Used (GMU)* menunjukkan jumlah alokasi memori yang digunakan yaitu sebesar 49K dan *Elapsed Runtime (ER)* menjelaskan tentang total waktu yang digunakan untuk menghasilkan dan menyelesaikan model yaitu 0 detik.

6.2 Model *Improved Bundling* Jaringan Internet *Wireless* Berdasarkan Fungsi Utilitas *Bandwidth* untuk Konsumen Heterogen

Pada kasus konsumen heterogen ini diasumsikan bahwa, konsumen tingkat pemakaian tinggi ($i=1$) dengan tingkat konsumsi maksimum \bar{X}_1 dan \bar{Y}_1 . Konsumen tingkat pemakaian rendah ($i=2$) dengan konsumsi maksimum \bar{X}_2 dan \bar{Y}_2 . Terdapat m konsumen golongan 1 dan n konsumen golongan 2 dengan $a_1 = a_2 = a$ dan $b_1 = b_2 = b$. Dengan memasukkan nilai parameter pada Tabel 2.9, maka akan dibuat model pada konsumen homogen didasarkan pada fungsi objektif (1.1), (1.2), dan (1.3) dengan kendala (1.1a) sampai (1.1i) dan (1.2a) sampai (1.2d), serta fungsi objektif (1.5) dengan kendala (1.5a) sampai (1.5s)

Berdasarkan Fungsi Objektif (1.1), (1.2), dan (1.3) diperoleh:

$$\begin{aligned} \text{Maks R} &= \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 (P_j - B_j) X_{ij} - \sum_{j=1}^2 M Y_j - U_0 \\ &+ \left(6 \ln \frac{X+1}{X_m+1} + 5 \ln \frac{Y+1}{Y_m+1} - P_X X - P_Y Y - PZ \right) + \sum_j \sum_i (P R_{ij} \\ &\pm P Q_{ij} + \alpha_j Z_{ij} + W_j \log \frac{\tilde{X}_{ij}}{L_{m_j}}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Maks R} &= ((P_1 - 200) X_{11} + (P_1 - 200) X_{21} + (P_2 - 15) X_{12} + (P_2 - \\ &15) X_{22} - (200Y_1 + 200Y_2) - (U_0 + 6 \ln \frac{X+1}{X_m+1} + 5 \ln \frac{Y+1}{Y_m+1} - P_X X - P_Y Y - PZ) + \\ &\left(0,5 \pm P Q_{11} + 0,1 \cdot Z_{11} + W_1 \log \frac{\tilde{X}_{11}}{L_{m_1}} \right) + \left(0,6 \pm P Q_{12} + 0,2 \cdot Z_{12} + \right. \end{aligned}$$

$$W_2 \log \frac{\tilde{X}_{12}}{L_{m_2}}) + \left(0,4 \pm PQ_{21} + 0,1 \cdot Z_{21} + W_1 \log \frac{\tilde{X}_{21}}{L_{m_1}}\right) + \left(0,7 \pm PQ_{22} + 0,2 \cdot Z_{22} + W_2 \log \frac{\tilde{X}_{22}}{L_{m_2}}\right)$$

dengan Kendala (1.1a) sampai (1.1i) di ikuti Kendala (1.2a) diperoleh:

$$X_1 \leq 4877,11$$

$$X_2 \leq 2709,70$$

dengan Kendala (1.2b) diperoleh:

$$Y_1 \leq 727,73$$

$$Y_2 \leq 541,08$$

dengan kendala (1.2c) diperoleh:

$$U_0 + 6 \ln \frac{X + 1}{X_m + 1} + 5 \ln \frac{Y + 1}{Y_m + 1} - P_X X - P_Y Y - P_Z \geq 0$$

dengan Kendala (1.2c) diperoleh:

$$Z=1$$

diikuti dengan Kendala (1.5a) sampai (1.5s). Pada Kendala (1.5a), Kendala akan berubah sesuai dengan kasusnya seperti yang telah dijelaskan pada Bab II.

