

SNMPPM
2017

Prosiding

FENOMENA NON-LINIER DAN
PEMBELAJARAN PEMODELAN MATEMATIKA

SEMINAR NASIONAL MATEMATIKA DAN
PENDIDIKAN MATEMATIKA

Prosiding SNMPPM 2017

FENOMENA NON-LINIER DAN PEMBELAJARAN PEMODELAN MATEMATIKA

ISBN 978-602-50167-0-7



9 78-602-50167-0-7



PROSIDING

**SEMINAR NASIONAL MATEMATIKA DAN PENDIDIKAN MATEMATIKA
PALEMBANG, 21 AGUSTUS 2017**

“FENOMENA NON-LINIER DAN PEMBELAJARAN MATEMATIKA”



Dilarang memperbanyak, mencetak, menerbitkan
sebagian maupun seluruh buku ini tanpa izin tertulis dari penerbit

Ketentuan Pidana
Kutipan Pasal 72 Undang-undang Republik Indonesia
Nomor 19 Tahun 2002 Tentang Hak Cipta

1. Barangsiapa dengan sengaja dan tanpa hak melakukan sebagaimana dimaksud dalam pasal 2 ayat (1) atau pasal 49 ayat (1) dan ayat (2) dipidana dengan pidana penjara masing-masing paling singkat 1 (satu) bulan dan/atau denda paling sedikit Rp. 1.000.000,00 (satu juta rupiah), atau pidana penjara paling lama 7 (tujuh) tahun dan/atau denda paling banyak Rp. 5.000.000,00 (lima juta rupiah).
2. Barang siapa dengan sengaja menyiarkan, memamerkan, mengedarkan, atau menjual kepada umum suatu ciptaan atau barang hasil pelanggaran Hak Cipta atau hak terkait sebagaimana dimaksud pada ayat (1) dipidana dengan pidana penjara paling lama 5 (lima) tahun dan/atau denda paling banyak Rp. 500.000.000,00 (lima ratus juta rupiah)

PROSIDING

Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika

Ketua Pelaksana : Dr. Darmawijoyo, M.Si.
 Penulis : Pemakalah Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika
 Editor : Dr. Darmawijoyo, M.Si., Dra. Nyimas Aisyah, M.Pd., Ph.D.,
 Ernalida, S.Pd., M.Hum.
 Reviewer :
 1. Prof. Dr. Julan Hernadi, M.Si. (Universitas Muhammadiyah Ponorogo)
 2. Prof. Dr. Siti Maghfirotn Amin, M.Pd. (Universitas Negeri Surabaya)
 3. Prof. Dr. Zulkardi, M.I.Komp., M.Sc. (Universitas Sriwijaya)

Layout : Noerfikri Group
 Desain Cover : Jihan Rihana

Hak Penerbitan pada Ikatan Alumni Pendidikan Matematika Universitas Sriwijaya bekerjasama dengan Universitas Sriwijaya

Dicetak oleh:
Noer Fikri Offset
 Jl. KH. Mayor Mahidin No. 142
 30126 Telp/Fax : (0711) 366625
 Palembang - Indonesia
 E-mail : noerfikri@gmail.com

Cetakan I : Agustus 2017

Hak Cipta dilindungi undang-undang pada penulis
 All right reserved

ISBN : 978-602-50167-0-7

KATA PENGANTAR

Puji Syukur kami panjatkan kepada Allah SWT atas Karunia-Nya Buku Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika yang diselenggarakan pada tanggal 21-22 Agustus 2017 di Palembang dapat diterbitkan. Seminar Nasional ini merupakan salah satu agenda wajib pada program studi pendidikan matematika.

Kegiatan ini bertema “Fenomena Non-Linier dan Pembelajaran Matematika”. Seminar ini bertujuan untuk mendidik siswa master pada tingkat tinggi di bidang Matematika Terapan dan Fenomena Nonlinier. Selain itu, perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi serta kompleksitas permasalahan dalam dunia pendidikan terutama pendidikan matematika menuntut semua komponen untuk secara terus-menerus dan berkesinambungan melakukan penelitian dan terobosan-terobosan yang inovatif pada pembelajaran matematika.

Artikel dalam Prosiding ini merupakan karya ilmiah yang telah disampaikan oleh *keynote speaker* dan pemakalah-pemakalah pendamping. Seminar nasional dan prosiding ini dapat terselesaikan dengan baik atas bantuan dari berbagai pihak kepada rektor Universitas Sriwijaya, Prof. Dr. Ir. H. Anis Saggaff, MSCE; Pemerintah Provinsi Sumsel; Kepala Dinas Pendidikan Sumatera Selatan atas dukungannya dalam kegiatan ini. Ucapan terimakasih juga kami sampaikan kepada Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Sriwijaya, Prof. Sofendi, M.A., Ph.D., atas kepercayaan dan dukungan yang diberikan.

Ucapan terimakasih juga kami haturkan kepada para peserta baik dari Provinsi Sumatera Selatan, Provinsi lainnya dan dari berbagai daerah-daerah yang tersebar di seluruh Indonesia yang telah berkenan hadir untuk mengikuti kegiatan seminar nasional pendidikan ini.

Kepada segenap anggota panitia pelaksana, kami juga mengucapkan terimakasih dan memberikan reward setinggi-tingginya atas kerjasama dan pengorbanan yang telah diberikan selama pelaksanaan kegiatan ini berjalan dengan lancar dan dapat terlaksana ditengah kesibukan masing-masing.

Semoga Prosiding ini dapat bermanfaat serta menambah khasanah baik untuk para akademisi maupun pendidik di bidang matematika dan pendidikan matematika.

