PROSIDING

SEMIRATA 2017 BIDANG MIPA
BKS-PTN WILAYAH BARAT
Jambi, Ratu Convention Center 12 - 14 Mei 2017

“Peran Sains, Teknologi dan Pendidikan MIPA dalam Menopang Sains Park, Teknopark, Serta Geopark Berbasis Argoindustri dan Lingkungan”

Penerbit: Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan (FKIP) bekerja sama dengan Fakultas Sains dan Teknologi (FST) Universitas Jambi

BUKU 1

MATEMATIKA

PROSIDING SEMIRATA 2017 BIDANG MIPA BKS-PTN WILAYAH BARAT

Editor:
Maison
Feri Tiona Pasaribu
Ahmad Syarkowi
Evtita
Novferma
Rosi Widia Asiani
Aulia Ul Millah
Martina Asti Rahayu

Reviewer:
Maison
Evita Anggereini
Haris Effendi

Desain Sampul:
Taufan Dyusanda Putra

ISBN: 978-602-50593-0-8
Penerbit:
Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan (FKIP)
bekerjasama dengan Fakultas Sains dan Teknologi (FST) Universitas Jambi
Redaksi:

Kampus Unja Mendalo
Jl. Raya Jambi – Ma. Bulian Km. 15, Mendalo Indah
Jambi
Telp./Fax: 0741 - 583453

ISBN 978-602-50593-0-8

9 786025 059308

KATA PENGANTAR

Assalamualaikum Wr. Wb.

Alhamdulillah, segala puji bagi Allah SWT, Tuhan Yang Maha Esa, atas karunia yang telah dilimpahkan sehingga kegiatan Seminar dan Rapat Tahunan (SEMIRATA)-BKS PTN Bidang MIPA Wilayah Barat tahun 2017 dapat dilaksanakan secara baik.

Kegiatan SEMIRATA-BKS PTN Bidang MIPA Wilayah Barat tahun 2017 yang diamanahkan kepada Universitas Jambi sebagai penyelenggara dilaksanakan secara gabungan oleh Fakultas Sains dan Teknologi (FST) dan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan (FKIP). Kegiatan telah dilaksanakan dengan sukses pada tanggal 12-14 Mei 2017 di Ratu Conference Hotel dan Swiss Bellin Hotel Jambi. Salah satu program utama adalah Seminar Nasional Sains dan Pendidikan MIPA dengan tema: "Peran Sains Teknologi dan Pendidikan MIPA dalam Menopang Sainspark, Teknopark serta Geopark berbasis Agroindustri dan Lingkungan".

Sesi pleno seminar di Ratu Conference Center dipaparkan materi oleh dua pembicara utama yaitu akademisi Dr. Ir Yunus Kusumahbrata, M.Sc (Staf Ahli Kementerian ESDM) dan praktisi/birokrat Dr. H. Syahrial, M.P., (Bupati Tajung Jabung Barat Prov. Jambi). Materi yang disajikan berisi topik Pengembangan Geopark, Teknopark dan Sainspark di Indonesia. Selain daripada itu, sesi paralel telah dipresentasikan secara oral lebih dari 600 judul makalah hasil penelitian yang disampaikan dalam 40 ruang seminar secara paralel. Dalam kegiatan komunikasi ilmiah secara langsung ini juga telah dimanfaatkan untuk menjalin jejaring agar lebih bersinergi dalam pengembangan Sains dan Pendidikan MIPA ke masa mendatang.

Supaya komunikasi ilmiah yang baik ini dapat juga tersampaikan ke komunitas ilmiah lain yang tidak dapat hadir pada kegiatan seminar, panitia memfasilitasi untuk menerbitkan makalah dalam bentuk Prosiding. Panitia juga tetap memberi kesempatan kepada peserta yang akan menerbitkan makalahnya di jurnal ilmiah, sehingga tidak seluruh materi yang disampaikan pada seminar diterbitkan dalam prosiding ini. Dalam proses penerbitan prosiding ini, panitia telah banyak dibantu oleh Tim Reviewer dan Tim Editor yang dikoordinir oleh Drs. Maison, M.Si., Ph.D, yang telah dengan sangat intensif mencurahkan waktu, tenaga dan pikiran untuk melakukan proses *plagiarism check*, review, dan editing. Untuk itu, panitia menyampaikan terima kasih dan penghargaan. Namun, panitia juga menyampaikan permohonan ma'af karena dengan sangat banyaknya makalah yang akan diterbitkan dalam prosiding ini, waktu yang dibutuhkan dalam proses penerbitan prosiding ini cukup lama, dan penerbitan prosiding tidak dilakukan dalam satu buku tetapi dalam empat buku prosiding. Semoga penerbitan prosiding ini selain SEMIRATA-BKS PTN Bidang MIPA Wilayah Barat tahun 2017 bermanfaat bagi para pemakalah dan penulis, juga dapat bermanfaat dalam pengembangan Sains dan Pendidikan MIPA di Indonesia.