Untuk kasus (PQ_{ij} naik, x naik) dan kasus (PQ_{ij} turun, x naik) Kendalanya yaitu :

$$PQ_{ij} = \left(1 + \frac{x}{Q_{bij}}\right) PB_{ij} L_x$$

Sedangkan untuk kasus (PQ_{ij} naik, x turun) dan kasus (PQ_{ij} turun, x turun) Kendalanya yaitu :

$$PQ_{ij} = \left(1 - \frac{x}{Q_{bij}}\right) PB_{ij} L_x$$

Nilai Q_{bij} , jika QoS *attribute end to end delay* nilai Q_{bij} yaitu 350 dan jika QoS *attribute BER* nilai Q_{bij} yaitu 10^{-6} atau 10^{-7} .

Jika skema pembiayaannya *Flat fee* ditambahkan Kendala (3.5) sampai Kendala (3.7).

Jika skema pembiayaannya *Usage based* ditambahkan Kendala (3.8) sampai Kendala (3.10).

Jika skema pembiayaannya *Two Part tariff* ditambahkan Kendala (3.11) sampai Kendala (3.13).

6.2.1 Solusi Model untuk Konsumen Heterogen

Solusi model *Improved bundling wireless* konsumen heterogen berdasarkan QoS *attribute* dan skema pembiayaan yaitu:

5.1.2 Solusi Model *Improved* untuk Konsumen Heterogen

Solusi model *improved bundling wireless* untuk konsumen heterogen berdasarkan QoS *attribute* dan skema pembiayaan internetnya yaitu :

d. QoS *Attribute Bandwidth* pada Skema Pembiayaan *Flat Fee*

Solusi model *improved bundling wireless* berdasarkan fungsi utilitas Quasi Linier untuk konsumen heterogen berdasarkan QoS *attribute bandwidth* pada skema pembiayaan *two part tariff* untuk masing-masing kasus yaitu kasus I (PQ_{ij} naik, x naik), kasus II (PQ_{ij} naik, x turun), kasus III (PQ_{ij} turun, x naik), dan kasus IV (PQ_{ij} turun, x turun) ditampilkan pada Tabel 6.4 seperti berikut:

Tabel 6.4 Solusi Model *Improved Bundling Wireless* Berdasarkan Fungsi Utilitas Quasi Linier untuk Konsumen Heterogen pada Skema Pembiayaan *Flat Fee*

Solver Status	Kasus			
	PQ_{ij} increase x increase	PQ_{ij} increase x decrease	PQ_{ij} decrease x increase	PQ_{ij} decrease x decrease
Model Class	MINLP	MINLP	MINLP	MINLP
State	Local Optimal	Local Optimal	Local Optimal	Local Optimal
Objective	5227,54	5227,54	5227,54	5227,54
Infeasibility	$1,70175 \times 10^{-7}$	$1,70175 \times 10^{-7}$	$1,70175 \times 10^{-7}$	$1,70175 \times 10^{-7}$
Iterations	90	90	90	90
<i>Extended Solver Status</i>				
Solver Type	Branch and Bound	Branch and Bound	Branch and Bound	Branch and Bound
Best Objective	5227,54	5227,54	5227,54	5227,54
Steps	1	1	1	1
Update Interval	2	2	2	2
GMU (K)	51	51	51	51
ER (Sec)	0	0	0	0

Pada kasus I , II, III dan IV solusi optimal yang diperoleh adalah sebesar 5227,54 yang didapatkan melalui 90 iterasi dengan *infeasibility* bernilai $1,70175 \times 10^{-7}$. *Generated Memory Used* (GMU) menunjukkan jumlah alokasi memori yang digunakan yaitu sebesar 51K dan *Elapsed Runtime* (ER) menjelaskan tentang total waktu yang digunakan untuk menghasilkan dan menyelesaikan model yaitu 0 detik.

e. QoS Attribute Bandwidth pada Skema Pembiayaan Usage Based

Solusi model *improved bundling wireless* berdasarkan fungsi utilitas Quasi Linier untuk konsumen heterogen berdasarkan QoS *attribute bandwidth* pada skema pembiayaan *two part tariff* untuk masing-masing kasus yaitu kasus I (PQ_{ij} naik, x naik), kasus II (PQ_{ij} naik, x turun), kasus III (PQ_{ij} turun, x naik), dan kasus IV (PQ_{ij} turun, x turun) ditampilkan pada Tabel 6.5 seperti berikut :

Tabel 6.5 Solusi Model Improved Bundling Wireless Berdasarkan Fungsi Utilitas Quasi Linier untuk Konsumen Homogen pada Skema Pembiayaan Usage Based