Palembang, 21 Agustus 2017
Panitia Seminar Nasional

36.	IMPROVED PERMASALAHAN INTEGER NONLINEAR PADA SKEMA PEMBIAYAAN INTERNET WIRELESS BERDASARKAN PADA FUNGSI UTILITAS PERFECT SUBSTITUTE <i>Fitri Maya Puspita, Maijance Oktaryna, Yayan Febrian</i>	185-189
37.	IMPLEMENTASI BRANCH AND CUT DALAM PENYELESAIAN MODEL GILMORE ANG GOMORY HASIL PATTERN GENERATION <i>Sisca Octarina, Putra Bj Bangun, Mutia Radiana</i>	190-197
38.	REDUKSI POLA PEMOTONGAN HASIL PATTERN GENERATION PADA CUTTING STOCK PROBLEM <i>Putra Bahtera Jaya Bangun, Sisca Octarina, Nanda Paradilla</i>	198-206
39.	PENERAPAN PEMBELAJARAN BERBASIS MASALAH PADA POKOK BAHASAN BANGUN DATAR SEGI EMPAT DI KELAS V SD N.02 CURUP REJANG LEBONG TAHUN AJARAN 2016/2017 <i>Dewi Sribudi</i>	207-211
40.	UPAYA MENINGKATKAN HASIL BELAJAR SISWA DENGAN MODEL PEMBELAJARAN PROBLEM SOLVING PADA MATERI VOLUME KERUCUT KELAS VI DI SD NEGERI 02 CURUP REJANG LEBONG <i>Nuril Hasanah</i>	212-217
41.	MENINGKATKAN HASIL BELAJAR SISWA DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA DENGAN METODE PROBLEM BASED LEARNING (PBL) DI KELAS IVSD N 02 CURUP REJANG LEBONG <i>Nurbaiti</i>	218-223
42.	PEMBELAJARAN MATEMATIKA HUMANIS MEMBANGUN SIKAP PERCAYA DIRI SISWA <i>Clara Ade Utami</i>	224-229
43.	PENGEMBANGAN BAHAN AJAR BERBASIS MULTIMEDIA INTERAKTIF MATERI TRIGONOMETRI MENGGUNAKAN SOFTWARE ADOBE FLASH CS3 <i>Novia Ayu Lestari, Wahyu Widada</i>	230-237
44.	PENDEKATAN MATEMATIKA REALISTIK INDONESIA (PMRI) PADA PEMBELAJARAN PERMUTASI DAN KOMBINASI DI KELAS XI <i>Susanti, Somakim, Darmawijoyo</i>	238-241

IMPLEMENTASI BRANCH AND CUT DALAM PENYELESAIAN MODEL GILMORE AND GOMORY HASIL PATTERN GENERATION

Sisca Octarina¹, Putra BJ Bangun² and Mutia Radiana³
^{1,2,3}Jurusan Matematika Fakultas MIPA
 Universitas Sriwijaya
¹(E-mail: s.octarina@gmail.com)

Abstrak-Cutting Stock Problem (CSP) dua dimensi adalah persoalan penentuan pola pemotongan dari sejumlah *stock* dengan panjang dan lebar standar untuk memenuhi permintaan suatu barang. Penentuan pola pemotongan bertujuan agar jumlah *stock* yang digunakan menjadi minimum. Penelitian ini mengimplementasikan algoritma *pattern generation* untuk membentuk model *Gilmore and Gomory* pada CSP dua dimensi. Pola pemotongan sebanyak 7 dan 18 pola yang dipilih, masing-masing bersesuaian dengan panjang dan lebar, selanjutnya dibentuk ke model *Gilmore and Gomory*. Kendala-kendala model *Gilmore and Gomory* memastikan strip yang dipotong pada tahap pertama digunakan pada pemotongan tahap kedua dan memenuhi permintaan terhadap *item*. Solusi optimal yang diperoleh menggunakan metode *Branch and Cut* yaitu sebanyak 142 *stock* minimum yang dipotong. Berdasarkan hasil yang diperoleh, jika pola pemotongan optimal tahap pertama dan kedua dikombinasi akan diperoleh 7 pola kombinasi yang berbeda.

I. PENDAHULUAN

Pemrograman linier dapat diaplikasikan dalam berbagai persoalan, mulai dari pengelolaan hingga teknik yang akan digunakan. Selain itu, pemrograman linier diterapkan dalam bidang perindustrian dan bisnis, beberapa ilmu terapan dan teknologi, bahkan dalam berbagai masalah kehidupan sehari-hari.

Bidang industri berupaya meningkatkan hasil produksi dalam skala besar dengan melakukan perencanaan terhadap penggunaan bahan baku (*stock*). Perencanaan tersebut bertujuan menentukan jumlah minimum bahan baku yang digunakan untuk memenuhi permintaan terhadap suatu barang (*item*). Salah satu cara yang dapat dilakukan untuk meminimumkan penggunaan bahan baku adalah menentukan cara pemotongan bahan baku yang tepat. Penentuan cara pemotongan bahan baku

dalam bidang optimasi dikenal sebagai *Cutting Stock Problem (CSP)*.

CSP sering dihadapi oleh industri kertas atau percetakan. Banyak jenis CSP diantaranya, CSP satu dimensi, CSP dua dimensi, dan CSP tiga dimensi. Ukuran dimensi ditentukan oleh letak sisa pemotongan bahan baku (*trim loss*). CSP yang dihadapi oleh industri kertas dalam penelitian ini merupakan CSP dua dimensi, dimana dalam proses pemotongan *stock* melihat permasalahan pada sisi panjang dan lebar.