Ucapan terima kasih disampaikan kepada Rektor Universitas Jambi, Dekan FST dan FKIP Universitas Jambi, Ketua Forum Rektor BKS wilayah Barat, Ketua BKS-MIPA Wilayah Barat, panitia dan semua pihak yang ikut menyukseskan acara semirata.

Jambi, 2 Oktober 2017
Ketua Panitia

Dr. Kamid, M.Si

MINIMISASI *TRIM LOSS* KERTAS GULUNGAN PADA *CUTTING STOCK PROBLEM* (CSP) SATU DIMENSI

Sisca Octarina, Putra Bahtera Jaya Bangun, Suci Novtari Kumala Dewi
Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Sriwijaya
email: s.octarina@gmail.com

ABSTRACT

One dimensional Cutting Stock Problem (CSP) is an optimization problem in cutting raw material using one side cutting, length or width. In this research, CSP aims to minimize the cutting waste of reel paper which called trim loss. It used Two Phase approach and Branch and Bound method. Based on the result and discussion, it found that Two Phase approach is more appropriately in one dimensional CSP that has size of stocked reels than Branch and Bound method. While Branch and Bound method is more appropriately in one dimensional CSP that hasn't size of stocked reels than Two Phase approach. It showed that both have much surplus and have little trim loss.

Keywords: Cutting Stock Problem, Two Phase Approach, Branch and Bound, Trim Loss.

PENDAHULUAN

Permasalahan pemotongan bahan baku dalam Optimasi dikenal dengan istilah *Cutting Stock Problem* (CSP). CSP merupakan permasalahan *Integer Linear Programming* (ILP) dalam bidang pengkombinasian, tentang bagaimana menentukan kombinasi solusi dari beberapa solusi yang mungkin dan layak, yang juga memenuhi kendala yang ada. CSP dapat dibedakan berdasarkan jumlah dimensi pemotongannya yaitu CSP satu dimensi, CSP dua dimensi, dan CSP tiga dimensi. CSP satu dimensi merupakan permasalahan pemotongan yang digunakan hanya menggunakan satu macam sisi pemotongan, yaitu pemotongan dari sisi panjang atau dari sisi lebar.

Banyak industri kertas yang dihadapkan pada permasalahan pemotongan ukuran bahan baku. Ukuran bahan baku yang besar akan dijadikan potongan kecil sesuai dengan ukuran yang diinginkan. Permasalahan yang sering terjadi dalam industri kertas adalah apabila industri tersebut menggunakan bahan baku kertas gulungan, dengan lebar yang bervariasi, dan dalam pemotongan dilakukan sesuai permintaan konsumen.

Pemotongan yang dilakukan pada kertas gulungan tidak menutup kemungkinan terdapat kelebihan sisi pemotongan kertas. Kertas gulungan mempunyai panjang yang sama dalam satu gulungan tersebut. Terkadang lebar kertas tidak cukup lebar untuk memenuhi pesanan lain yang diperlukan. Kelebihan sisa pemotongan kertas ini disebut sebagai kerugian pemotongan atau *trim loss* (Taha, 2007). *Trim loss* tidak dapat dihindari karena ukuran permintaan dari konsumen tidak selalu sama dengan ukuran yang ada pada pemasok. Selain hal tersebut, perilaku produksi juga berpengaruh dalam terjadinya *trim loss,* salah satunya dengan penentuan pola kombinasi pemotongan yang kurang tepat sehingga menyebabkan pemanfaatan bahan baku menjadi tidak efisien.

Beberapa peneliti telah mencari cara untuk meminimalkan *trim loss* sehingga kombinasi pemotongan yang dipilih mampu memenuhi permintaan dengan menghasilkan *trim loss* sekecil-kecilnya. Sepriansyah, dkk (2016) mendapatkan pola pemotongan dan *trim loss* yang optimal pada CSP satu dimensi di Percetakan CV Tunas Gemilang menggunakan ILP.

Octarina, dkk (2015) menyimpulkan bahwa metode *Column Generation Technique* (CGT) lebih tepat digunakan untuk menyelesaikan CSP satu dimensi dibandingkan dengan algoritma Balas yang dikembangkan. Pada kasus penelitian keduanya, data jumlah permintaan untuk setiap jenis pesanan produk tidak berpengaruh pada model. Selain itu material kertas yang diteliti bukan kertas gulungan.

Razaullah, *et.al.* (2012) merancang dan menggunakan pendekatan Dua Fase dalam penentuan solusi optimal persoalan ILP. Tahap pertama dikerjakan berdasarkan metode Simpleks yang pada umumnya mengarah pada solusi *non integer* dan pada tahap kedua menentukan solusi optimal *integer*. Suyanto (2010) menerangkan bahwa suatu teknik umum untuk pencarian solusi optimal dari berbagai masalah optimasi, khususnya untuk optimasi diskrit dan kombinatorial adalah metode *Branch and Bound.* Metode ini mampu membentuk solusi *integer* melalui teknik percabangan.