Solver Status	Kasus			
	PQ_{ij} increase x increase	PQ_{ij} increase x decrease	PQ_{ij} decrease x increase	PQ_{ij} decrease x decrease
Model Class	MINLP	MINLP	MINLP	MINLP
State	Local Optimal	Local Optimal	Local Optimal	Local Optimal
Objective	5227,54	5227,54	5227,54	5227,54
Infeasibility	$1,70175 \times 10^{-7}$	$1,70175 \times 10^{-7}$	$1,70175 \times 10^{-7}$	$1,70175 \times 10^{-7}$
Iterations	90	90	90	90
Extended Solver Status				
Solver Type	Branch and Bound	Branch and Bound	Branch and Bound	Branch and Bound
Best Objective	5227,54	5227,54	5227,54	5227,54
Steps	1	1	1	1
Update Interval	2	2	2	2
GMU (K)	51	51	51	51
ER (Sec)	0	0	0	0

Pada kasus I , II, III dan IV solusi optimal yang diperoleh adalah sebesar 5227,54 yang didapatkan melalui 90 iterasi dengan *infeasibility* bernilai $1,70175 \times 10^{-7}$. *Generated Memory Used* (GMU) menunjukkan jumlah

alokasi memori yang digunakan yaitu sebesar 51K dan *Elapsed Runtime* (ER) menjelaskan tentang total waktu yang digunakan untuk menghasilkan dan menyelesaikan model yaitu 0 detik.

f. QoS Attribute Bandwidth pada Skema Pembiayaan Two Part tariff

Solusi model *improved bundling wireless* berdasarkan fungsi utilitas Quasi Linier untuk konsumen heterogen berdasarkan QoS *attribute bandwidth* pada skema pembiayaan *two part tariff* untuk masing-masing kasus yaitu kasus I (PQ_{ij} naik, x naik), kasus II (PQ_{ij} naik, x turun), kasus III (PQ_{ij} turun, x naik), dan kasus IV (PQ_{ij} turun, x turun) ditampilkan pada Tabel 6.6 seperti berikut :

Tabel 6.6 Solusi Model *Improved Bundling Wireless* Berdasarkan Fungsi Utilitas Quasi Linier untuk Konsumen Homogen pada Skema Pembiayaan *Two Part Tariff*

Solver Status	Kasus			
	PQ_{ij} increase x increase	PQ_{ij} increase x decrease	PQ_{ij} decrease x increase	PQ_{ij} decrease x decrease
Model Class	MINLP	MINLP	MINLP	MINLP
State	Local Optimal	Local Optimal	Local Optimal	Local Optimal
Objective	5227,54	5227,54	5227,54	5227,54
Infeasibility	$1,70175 \times 10^{-7}$	$1,70175 \times 10^{-7}$	$1,70175 \times 10^{-7}$	$1,70175 \times 10^{-7}$
Iterations	90	90	90	90
<i>Extended Solver Status</i>				
Solver Type	Branch and Bound	Branch and Bound	Branch and Bound	Branch and Bound
Best Objective	5227,54	5227,54	5227,54	5227,54
Steps	1	1	1	1
Update Interval	2	2	2	2
GMU (K)	51	51	51	51
ER (Sec)	0	0	0	0

Pada kasus I , II, III dan IV solusi optimal yang diperoleh adalah sebesar 5227,54 yang didapatkan melalui 90 iterasi dengan *infeasibility* bernilai $1,70175 \times 10^{-7}$. *Generated Memory Used* (GMU) menunjukkan jumlah alokasi memori yang digunakan yaitu sebesar 51K dan *Elapsed Runtime* (ER) menjelaskan tentang total waktu yang digunakan untuk menghasilkan dan menyelesaikan model yaitu 0 detik.

6.3 Kesimpulan

Skema pembiayaan yang memiliki solusi optimal baik pada skema pembiayaan *flat fee*, *usage based* dan *two-part tariff* dengan Qos attribute *Bandwidth* yaitu konsumen homogen dengan solusi optimal sebesar 5433,08.