Penelitian terdahulu tentang CSP telah banyak dilakukan. Ref. [10] menyatakan bahwa *column generation technique (CGT)* dapat digunakan dalam penyelesaian CSP dua dimensi dengan tipe pemotongan *guillotine* dan orientasi tetap, solusi *integer* diperoleh dengan cara pembulatan ke bawah pada solusi optimal. Penyelesaian CSP dua dimensi 2-tahap menggunakan metode *Branch and Price* dan *Gomory Cutting Plane* juga telah dilakukan [2]. *Gomory Cutting Plane* yang ditambahkan oleh [2] ke persamaan pemrograman linier relaksasi menjadikan *pricing problem* sangat kompleks. Ref. [9] telah menggunakan metode *Branch and Price* untuk menyelesaikan model CSP dua dimensi bertipe *guillotine*.

Ref. [6] menyatakan metode pemotongan yang efektif dapat dilakukan dengan memotong kertas dari satu sisi ke sisi lain yang sejajar atau biasa disebut tipe pemotongan *guillotine cut*. Ref. [12] telah mengembangkan sebuah algoritma untuk menentukan pola pemotongan yang fisibel, yaitu algoritma *pattern generation (PG)*. Implementasi algoritma PG pada *multiple CSP* dua dimensi dengan penyelesaian menggunakan CGT juga telah dilakukan [8]. Penerapan algoritma PG ke dalam model *arc-flow* telah dilakukan [1] pada CSP satu dimensi. Algoritma PG dapat mempermudah

pencarian pola pemotongan, sehingga [11] membuat aplikasi pembentukan pola pemotongan berdasarkan *Modified Branch and Bound Algorithm* pada CSP dua dimensi.

Berdasarkan latar belakang tersebut, melalui penelitian ini digunakan algoritma PG dalam pembentukan model *Gilmore and Gomory* pada CSP dua dimensi. Model ini diperluas dari pendekatan CGT yang diusulkan oleh *Gilmore and Gomory* pada CSP satu dimensi. Model *Gilmore and Gomory* digunakan untuk menyelesaikan CSP dua dimensi bertipe *guillotine*. Selanjutnya model *Gilmore and Gomory* yang terbentuk diselesaikan dengan metode *Branch and Cut*. Penelitian ini menggunakan data [11].

II. KAJIAN PUSTAKA

A. Algoritma Pattern Generation

Pembentukan pola pemotongan menggunakan *Pattern Generation* pada CSP biasanya suatu *stock* dengan ukuran lebar standar w'_k dan panjang standar l'_k dimana ($k = 1, 2, \dots, h$) dipotong ke n ukuran dengan lebar dan panjang tertentu, secara berurut dinotasikan dengan w_i dan l_i dimana ($i = 1, 2, \dots, n$).

Hal yang diperlukan untuk menentukan susunan pola pemotongan yaitu meminimumkan sisa pemotongan (*trim loss*) sehingga permintaan dapat terpenuhi. Pola pemotongan dengan *trim loss* minimum yang dihasilkan disebut sebagai pola pemotongan fisibel. CSP dapat diformulasikan sebagai berikut:

Minimumkan

$$z = \sum_{k=1}^h \sum_{j=1}^{m_k} c_{jk} x_{jk} + \sum_{i=1}^n w_i s_i \quad (1)$$

dengan kendala:

$$\sum_{k=1}^h \sum_{j=1}^{m_k} a_{ijk} x_{jk} - s_i = l_i \text{ untuk semua } i, \quad (2)$$

$$x_{jk}, c_{jk}, s_i, a_{ijk} \geq 0 \text{ untuk semua } i, j, k, \quad (3)$$

dengan

a_{ijk} adalah jumlah *item* dengan lebar w_i yang diperoleh menurut pola pemotongan ke- j dari *stock* ke- k ($i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m; k = 1, 2, \dots, h$).

x_{jk} adalah panjang *stock* ke- k yang dipotong menurut pola pemotongan ke- j .

c_{jk} adalah sisa pemotongan dari *stock* ke- k yang dipotong menurut pola pemotongan ke- j .

s_i adalah panjang yang berlebih atau kelebihan panjang yang akan menghasilkan potongan dengan lebar w_i .

Pembangkitan pola pemotongan yang fisibel diperoleh melalui sebuah pohon pencarian. Level dari pohon menyatakan lebar yang diperlukan, yang disusun secara menurun dimana ukuran terbesar di level pertama sedangkan ukuran terkecil diletakan di level terakhir dari pohon. Verteks awal dari level pertama menyatakan lebar standar dari potongan *stock* ke- k (w'_k) yang digunakan untuk membangkitkan pola. Oleh karena itu, sebuah pohon pencarian terpisah digunakan untuk membangkitkan pola disesuaikan dengan masing-masing lebar standar.

Cabang dari level i pada pohon pencarian menyatakan perkalian antara jumlah *item* dengan lebar w_i yang diperoleh menurut pola pemotongan ke- j . Perkalian ini menyatakan jumlah lebar yang dipotong dari *stock* ke- k untuk memenuhi lebar w_i . Verteks dari level ke-2 sampai level ke- n menyatakan sisa lebar setelah memenuhi pemotongan tertentu dari cabang $i - 1$ sebelumnya. Verteks akhir dari pohon pencarian menunjukkan sisa pemotongan yang dihasilkan dari pola pemotongan yang berbeda. Pohon pencarian dibangun dari atas ke bawah lalu dari kiri ke kanan. Langkah-langkah algoritma PG adalah sebagai berikut:

1. Susun ukuran lebar yang diperlukan w_i ($i = 1, 2, \dots, n$) dengan urutan menurun.

$$2. \text{Gunakan } a_{i1k} = \left[\frac{w'_k - \sum_{z=1}^{i-1} a_{z1k} w_z}{w_i} \right] \text{ untuk}$$

mengisi kolom pertama ($j = 1$) dari matriks.