Berdasarkan latar belakang tersebut, penelitian ini meneliti tentang bagaimana menyelesaikan minimisasi *trim loss* kertas gulungan pada CSP satu dimensi dengan memperhatikan jumlah permintaan pesanan kertas gulungan. Model diuji pada serangkaian permasalahan literatur kertas gulungan menggunakan pendekatan Dua Fase dan metode *Branch and Bound*. Data-data yang digunakan untuk menguji model tersebut adalah data pada penelitian Chvatal (2007).

KAJIAN LITERATUR

Teknik Dua Fase

Sebagaimana namanya teknik dua fase, teknik ini memiliki dua fase (tahap) dalam pengerjaannya. Langkah-langkah pengerjaan teknik dua fase sebagai berikut:

1. Fase 1

Fase pertama bertindak untuk menguji apakah permasalahan yang dihadapi memiliki solusi layak atau tidak. Pada fase ini fungsi tujuan semula harus berupa meminimumkan variabel *artificial*. Jika minimum fungsi tujuan bernilai nol dan variabel *artificial* menjadi variabel non basis, artinya memliki solusi layak. Jika fase pertama berhasil, maka pencarian dilanjutkan dengan fase kedua. Tetapi, jika nilai minimum fungsi tujuan berharga positif, artinya tidak memiliki solusi layak maka pencarian dihentikan.

2. Fase 2

Fase kedua bertindak dengan menggunakan solusi basis optimum dari fase 1 sebagai solusi awal dari permasalahan semula. Dalam hal ini mengubah bentuk fungsi tujuan fase 1 dengan mengembalikannya pada fungsi tujuan permasalahan semula.

Pendekatan Dua Fase

Razaullah, *et.al.* (2012) menerangkan bahwa pendekatan Dua Fase dapat digunakan dalam menyelesaikan permasalahan bidang Optimasi pemotongan bahan baku. Fase-fase dalam pendekatan ini adalah sebagai berikut:

1. Fase 1

Pengerjaan pada fase ini bertindak dengan mengerjakan permasalahan metode Simpleks yang pada umumnya mengarah pada solusi *non integer*.

2. Fase 2

Pengerjaan pada fase kedua bertindak dengan menentukan solusi optimal berupa *integer* dengan menggunakan pemrograman bilangan bulat apabila solusi optimal awal yang diperoleh dari fase 1 bernilai *non integer* atau memiliki lebih dari satu nilai *non integer*.

Integer Linear Programming (ILP)

Integer Linear Programming (ILP) merupakan bentuk lain dari pemrograman linier yang muncul karena tidak semua variabel keputusan berupa bilangan pecahan. Model Matematika dalam ILP digunakan untuk merumuskan bentuk permasalahan pemrograman linier sehingga dapat menghasilkan solusi yang merupakan bilangan bulat atau *integer***.** Nilai fungsi objektif dapat berupa minimum atau maksimum. Berbeda dengan bentuk model ILP persoalan *trim loss* fungsi objektifnya berupa kasus minimumkan.

Menurut Razaullah, *et.al*. (2012) bentuk umum ILP untuk menyelesaikan permasalahan *trim loss* sebagai berikut:

Minimumkan $z = \sum_{a=1}^{j} x_a$ (1)

dengan kendala

$$\sum_{a=1}^{j} f_{i,a} x_a \geq d_i \qquad (2)$$

$$i = 1,2,\dots,m \qquad (3)$$

$x_a \geq 0$, dan bilangan bulat (4)

dengan

z menyatakan fungsi tujuan.

x_a menyatakan pola pemotongan layak ke-a.

$f_{i,a}$ menyatakan berapa kali pesanan ke- i pada pola pemotongan layak x_a.

d_i menyatakan permintaan pesanan ke- i sebanyak m permintaan.

Cutting Stock Problem Satu Dimensi

CSP pertama kali diperkenalkan oleh Kantorovich pada tahun 1930 dan dipublikasikan di Inggris pada tahun 1960. Penelitian tersebut dimulai sejak lebih dari empat puluh tahun yang lalu dan tumbuh cepat dengan metode penyelesaian yang beragam serta metode-metode untuk persoalan CSP langsung diperkenalkan saat itu juga.

Dyckhoff, *et.al*, (1992) menerjemahkan CSP dimana bahan yang besar dibagi-bagi menjadi beberapa potongan, tidak boleh ada potongan yang menumpuk dan keseluruhan dari potongan harus merupakan bagian dari keseluruhan bahan. Pemrograman linier dengan metode Simpleks sering digunakan untuk menyelesaikan banyak model, salah satu yang paling sering digunakan dalam masalah CSP yaitu meminimumkan *trim loss* dengan mendapatkan kombinasi pemotongan yang layak (Triyanti dan Tirtasari, 2008).