DAFTAR PUSTAKA

- Byun, J., and Chatterjee, S (2004). *A strategic pricing for quality of service (QoS) network business*. Proceedings of the Tenth Americas Conference on Information Systems, 2561-2572.
- Hutchinson, E. (2011). *Economics*.
- Indrawati, Irmeilyana, F. M. Puspita, dan C. A. Gozali. (2014). *Optimasi Model Skema Pembiayaan Internet Berdasarkan Fungsi Utilitas Perfect Substitute*. Seminar Nasional dan Rapat Tahunan bidang MIPA 2014, Institut Pertanian Bogor, Bogor.
- Indrawati, Irmeilyana, F. M. Puspita, and Sanjaya, O. (2015), Internet pricing on bandwidth function diminished with increasing bandwidth utility function: *TELKOMNIKA*, 13(1), 299-304.
- Irmeilyana, F. M. Puspita, and I. Husniah, 2016, Optimization of Wireless Internet Pricing Scheme in Serving Multi QoS Network Using Various QoS Attributes: *TELKOMNIKA, Telecommunication, Computing, Electronics and Control*, (Vol 14).
- Maharani, D. A. (2011). Kajian Tentang Pemanfaatan Layanan Transaksi Keuangan: *Jurnal Penelitian Pos dan Informatika*, Vol 1 (2), 85-175.
- Puspita, F. M., Irmeilyana, and Indrawati. (2014). An Improved Model of Internet Pricing Scheme of Multi Link Multi Service Network with Various Value of Base Price, Quality Premium and QoS Level: *1st International Conference on Computer Science and Engineering*, 13-16.
- Puspita, F. M., Irmeilyana, dan Ringkisa, R. R. O. (2016a). *Pemodelan Bundle Pricing dengan Fungsi Utilitas Bandwidth pada Tiga Strategi Pembiayaan Internet*. Seminar dan Rapat Tahunan 2016 Bidang MIPA BKS-PTN Barat Universitas Sriwijaya, Palembang.
- Puspita, F. M., K. Seman, and Taib, B. M. (2015). The Improved Models of Internet Pricing Scheme of Multi Service Multi Link Networks with Various Capacity Links., *in* H. A. Sulaiman, M. A. Othman, M. F. I. Othman, Y. A. Rahim, and N. C. Pee, eds., *Advanced Computer and Communication Engineering Technology: Lecture Notes in Electrical Engineering*, (vol 315). Switzerland, Springer International Publishing.
- Puspita, F. M., K. Seman, B. M. Taib, and Shafii, Z. (2013a). Improved Models of Internet Charging Scheme of Multi bottleneck Links in Multi QoS Networks: *Australian Journal of Basic and Applied Sciences*, 7(7), 928-937.

- Puspita, F. M., K. Seman, B. M. Taib, and Z. Shafii, 2013b, Improved Models of Internet Charging Scheme of Single Bottleneck Link in Multi QoS Networks: *Journal of Applied Sciences*, 13(4), 572-579.
- Puspita, F. M., and Ulfa, M. (2016). *The New Approach of Bundle-Pricing Scheme Models by Using Branch and Bound Solve.r* Paper presented at the Indonesia-Malaysia Symposium on South East Asia Studies, Jakarta.
- Puspita, F. M., E. Yuliza, and Ulfa, M. (2016b). *The Comparison of Bundle-Pricing Scheme Models Using Quasi-Linear Utility Function: International Conference on Science, Technology, Interdisciplinary Research*
- Sain, S., and Herpers, S. (2003). *Profit Maximisation in Multi Service Networks- An Optimisation Model.:* Proceedings of the 11th European Conference on Information Systems ECIS 2003.
- Stremersch, S., and G. Tellis, 2002, Strategic Bundling of Products and prices:A New Synthesis for Marketing: *J.Marketing* 66(January), 55-72.
- Venkatesh, R., and V. Mahajan, 2009, Design and Pricing of Product Bundles: A Review of Normative Guidelines and Practical Approaches, in V. R. Rao, ed., *Handbook of Pricing Research in Marketing: Northampton, MA, Edward Elgar Publishing Company*, 232-257.
- Wallenius, E., and Hämäläinen, T. (2002). *Pricing Model for 3G/4G Networks*. The 13th IEEE International Symposium on Personal, Indoor, and Mobile Radio Communications, Lisbon, Portugal.
- Wang, X., and Schulzrinne, H. (2001). *Pricing Network Resources for Adaptive Applications in a Differentiated Services Network*.
- Wu, S.-y., L. M. Hitt, P.-y. Chen, and Anandalingam, G. (2008). Customized Bundle Pricing for Information Goods: A Nonlinear Mixed-Integer Programming Approach: *Management Science*, 54(3), 608-622.
- Wu, S.-y., and R. D. Banker, 2010, Best Pricing Strategy for Information Services: *Journal of the Association for Information Systems*, 11(6), 339-366.
- Yang, W., 2004, *Pricing Network Resources in Differentiated Service Networks, Phd Thesis*. Georgia Institute of Technology, 1-111 p.