3. Gunakan $c_{jk} = w'_k - \sum_{i=1}^n a_{ijk} w_i$ untuk menentukan *trim loss* dari masing-masing pola.
4. Atur indeks level i ke $n - 1$.
5. Periksa verteks pada level i misalnya verteks (i, j) . Jika verteks memiliki nilai sama dengan nol ($a_{ijk} = 0$), lanjutkan ke Langkah 7. Jika tidak, bangkitkan kolom baru $j = j + 1$ dengan elemen-elemen berikut:
 - a. $a_{zjk} = a_{z(j-1)k}$ ($z = 1, 2, \dots, i - 1$) adalah elemen-elemen untuk mengisi verteks yang mendahului verteks (i, j) .
 - b. $a_{ijk} = a_{i(j-1)k} - 1$ adalah elemen-elemen untuk mengisi verteks (i, j) .
 - c. Isi sisa verteks dari kolom j . Misalnya, $a_{(i+1)jk}, a_{(i+2)jk}, \dots, a_{nj,k}$ menggunakan

$$a_{ijk} = \left[\frac{w'_k - \sum_{z=1}^{i-1} a_{zjk} w_z}{w_i} \right]$$

6. Gunakan $c_{jk} = w'_k - \sum_{i=1}^n a_{ijk} w_i$ untuk mendapatkan cut loss dari pola pemotongan ke j Kembali ke Langkah 4.
7. Aturi $i = i - 1$. Jika $i > 0$, ulangi Langkah 5. Jika tidak, iterasi berhenti.

B. Model Gilmore and Gomory

Ref [4,5,6] mengusulkan model pertama kali untuk CSP dua dimensi dengan memperluas pendekatan CGT yang diusulkannya pada CSP satu dimensi. Gilmore and Gomory menyelesaikan CSP dua dimensi bertipe *guillotine* sebagai CSP satu dimensi dua tahap, tahap pertama bersesuaian dengan pemotongan *stock* menjadi strip yang memiliki panjang atau lebar tertentu, dan tahap kedua bersesuaian dengan memotong strip yang diperoleh pada tahap pertama menjadi *item-item* yang diminta.

Ref [7] menyatakan pada tahap pertama Gilmore and Gomory menentukan semua pola dengan memotong *item* berdasarkan tinggi $h_i, \forall i \in \{1, \dots, m'\}$ (dimana $m' \leq m$ adalah jumlah *item* yang tingginya berbeda), dari *stock* dengan tinggi H , yaitu semua kombinasi yang fisibel dari *item* idengan ketentuan $\sum_{i=1}^m a_i h_i \leq H$. Pada tahap ini, lebar tidak dipertimbangkan. Pada tahap kedua terdapat sejumlah m' pola. Untuk setiap $s \in \{1, \dots, m'\}$ pola yang dicakup hanya item i seperti $h_i \leq h_s$, dan memenuhi ketentuan pertidaksamaan $\sum_{i=1}^m a_i w_i \leq W$. Gilmore and Gomory memformulasikan masalah ini ke dalam Model (4) – (6).

Minimumkan $\sum_{j \in J_0} \lambda_j^0$
(4)

Dengan kendala $M' \bar{\lambda} = \mathbf{0}$

$$\sum_{i=1}^m a_i w_i \leq W \quad (5)$$

$M'' \bar{\lambda} \geq \mathbf{b}(6)$

$\bar{\lambda} \geq 0$ dan integer

Kendala (5) memastikan bahwa potongan semua strip pada tahap pertama digunakan pada tahap kedua, dipotong menjadi *item-item* yang diminta. Kendala (6) memastikan bahwa permintaan *item-item* terpenuhi. Koefisien Kendala (5) dan Kendala (6) dapat ditulis ke dalam matriks M .

$$M = \begin{bmatrix} & -1 & \dots & -1 & & 0 & & & & 0 \\ & & & 0 & & -1 & \dots & -1 & & \vdots \\ M_0 & & & \vdots & & 0 & & & \dots & \\ & & & & & \vdots & & & & 0 \\ & & & 0 & & 0 & & & -1 & \dots & -1 \\ \hline 0 & & M_1 & & M_2 & & \dots & & & M_s \end{bmatrix}$$

dengan M' dan M'' masing-masing adalah m' baris pertama dan m baris terakhir dari matriks M .

M_0 adalah submatriks yang berisi pola pemotongan pada tahap pertama.

M_s adalah submatriks ke- s yang berisi pola pemotongan pada tahap kedua.

J_0 adalah himpunan pola pemotongan fisibel yang bersesuaian dengan tahap pertama.

$\bar{\lambda} = (\lambda_1^0, \dots, \lambda_j^0, \lambda_1^1, \dots, \lambda_j^1, \lambda_1^2, \dots, \lambda_j^2, \dots, \lambda_1^{m'}, \dots, \lambda_j^{m'})^T$
 λ_j^0 adalah pola ke- j yang berhubungan dengan tahap pertama.

λ_j^s adalah pola ke- j yang berhubungan dengan himpunan pola ke- s dari tahap kedua, dimana $s \in \{1, \dots, m'\}$.