Permasalahan *trim loss* yang dikaji dalam penelitian ini berkaitan dengan bagaimana menemukan kombinasi layak untuk meminimumkan *trim loss* dan memenuhi permintaan pesanan pelanggan. Dikatakan merupakan sebuah kombinasi yang fisibel (layak) apabila *trim loss* bernilai lebih kecil dibandingkan dengan lebar minimum dari permintaan dan jika jumlah lebar gulungan yang telah tersedia tidak melebihi lebar gulungan master (Razaullah, *et.al*, 2012).

Adapun model CSP yang digunakan adalah sebagai berikut:

Minimumkan

$$z = W \sum_{a=1}^{j} x_a + w_1' \sum_{b=j+1}^{k} x_b + w_2' \sum_{c=k+1}^{p} x_c \qquad (5)$$

dengan kendala

$$\sum_{a=1}^{j} f_{i,a} x_a + \sum_{b=j+1}^{k} f_{i,b} x_b + \sum_{c=k+1}^{p} f_{i,c} x_c \leq d_i \qquad (6)$$

$$\sum_{b=j+1}^{k} \leq N_1 \qquad (7)$$

$$\sum_{c=k+1}^{p} x_c \leq N_2 \qquad (8)$$

$i = 1,2, \dots, m$

$x_a, x_b, x_c \geq 0$ dan bilangan bulat (9)

dengan

W merupakan lebar gulungan master.

x_a merupakan pola pemotongan layak dari lebar W.

w_i merupakan lebar permintaan pesanan gulungan ke- i sebanyak m pesanan.

d_i merupakan jumlah permintaan untuk setiap pesanan ukuran gulungan ke- i sebanyak m pesanan.

$f_{i,a}$ merupakan berapa kali pesanan ukuran gulungan ke- i ada pada pemotongan layak x_a sebanyak m pesanan.

w'_1 merupakan lebar gulungan persediaan ke-1.

w'_2 merupakan lebar gulungan persediaan ke-2.

x_b, x_c merupakan pola pemotongan layak dari lebar w'_1, w'_2.

N_1, N_2 merupakan banyaknya gulungan yang telah tersedia dari lebar w'_1, w'_2.

$f_{i,b}$ merupakan berapa kali pesanan ukuran gulungan ke- i ada pada pemotongan layak x_b sebanyak m pesanan.

$f_{i,c}$ merupakan berapa kali pesanan ukuran gulungan ke- i ada pada pemotongan layak x_c sebanyak m pesanan.

j, k, p merupakan jumlah maksimum pemotongan layak dari lebar W, w'_1, w'_2.

$\sum_{b=j+1}^{k} x_b \leq N_1$ dan $\sum_{c=k+1}^{p} x_c \leq N_2$ merupakan kendala tambahan jika tersedia sejumlah gulungan tambahan produksi dengan lebar w'_1, w'_2 (Razaullah, *et. al*, 2012).

Berikut merupakan formulasi tambahan yang digunakan dalam perhitungan CSP yaitu:

a. Menghitung total luas permintaan gulungan

$$L_{pg} = \sum_{i=1}^{m} w_i d_i \qquad (10)$$

b. Menghitung total luas gulungan dari pola kombinasi terpilih

$$L_g = \left(W \sum_{a=1}^{j} x_a + w'_1 \sum_{b=j+1}^{k} x_b + w'_2 \sum_{c=k+1}^{p} x_c \right) \times L \qquad (11)$$

c. Menghitung total luas gulungan yang diproduksi untuk memenuhi pesan

$$L_p = \left[\sum_{a=1}^{j} \{x_a(W - T_a)\} + \sum_{b=j+1}^{k} \{x_b(w'_1 - T_b)\} + \sum_{c=k+1}^{p} \{x_c(w'_2 - T_c)\} \right] \times L \qquad (12)$$

d. Menghitung total luas *surplus* gulungan menggunakan pola kombinasi terpilih

$$L_s = \left(\left[\sum_{a=1}^{j} \{x_a(W - T_a)\} + \sum_{b=j+1}^{k} \{x_b(w_1' - T_b)\} + \sum_{c=k+1}^{p} \{x_c(w_2' - T_c)\} \right] \times L \right) \left(\sum_{i=1}^{m} w_i d_i \right) \quad (13)$$

e. *Trim Loss*

$$T = \left(W \sum_{a=1}^{j} x_a + w_1' \sum_{b=j+1}^{k} x_b + w_2' \sum_{c=k+1}^{p} x_c \right) \times L \quad \left(\left[\sum_{a=1}^{j} \{x_a(W - T_a)\} + \sum_{b=j+1}^{k} \{x_b(w_1' - T_b)\} + \sum_{c=k+1}^{p} \{x_c(w_2' - T_c)\} \right] \times L \right) \quad (14)$$

dengan L merupakan panjang bahan baku, sedangkan T_a, T_b, dan T_c merupakan besar *trim loss* pada masing-masing pola pemotongan x_a, x_b, dan x_c.