Yang, W., H. Owen, and Blough, D. M. (2004). *A Comparison of Auction and Flat Pricing for Differentiated Service Networks*: Proceedings of the IEEE International Conference on Communications, 2086-2091.

BIOGRAFI PENGARANG

	<p>Fitri Maya Puspita mendapatkan gelar S.Si nya dalam Bidang Matematika dari Univeristas Sriwijaya, Sumatera Selatan, Indonesia di tahun 1997. Beliau menerima M.Sc bidang Matematika dari Curtin University of Technology (CUT) Australia Barat pada tahun 2004. Beliau mendapatkan gelar Ph.D dalam bidang Sains dan technology di tahun 2015 dari Univerisiti Sains Islam Malaysia. Beliau mulai dari Tahun 1998 sampai saat ini menjadi tenaga pendidik di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Sriwijaya. Bidang minar riset beliau adalah optimasi dan aplikasinya seperti pada masalah perutean kendaraan (Vehicle Routing Problem) dan charging dalam third generation internet.</p>
	<p>Evi Yuliza mendapatkan gelar S.Si nya dalam Bidang Matemtika dari Universitas Sriwijaya, Sumatera Selatan, Indonesia di tahun 2000. Beliau menerima M.Si bidang Matematika dari Univeristas Gajah Mada tahun 2004. Bidang Minat Beliau adalah Aljabar. Beliau sampai saat ini menjadi tenaga pendidik di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Sriwijaya.</p>

	<p>Maijance Oktaryna Bidang minat beliau adalah optimasi khususnya pengoptimalan pembiayaan bundling pada jaringan multiple QoS.</p>
	<p>Yayan Febrian Bidang minat beliau adalah optimasi khususnya pengoptimalan pembiayaan bundling pada jaringan multiple QoS.</p>

INDEKS

Bandwidth	1, 2, 5, 13, 14, 15, 24, 25, 27, 33, 35, 71, 73
BER	27, 42, 43, 55, 67, 69, 70, 71, 75
Bit	16, 27, 42, 43, 55, 67, 68, 70, 71, 75
Bundle Pricing, Bundling	1, 2, 3, 78
Byte	16
Cobb Douglas	1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 24, 42, 48
End to End Delay	43
ER, Elapsed Runtime	17, 42
Flat Fee	6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15
Fungsi Utilitas	1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 24, 42, 48, 57, 62, 68, 71, 73, 76
GMU, Generated Memory Used	16, 42
Heterogen	4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 37, 48, 50, 62, 63, 73, 75
Homogen	3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 13, 14, 37, 42, 43, 44, 57, 58, 68, 70, 71, 73
Improved	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 33, 34, 36, 42, 48, 58, 62, 63, 68, 70, 71, 73, 75, 77
Infeasibility	16, 41
Internet	1, 3, 4, 5, 6, 15, 16, 33, 34, 38, 41, 42, 48, 57, 62, 68, 71, 73, 76, 77
ISP	16
Kendala	21, 22, 23, 25, 26, 27, 28, 38, 39, 40, 41, 43, 44, 49, 50, 57, 58, 62, 63, 69, 70, 72, 73, 74, 75
Lingo	16, 41
Objektif	38, 49, 57, 62, 69, 72, 74
Optimasi	3, 20, 21, 22, 23, 76
Parameter	3, 6, 20, 28, 32, 33, 35, 36, 37
Perfect Subtitute	1, 4, 12, 13, 14, 68
QoS	16
QoS Attribute	6, 27
Quasi Linier	1, 2, 3, 4, 9, 10, 11, 12, 24, 57, 62
Solusi Optimal	6, 41
Traffic, Digilib, Sisfo	6, 16, 32
Two Part Tariff	7, 8, 9, 10, 11, 12
Usage Based	7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14
Variabel	3, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 21, 22, 23, 32, 34
Wireless	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 38, 41, 42, 48, 57, 62, 68, 71, 73