$\mathbf{b} = (b_1, b_2, \dots, b_m)^T$ adalah vektor kolom yang entrinya merupakan permintaan untuk *item* ke- i .

C. Metode Branch and Cut

Secara konseptual, metode *Branch and Cut* dapat dilihat sebagai generalisasi dari metode *Branch and Bound*. Pada dasarnya, kerangka metode ini dibangun sama berdasarkan metode *Branch and Bound* dengan tambahan *Gomory Cutting Plane* dan dikenakan pada setiap verteks dari pohon *Branch and Bound* sebelum pemangkasan dan proses pencabangan. *Cutting plane* yang ditambahkan pada pohon *Branch and Cut* bisa tidak berlaku untuk sub-persoalan lain. Dalam hal ini, *cut* ini disebut *cut* lokal.

Meskipun kedua metode menyelesaikan serangkaian masalah LP relaksasi di berbagai verteks, solusi keduanya berbeda. *Branch and Bound* menerapkan dua batasan pemotongan di setiap verteks. Sedangkan *Branch and Cut* perlu melakukan banyak pekerjaan untuk memperoleh batasan yang kuat (*strength cut*) pada setiap verteks.

III. METODE PENELITIAN

Prosedur yang dilakukan pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mendeskripsikan data. Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data Octarina, *et.al.* (2016). Data-data tersebut meliputi nama produk, ukuran panjang dan lebar produk, dan permintaan produk.
2. Mengelompokkan data yang akan diimplementasikan pada algoritma PG secara menurun dari produk berukuran terbesar ke produk berukuran terkecil.
3. Mengimplementasikan algoritma PG pada CSP dua dimensi agar diperoleh pola pemotongan tahap pertama dan pola pemotongan tahap kedua.

4. Membuat pohon pencarian yang dibangun berdasarkan algoritma PG dalam menentukan

No	Nama Produk (Item)	Panjang (mm)	Lebar (mm)	Jumlah Pesanan (Lembar)
1	Undangan	325	225	300
2	Kartu Nama	90	60	1.000
3	Brosur	210	150	3.000
4	Cover Yasin / Buku	230	160	500

pola pemotongan tahap pertama dan tahap kedua.

5. Membentuk tabel pola pemotongan beserta *cut loss* yang digambarkan dari pohon pencarian secara berurut berdasarkan cabang.

6. Mengimplementasikan pola pemotongan tahap pertama dan tahap kedua ke dalam model *Gilmore and Gomory* dengan cara:

6.1. Membuat tabel pola pemotongan yang diperoleh dari algoritma *pattern generation*.

6.2. Membentuk model *Gilmore and Gomory* dengan cara berikut:

a. Mendefinisikan variabel yang digunakan.

b. Menentukan fungsi tujuan yang menghasilkan jumlah *stock* minimum dalam memenuhi permintaan setiap *item*.

c. Menentukan kendala yang memastikan bahwa strip yang dihasilkan pada tahap pertama merupakan strip-strip yang digunakan pada tahap kedua, dan akan dipotong menjadi *item-item* yang diminta. Selanjutnya menentukan kendala yang memastikan bahwa semua permintaan terhadap masing-masing *item* terpenuhi.

7. Mencari solusi model *Gilmore and Gomory* menggunakan metode *Branch and Cut* dan Program LINDO 6.1 digunakan sebagai alat bantu dalam menyelesaikan model LP relaksasi.

8. Menganalisis hasil akhir yang diperoleh.

IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

Berdasarkan penelitian [11], proses pemotongan *stock* yang dilakukan CV Proda yaitu memotong satu lembar *stock* untuk memenuhi permintaan satu jenis *item*. Cara pemotongan yang dilakukan CV Proda selama ini menghasilkan sisa pemotongan yang banyak dan tidak dapat digunakan lagi. Apabila cara ini terus digunakan, pengeluaran perusahaan untuk penggunaan *stock* semakin meningkat. Penentuan pola pemotongan *stock* menjadi berbagai jenis ukuran kertas yang tepat memerlukan kombinasi pola-pola pemotongan

sedemikian sehingga *trim loss* yang dihasilkan minimum. Penyelesaian masalah penentuan pola pemotongan dalam penelitian ini menggunakan data penelitian [11]. CV Proda menggunakan bahan baku kertas konstruk dengan ukuran 1.090 mm x 970 mm dengan berat 150 gr –260 gr. Data nama produk beserta pesanan masing-masing produk yang dihasilkan CV Proda dapat dilihat pada Tabel 1.

TABEL 1
Ukuran Produk dan Pesanan Produk

Data-data pada Tabel 1 selanjutnya dibuat pola pemotongan menggunakan algoritma *Pattern Generation* yang bersesuaian dengan lebar dan panjang, yang masing-masing dapat dilihat pada Tabel 2 dan Tabel 3.