METODE PENELITIAN

Secara rinci langkah-langkah yang dilakukan pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mendeskripsikan data.
2. Mendefinisikan variabel-variabel yang digunakan.
3. Membentuk pola pemotongan layak, dengan syarat *trim loss* bernilai lebih kecil dibandingkan dengan lebar minimum dari permintaan pesanan.
4. Membentuk tabel pengaturan pisau CSP satu dimensi kertas gulungan.
5. Membentuk model CSP satu dimensi kertas gulungan dengan mendefinisikan fungsi objektif dan kendala berdasarkan tabel pengaturan pisau.
6. Menyelesaikan CSP dengan pendekatan Dua Fase.
7. Menyelesaikan CSP dengan metode *Branch and Bound.*
8. Menganalisis dan mendeskripsikan solusi akhir *trim loss* yang diperoleh menggunakan pendekatan Dua Fase dan metode *Branch and Bound*.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Minimisasi *trim loss* kertas gulungan pada CSP satu dimensi pada penelitian ini dilakukan pada permasalahan dengan menggunakan data dari Chvatal (2007) yang kemudian diselesaikan menggunakan pendekatan Dua Fase dan metode *Branch and Bound*. Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yaitu data yang diperoleh dari Chvatal (2007). Permasalahan yang dihadapi dalam penelitian tersebut yakni CV. Maju Jaya merupakan industri yang bergerak di bidang produksi sejumlah kertas gulungan. Industri ini memproduksi kertas gulungan menggunakan mesin kertas dan dipotong dengan pisau pemotong. Adapun lebar gulungan yang diproduksi adalah $100\ inci$. Industri ini harus mampu memenuhi sejumlah pesanan kertas gulungan dari konsumen dengan lebar masing-masing $14\ inci$, $31\ inci$, $36\ inci$, dan $45\ inci$ dengan jumlah paling sedikit pesanan gulungan berturut-turut 211, 395, 610, dan 97 gulungan.

Adapun variabel-variabel yang digunakan dalam permasalahan ini adalah sebagai berikut:

x_j menyatakan pola pemotongan ke j.

z menyatakan fungsi objektif yang nilainya merupakan lebar kertas gulungan master dari setiap pola pemotongan.

W menyatakan lebar kertas gulungan master yaitu $100\ inci$.

w_i menyatakan lebar permintaan pesanan kertas gulungan ke-i dengan $i = 1{,}2{,}3{,}4$. Jadi $w_1 = 14\ inci$, $w_2 = 31\ inci$, $w_3 = 36\ inci$, $w_4 = 45\ inci$.

d_i menyatakan jumlah permintaan pesanan untuk setiap pesanan kertas gulungan ke-i dengan $i = 1{,}2{,}3{,}4$. Jadi $d_1 = 211$, $d_2 = 395$, $d_3 = 610$, $d_4 = 97$.

$f_{i,a}$ menyatakan berapa kali lebar permintaan pesanan ke-i ada pada pola pemotongan x_a dengan $a = 1{,}2{,}3, \ldots, j$.

T_a menyatakan besar *trim loss* pada pola pemotongan x_a.

L menyatakan panjang kertas gulungan.

Data pada permasalahan ini dapat dibentuk pola pemotongan yang layak. Pola pemotongan yang terpilih untuk digunakan dengan syarat nilai *trim loss* bernilai lebih kecil dibandingkan dengan lebar minimum dari permintaan pesanan. Pembuatan pola pemotongan dilakukan dengan mengurutkan pemotongan dengan memperhatikan besar lebar permintaan, dimulai dengan lebar permintaan terbesar. Adapun semua kombinasi pola pemotongan layak yang dapat dibentuk dari sejumlah permintaan lebar pesanan dari lebar gulungan $100\ inci$ dapat dilihat pada Gambar 1.

Gambar 1 menunjukkan 12 macam pola pemotongan layak, bagian kuning merupakan besar *trim loss* yang dihasilkan dari pola pemotongan tersebut. Setiap pola pemotongan memiliki jumlah potongan yang berbeda. Meminimumkan banyaknya kertas gulungan yang digunakan merupakan tujuan dari dibentuknya fungsi objektif (tujuan), sedangkan kendala dibentuk berdasarkan banyaknya lebar permintan yang ada pada setiap pola pemotongan. Setiap pola pemotongan memiliki jumlah potongan yang berbeda. Bobot dari setiap pola tersebut selanjutnya disusun ke dalam tabel pengaturan pisau yaitu pada Tabel 1 untuk dapat dibentuk model penyelesaian.

Adapun model yang terbentuk adalah sebagai berikut:

Minimumkan

$$z = 100x_1 + 100x_2 + 100x_3 + 100x_4 + 100x_5 + 100x_6 + 100x_7 + 100x_8 + 100x_9 + 100x_{10} + 100x_{11} + 100x_{12}$$

dengan kendala

Tabel 1.