TABEL 2.
Pola-Pola Pemotongan yang Dipilih Bersesuaian dengan Lebar

Pola Ke-j	Jumlah Potongan				Cut Loss (mm)
	225 mm	160 mm	150 mm	60 mm	
1	4	0	0	1	10
2	2	1	2	1	0
3	2	1	0	6	0
4	2	0	3	1	10
5	2	0	1	6	10
6	1	2	2	2	5
7	1	2	0	7	5
8	0	6	0	0	10
9	0	4	1	3	0
10	0	3	2	3	10
11	0	3	0	8	10
12	0	1	5	1	0
13	0	1	3	6	0
14	0	1	1	11	0
15	0	0	6	1	10
16	0	0	4	6	10
17	0	0	2	11	10
18	0	0	0	16	10

TABEL 3
Pola-Pola Pemotongan yang Dipilih Bersesuaian dengan Panjang

Pola Ke-j	Jumlah Potongan				Cut Loss (mm)
	325 mm	230 mm	210 mm	90 mm	
1	2	1	1	0	0
2	1	2	1	1	5
3	0	3	1	2	10
4	0	2	3	0	0
5	0	2	0	7	0
6	0	0	3	5	10
7	0	0	0	12	10

Pola-pola pada Tabel 2 dan 3 selanjutnya dibuat model *Gilmore and Gomory* seperti pada Persamaan (7) Minimumkan

$$z = \lambda_1^0 + \lambda_2^0 + \lambda_3^0 + \lambda_4^0 + \lambda_5^0 + \lambda_6^0 + \lambda_7^0$$

(7)

dengan kendala:

$$\begin{aligned} \lambda_2^0 + 2\lambda_3^0 + 7\lambda_5^0 + 5\lambda_6^0 + 12\lambda_7^0 - \lambda_1^1 &= 0 \\ \lambda_1^0 + \lambda_2^0 + \lambda_3^0 + 3\lambda_4^0 + 3\lambda_6^0 - \lambda_1^2 - \lambda_2^2 - \lambda_3^2 &= 0 \\ \lambda_1^0 + 2\lambda_2^0 + 3\lambda_3^0 + 2\lambda_4^0 + 2\lambda_5^0 - \lambda_1^3 - \lambda_2^3 - \lambda_3^3 - \lambda_4^3 \\ &\quad - \lambda_5^3 - \lambda_6^3 - \lambda_7^3 = 0 \\ 2\lambda_1^0 + \lambda_2^0 - \lambda_1^4 - \lambda_2^4 - \lambda_3^4 - \lambda_4^4 - \lambda_5^4 - \lambda_6^4 - \lambda_7^4 &= 0 \\ 16\lambda_1^1 + 11\lambda_1^2 + 6\lambda_2^2 + \lambda_3^2 + 11\lambda_1^3 + 6\lambda_2^3 + \lambda_3^3 \\ &\quad + 8\lambda_4^3 + 3\lambda_5^3 + 3\lambda_6^3 + 7\lambda_1^4 + 2\lambda_2^4 \\ &\quad + 6\lambda_3^4 + \lambda_4^4 + 6\lambda_5^4 + \lambda_6^4 + \lambda_7^4 \\ &\geq 1.000 \\ 2\lambda_1^2 + 4\lambda_2^2 + 6\lambda_3^2 + \lambda_1^3 + 3\lambda_2^3 + 5\lambda_3^3 + 2\lambda_5^3 + \lambda_6^3 \\ &\quad + 2\lambda_2^4 + \lambda_3^4 + 3\lambda_4^4 + 2\lambda_6^4 \\ &\geq 3.000 \\ \lambda_1^3 + \lambda_2^3 + \lambda_3^3 + 3\lambda_4^3 + 3\lambda_5^3 + 4\lambda_6^3 + 6\lambda_7^3 + 2\lambda_1^4 \\ &\quad + 2\lambda_2^4 + \lambda_3^4 + \lambda_6^4 \geq 500 \\ \lambda_1^4 + \lambda_2^4 + 2\lambda_3^4 + 2\lambda_4^4 + 2\lambda_5^4 + 2\lambda_6^4 + 4\lambda_7^4 &\geq 300 \\ \bar{\lambda} &\geq 0 \text{ dan integer} \end{aligned}$$

dengan $\bar{\lambda} =$

$$(\lambda_1^0, \dots, \lambda_j^0, \lambda_1^1, \dots, \lambda_j^1, \lambda_1^2, \dots, \lambda_j^2, \dots, \lambda_1^{m'}, \dots, \lambda_j^{m'})^T$$

Model (7) selanjutnya dapat dilihat pada Tabel 4. Solusi optimum yang diperoleh adalah $z = 141,140$, dimana $\lambda_1^0 = 37,5$, $\lambda_4^0 = 98,707$, $\lambda_6^0 = 4,934$, $\lambda_1^1 = 24,668$, $\lambda_2^3 = 348,420$, $\lambda_3^3 = 181,896$, $\lambda_7^3 = 53,017$, dan $\lambda_7^4 = 75$. Karena masih ada variabel keputusan yang tidak bernilai *integer* maka hasil ini tidak optimum untuk permasalahan ILP. Untuk memperoleh hasil yang optimum, dimana seluruh variabel keputusannya bernilai *integer* maka digunakan metode *Branch and Cut*.

Hasil penyelesaian menunjukkan nilai $z = 142$ dengan nilai $\lambda_1^0 = 38$, $\lambda_4^0 = 99$, $\lambda_6^0 = 5$, $\lambda_1^1 = 25$, $\lambda_2^2 = 3$, $\lambda_2^3 = 347$, $\lambda_3^3 = 182$, $\lambda_4^3 = 1\lambda_7^3 = 53$, $\lambda_3^4 = 2$, dan $\lambda_7^4 = 74$. Berdasarkan solusi optimal yang diperoleh, maka pada tahap pertama dapat digunakan pola pemotongan ke-1, ke-4, dan ke-6. Tahap kedua dapat digunakan:

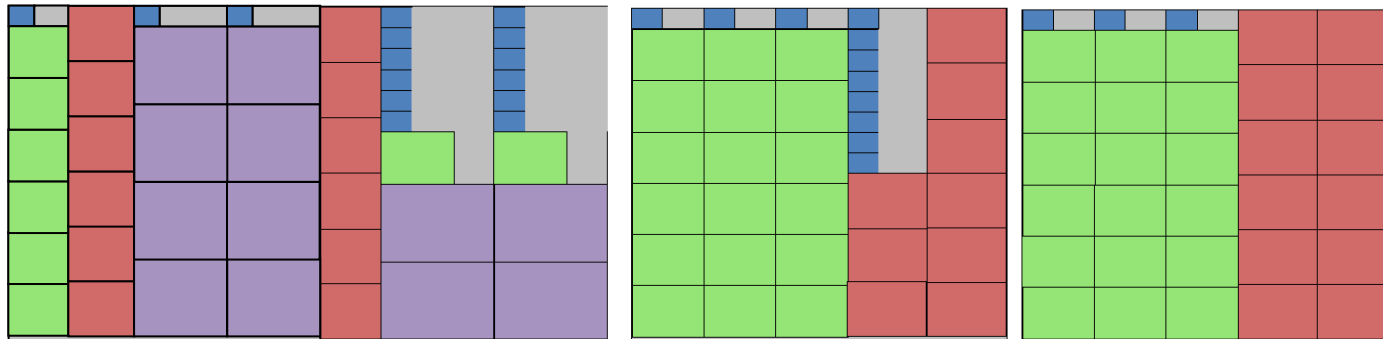
1. Pola pemotongan ke-1 pada strip berukuran panjang 90 mm.
2. Pola pemotongan ke-1 dan ke-3 pada strip berukuran panjang 210 mm.
3. Pola pemotongan ke-3, ke-4, dan ke-7 pada strip berukuran panjang 230 mm, dan
4. Pola pemotongan ke-3 dan ke-7 pada strip berukuran panjang 325 mm.

Penambahan batasan *gomory* pada penelitian ini tidak cukup mempengaruhi solusi yang diperoleh karena jumlah variabel yang banyak. Jumlah *item* dihasilkan dari pemotongan *stock* sebanyak 142 lembar berdasarkan pola pemotongan optimal. Solusi optimal yang diperoleh selanjutnya disubstitusikan kendala model Gilmore and Gomory, sehingga dihasilkan kartu nama sebanyak 1.056 lembar, brosur sebanyak 3.000 lembar, *cover* yasin / buku sebanyak 503 lembar, dan undangan

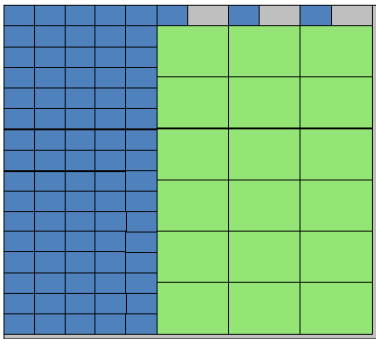
sebanyak 300 lembar. Masing-masing *item* yang dihasilkan tidak kurang dari permintaan, jumlah berlebih yang dihasilkan ini dapat digunakan untuk pesanan berikutnya.

TABEL 4
Model Gilmore and Gomory

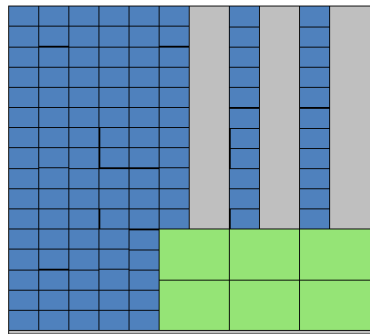
(l_i, w_i)	λ_1^0	λ_2^0	λ_3^0	λ_4^0	λ_5^0	λ_6^0	λ_7^0	λ_1^1	λ_2^1	λ_3^1	λ_4^1	λ_5^1	λ_6^1	λ_7^1	λ_1^2	λ_2^2	λ_3^2	λ_4^2	λ_5^2	λ_6^2	λ_7^2	λ_1^3	λ_2^3	λ_3^3	λ_4^3	λ_5^3	λ_6^3	λ_7^3	λ_1^4	λ_2^4	λ_3^4	λ_4^4	λ_5^4	λ_6^4	λ_7^4	
(90,60)	0	1	2	0	7	5	12	-1																											= 0	
(210,150)	1	1	1	3	0	3	0		-1	-1	-1																									= 0
(230,160)	1	2	3	2	2	0	0								-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1														= 0	
(325,225)	2	1	0	0	0	0	0																												= 0	
(90,60)								16	11	6	1	11	6	1	8	3	3	0	7	2	6	1	6	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	≥ 1.000
(210,150)								0	2	4	6	1	3	5	0	2	1	0	0	2	1	3	0	2	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	≥ 3.000
(230,160)								0	0	0	0	1	1	1	3	3	4	6	2	2	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	≥ 500	
(325,225)								0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	2	2	2	2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	≥ 300	
Fungsi Tujuan	1	1	1	1	1	1	1																													