Pengaturan Pisau

		Pengaturan Pisau $W = 100\ Inci$												
		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	**Jumlah Minimum Gulungan d_i**
Ukuran Lebar yang Diminta ($Inci$)	14	0	1	1	3	2	0	2	4	0	2	4	7	211
	31	0	0	1	0	0	2	1	0	3	2	1	0	395
	36	0	1	0	0	2	1	1	1	0	0	0	0	610
	45	2	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	97
	Trim Loss **($Inci$)**	10	5	10	13	0	2	5	8	7	10	13	2	

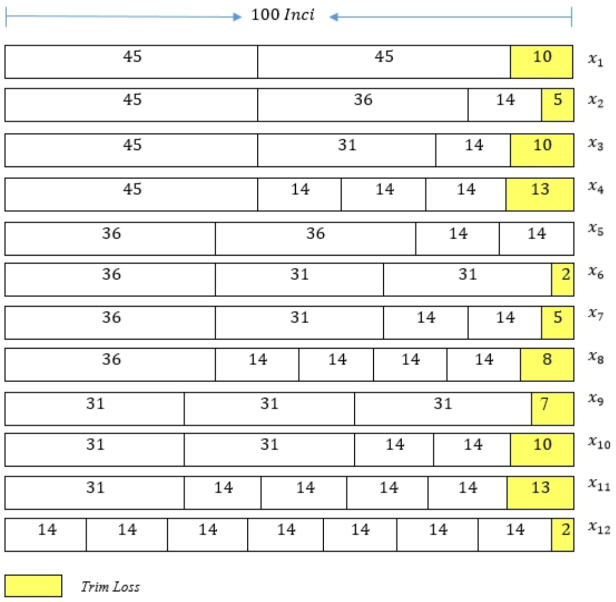
$$x_2 + x_3 + 3x_4 + 2x_5 + 2x_7 + 4x_8 + 2x_{10} + 4x_{11} + 7x_{12} \geq 211$$

$x_3 + 2x_6 + x_7 + 3x_9 + 2x_{10} + x_{11} \geq 395$

$x_2 + 2x_5 + x_6 + x_7 + x_8 \geq 610$

$2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \geq 97$

$x_j \geq 0, \quad \forall j = 1,2,3, \ldots ,12$ dan bilangan bulat



Gambar 1. Kombiasi Pola Pemotongan Layak Lebar Gulungan $\mathbf{100}$ $\boldsymbol{Inci}$ dari Sejumlah Permintaan Gulungan

Pengerjaan Fase 1

Pengerjaan fase 1 dimulai dengan mengubah bentuk model CSP (15) ke dalam bentuk standar yang selanjutnya dikerjakan menggunakan teknik dua fase. Pengerjaan menggunakan teknik dua fase dimulai dengan fase $\mathbf{1}$. Fungsi tujuan dirumuskan hanya menggunakan variabel *artificial* sehingga diperoleh Model (16).

Fase 1:

Minimumkan $A = a_1 + a_2 + a_3 + a_4$

dengan kendala (16)

$x_2 + x_3 + 3x_4 + 2x_5 + 2x_7 + 4x_8 + 2x_{10} + 4x_{11} + 7x_{12} - e_1 + a_1 = 211$

$x_3 + 2x_6 + x_7 + 3x_9 + 2x_{10} + x_{11} - e_2 + a_2 = 395$

$x_2 + 2x_5 + x_6 + x_7 + x_8 - e_3 + a_3 = 610$

$2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 - e_4 + a_4 = 97$

$x_j \geq 0, \quad \forall j = 1,2,3, \ldots ,12$

$e_1, e_2, e_3, e_4, a_1, a_2, a_3, a_4 \geq 0$ dan bilangan bulat

Kendala-kendala pada Model (16) dirumuskan sehingga didapatkan fungsi tujuan baru yaitu:

Minimumkan

$A = 1313 - 2x_1 - 3x_2 - 3x_3 - 4x_4 - 4x_5 - 3x_6 - 4x_7 - 5x_8 - 3x_9 - 4x_{10} - 5x_{11} - 7x_{12} + e_1 + e_2 + e_3 + e_4$

(17)

Persamaan dengan fungsi tujuan baru dari Persamaan (17) selanjutnya dikerjakan dengan menggunakan metode simpleks. Bentuk tabel solusi awal Simpleks menggunakan teknik dua fase dapat dilihat pada Tabel 2.

Tabel 2. Solusi Awal Teknik Dua Fase, Fase 1

VB	A	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	e_1	e_2	e_3	e_4	a_1	a_2	a_3	a_4	NK
A	1	2	3	3	4	4	3	4	5	3	4	5	7	-1	-1	-1	-1	0	0	0	0	1313
a_1	0	0	1	1	3	2	0	2	4	0	2	4	7	-1	0	0	0	1	0	0	0	211
a_2	0	0	0	1	0	0	2	1	0	3	2	1	0	0	-1	0	0	0	1	0	0	395
a_3	0	0	1	0	0	2	1	1	1	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	1	0	610
a_4	0	2	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	1	97

Penyelesaian pada permasalahan minimum dengan memperhatikan nilai pada baris non basis paling maksimum untuk menjadi variabel masuk, sehingga nilai di baris non basis hanya menyisakan bilangan bernilai non positif (negatif atau nol). Perhitungan berlanjut hingga iterasi 5 seperti yang disajikan pada Tabel 3.