Gambar 1.Kombinasi 1

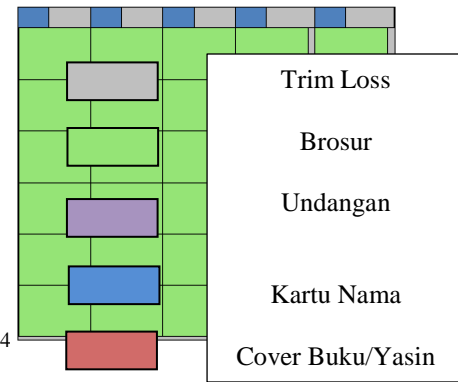


Gambar 2.Kombinasi 2



Gambar 3. Kombinasi 3

Gambar4. Kombinasi 4



Gambar 5.Kombinasi 5

Gambar 6.Kombinasi 6

Gambar 7. Kombinasi

Gambar 1-7 memperlihatkan kombinasi pola pemotongan optimal pada tahap pertama dan tahap kedua. Terdapat 7 pola pemotongan yang digunakan. Kombinasi 1 dipotong sebanyak 37 kali, Kombinasi 2 dipotong sebanyak 1 kali, Kombinasi 3 dipotong sebanyak 7 kali, Kombinasi 4 dipotong sebanyak 1 kali, Kombinasi 5 dipotong sebanyak 91 kali, Kombinasi 6 dipotong sebanyak 4 kali, dan Kombinasi 7 dipotong sebanyak 1 kali. Terlihat pada Gambar 1-7 ada *trim loss* yang masih bisa dilakukan pemotongan kembali, yaitu yang dapat menghasilkan kartu nama.

V. KESIMPULAN

Model *Gilmore and Gomory* yang dibentuk dari pola pemotongan terpilih dengan fungsi tujuan yaitu meminimumkan jumlah *stock* yang dipotong untuk memenuhi permintaan setiap *item*. Kendala yang digunakan yaitu kendala yang memastikan setiap strip yang dihasilkan pada pemotongan tahap pertama digunakan pada tahap kedua, dan kendala yang memastikan semua permintaan terhadap *item* terpenuhi. Pola pemotongan optimal yang diperoleh dengan menggunakan metode *Branch and Cut* menghasilkan jumlah *stock* minimum. Penambahan batasan *gomory* pada penelitian ini kurang efektif karena jumlah variabel yang banyak.

Ucapan Terima Kasih

Terima kasih kepada Direktorat Jendral Perguruan Tinggi (DIKTI) yang telah mendanai penelitian ini melalui “Penelitian Produk Terapan” Tahun 2017.

Daftar Pustaka

- [1] P.B.J. Bangun, S. Octarina, dan R. Apriani, “Penyelesaian algoritma *pattern generation* dengan model *arc-flow* pada *cutting stock problem* (CSP) satu dimensi”, *Proceeding Annual Research Seminar* Fakultas Ilmu Komputer Universitas Sriwijaya, 2016.
- [2] G. Belov and G. Scheithauer, “A branch and cut and price algorithm for one dimensional stock cutting and two dimensional two stage cutting”, *Preprint submitted to EJOR* University of Dresden, Institute of Numerical Mathematics, Germany, 2004.
- [3] D.S Chen, R.G Batson, and Y. Dang, *Applied Integer Programming Modeling and Solution*. New Jersey: John Wiley & Sons, 2010.
- [4] P. Gilmore and R. Gomory, “A linear programming approach to the cutting stock problem”, *Operations Research* **9**(6): 849 – 859, 1961.
- [5] P. Gilmore and R. Gomory, “A linear programming approach to the cutting stock problem II”, *Operations Research* **11**(6): 863 – 888, 1963.
- [6] P. Gilmore and R. Gomory, “Multistage cutting stock problems of two and more dimension”, *Operations Research* **13**(1): 94 – 120, 1965.
- [7] R.A.S.G. Macedo, “Models and algorithms for hard optimization problems”, *Thesis* Universidade do Minho Braga, 2011.
- [8] A. Mellouli and A. Dammak, “An algorithm for the two dimensional cutting stock problem based on a pattern generation procedure”, *Information and Management Science* **19**(2): 201 – 218, 2008.
- [9] M. Mrad, I. Meftahi, and M. Haouari, “A branch-and-price algorithm for the two stage guillotine cutting stock problem”, *Journal of the Operational Research Society*, 1-9, 2012.
- [10] K. Novianingsih, R. Hadiani, and S. Uttunggadewa, “Column generation technique for solving two dimensional cutting stock problems: method of stripe approach”, *Journal of The Indonesian Mathematical Society (MIHMI)* **13**(2), 161-172, 2007.
- [11] S. Octarina, P.B.J. Bangun, and S. Hutapea, “The application to find cutting pattern in two dimensional cutting stock problem”, *Accepted and to be published in Journal of Informatics and Mathematical Science*, 2016.
- [12] S.M.A. Suliman, “Pattern generating procedure for the cutting stock problem”, *International Journal of Production Economics*, **74** : 293-301, 2001.

Sertifikat

No. 1378/UN.9.1.6/Kp.3.j/2017

Diberikan kepada : **SISCA OCTARINA**

Atas partisipasinya sebagai : **PEMAKALAH**

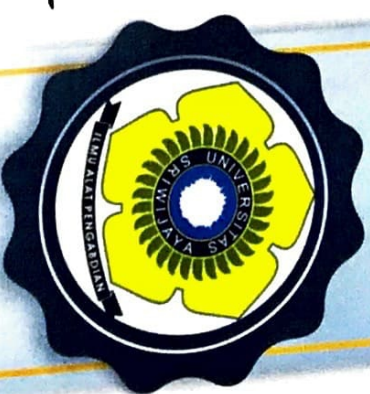
pada Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika 2017 "*Fenomena Now-
linier dan Pembelajaran Pemodelan Matematika*" dengan judul makalah :

*Implementasi Branch and Cut dalam Penyelesaian
Model Gilmore and Gomory Hasil Pattern Generation*

Mengetahui:
Dekan FKIP Unsri,



Prof. Sofendi, M.A., Ph.D.
NIP. 196009071987031002



Palembang, 21 Agustus 2017
Ketua Pelaksana,



Dr. Darmawijoyo, M.Si.
NIP. 196508281991011003