Tabel 3. Teknik Dua Fase, Fase 1 Iterasi 5

VB	A	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	e_1	e_2	e_3	e_4	a_1	a_2	a_3	a_4	NK
A	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	0
x_5	0	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	0	1	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	0	0	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	0	0	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	0	206,5
x_6	0	0	0	$\frac{1}{2}$	0	0	1	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{3}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0	0	$-\frac{1}{2}$	0	0	0	$\frac{1}{2}$	0	0	197,5
e_1	0	0	0	$-\frac{3}{2}$	-3	0	0	$-\frac{3}{2}$	-3	$-\frac{3}{2}$	-3	$-\frac{9}{2}$	-7	1	$\frac{1}{2}$	-1	0	-1	$-\frac{1}{2}$	1	0	201,5
x_1	0	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$-\frac{1}{2}$	0	0	0	$\frac{1}{2}$	48,5

Berdasarkan Tabel 3, solusi tiap kendala sudah menunjukkan nilai non positif, artinya nilai dan basis yang diperoleh dari perhitungan Tabel 3 menunjukkan nilai yang optimal untuk Model (17) sehingga iterasi simpleks dihentikan.

Fase 2:

Fase ini persamaan dikembalikan ke bentuk fungsi tujuan semula, sehingga persamaan menjadi sebagai berikut:

Minimumkan

$$z = 100x_1 + 100x_2 + 100x_3 + 100x_4 + 100x_5 + 100x_6 + 100x_7 + 100x_8 + 100x_9 + 100x_{10} + 100x_{11} + 100x_{12} - 0e_1 - 0e_2 - 0e_3 - 0e_4 + 0a_1 + 0a_2 + 0a_3 + 0a_4$$

dengan kendala (18)

$$x_1 + \frac{1}{2}x_2 + \frac{1}{2}x_3 + \frac{1}{2}x_4 - \frac{1}{2}e_4 = 48{,}5$$

$$\frac{1}{2}x_2 - \frac{1}{4}x_3 + x_5 + \frac{1}{4}x_7 + \frac{1}{2}x_8 - \frac{3}{4}x_9 - \frac{1}{2}x_{10} - \frac{1}{4}x_{11} + \frac{1}{4}e_2 - \frac{1}{2}e_3 = 206{,}25$$

$$\frac{1}{2}x_3 + x_6 + \frac{1}{2}x_7 + \frac{3}{2}x_9 + x_{10} + \frac{1}{2}x_{11} - \frac{1}{2}e_2 = 197{,}5$$

Langkah selanjutnya mensubtitusikan variabel x_1, x_5 dan x_6 dari Persamaan (18) ke dalam fungsi tujuan *z*. Sehingga fungsi tujuan menjadi,

Minimumkan

$$z = 45225 + 25x_3 + 50x_4 + 25x_7 + 50x_8 + 25x_9 + 50x_{10} + 75x_{11} + 100x_{12} + 25e_2 + 50e_3 + 50e_4 \quad (19)$$

Fungsi tujuan Persamaan (19) dan kendala pada Persamaan (17) selanjutnya diselesaikan menggunakan metode simpleks, seperti yang disajikan pada Tabel 4.

Tabel solusi awal pada fase 2 teknik dua fase sudah menunjukkan hasil yang optimal karena solusi pada baris z sudah bernilai non positif, sehingga pencarian pada fase 2 teknik dua fase dihentikan. Adapun solusi optimal didapatkan yaitu $x_1 = 48{,}5$, $x_5 = 206{,}25$, dan $x_6 = 197{,}5$. Oleh karena solusi masih berupa *non integer* maka perlu untuk mendapatkan pembulatan yang fisibel sehingga solusi optimal didapatkan berupa *integer*. Solusi optimal merupakan variabel keputusan yang merupakan pola kombinasi layak yang akan digunakan dalam menyelesaikan permasalahan. Selanjutnya pencarian dilanjutkan ke pengerjaan fase 2.

Tabel 4. Solusi Awal Teknik Dua Fase, Fase 2

VB	z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	e_1	e_2	e_3	e_4	**NK**
z	1	0	0	-25	-50	0	0	-25	-50	-25	-50	-75	-100	0	-25	-50	-50	45225
x_5	0	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	0	1	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	0	0	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	0	206,25
x_6	0	0	0	$\frac{1}{2}$	0	0	1	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{3}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0	0	$-\frac{1}{2}$	0	0	197,5
e_1	0	0	0	$-\frac{3}{2}$	-3	0	0	$-\frac{3}{2}$	-3	$-\frac{3}{2}$	-3	$-\frac{9}{2}$	-7	1	$\frac{1}{2}$	-1	0	201,5
x_1	0	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$-\frac{1}{2}$	48,5

Pengerjaan Fase 2

Pengerjaan pada fase 2 bertujuan menemukan nilai *integer* dari solusi optimal agar memenuhi permintaan pesanan kertas gulungan sekaligus meminimalisir *trim loss*. Adapun pada tahap ini hanya menggunakan bagian *integer* dari solusi *non integer*, yaitu $x_1 = 48, x_5 = 206, x_6 = 197$.

Oleh karena itu untuk dapat memenuhi pesanan tersebut perlu meminimumkan *shortages* dengan membentuk model pemrograman linier dari setiap koefisien *shortages* yang bersesuaian dengan koefisien kendala dari variabel solusi optimal. Koefisien *excess* diabaikan karena dianggap sebagai *surplus*. Tabel *shortages* disajikan pada Tabel 5.

Tabel 5. *Shortages* & Koefisien Kendala dari Variabel Solusi Optimal

Ukuran Lebar yang Diminta ($Inci$)	x_1	x_5	x_6	***Shortages* (Gulungan)**
31	0	0	2	1
36	0	2	1	1
45	2	0	0	1

Adapun model yang terbentuk adalah Model (20).
Minimumkan $Z = x_1 + x_5 + x_6$
dengan kendala

$$2x_6 \geq 1$$
$$2x_5 + x_6 \geq 1 \qquad (20)$$
$$2x_1 \geq 1$$

$x_1, x_5, x_6 \geq 0,$ dan bilangan bulat

Untuk mendapatkan solusi biner dari Model (20), model tersebut diselesaikan dengan menggunakan program MATLAB dengan solusi biner optimal dari masing-masing variabel x_1, x_5 dan x_6 yakni berturut turut $1, 0,$ dan 1. Pada solusi optimal diperoleh dengan menambahkan solusi biner tersebut dengan bagian *integer* dari solusi *non integer* pengerjaan fase 1 yang diinterpretasikan pada Tabel 6.

Tabel 6.
Solusi Optimal Akhir Permasalahan 1

	Bagian *Integer* Pengerjaan Fase 1	**Solusi Biner Pengerjaan Fase 2**	***Add***	**Solusi Optimal Akhir**
x_1	48	1	$48 + 1$	49
x_5	206	0	$206 + 0$	206
x_6	197	1	$197 + 1$	198

Tabel 6 menunjukkan solusi optimal akhir dari tiap-tiap variabel solusi. Solusi optimal akhir untuk pola pemotongan ke 1 adalah 49 artinya banyak bahan baku yang digunakan dalam melakukan pemotongan dengan pola potong satu sebanyak 49 gulungan, dalam melakukan pemotongan dengan pola pemotongan ke 5 membutuhkan bahan baku sebanyak 206 gulungan, dan dalam melakukan pemotongan dengan pola pemotongan ke 6 membutuhkan bahan baku sebanyak 198 gulungan untuk dapat memenuhi permintaan pesanan.

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil yang telah dicapai, dapat diambil kesimpulan bahwa minimisasi *trim loss* menggunakan pendekatan Dua Fase lebih tepat digunakan pada CSP satu dimensi kertas gulungan yang disertai dengan data persediaan ukuran gulungan, dibandingkan tanpa data persediaan ukuran kertas gulungan. Sedangkan minimisasi *trim loss* menggunakan metode *Branch and Bound* lebih tepat digunakan pada CSP satu dimensi kertas gulungan tanpa disertai data persediaan ukuran kertas gulungan.

DAFTAR PUSTAKA

Aminudin. (2005). *Prinsip-Prinsip Riset Operasi*. Jakarta: Erlangga.

V. Chvatal. (2007). *Linear programming-cutting stock problem.* Volume 15, issue 3.

Dyckhoff, *et. al*. (1992). Cutting and packing in production and distribution. *Physica Verlac*. Heidelberg.

S.Octarina, D. Setiadi dan P.B.J. Bangun. (2015). Optimasi trim loss pada cutting stock problem (CSP) menggunakan column generation technique (CGT) dan algoritma balas yang dimodifikasi. *Annual Reasearch Seminar (ARS) Fakultas Ilmu Komputer UNSRI.* Volume 1, No 1.

Razaullah, S. Rehman, I. Hussain. (2012). Trim loss minimization and reel cutting at paper mill. *International Journal of Engineering Research and Development*. Volume 4, Issue 3, 13-22.

M.M. Sepriansyah, S. Octarina, dan E.S. Cahyono. (2016). Penyelesaian permasalahan trim loss pada cutting stock problem dengan integer linear programming (ILP). *Diseminarkan pada Seminar dan Rapat Tahunan BKS MIPA PTN Barat Universitas Sriwijaya.*

Suyanto. (2010). *Algoritma Optimasi* (*Deterministik atau Probabilitik*). Yogyakarta: Graha Ilmu.

H. A. Taha.(2007). *An Introduction to Operations Research*. Edisi ke-8. 49-52.

V. Triyanti dan O.Tirtasari. (2008). Usulan perbaikan metode pemilihan alternatif pemotongan roll dengan model *trim loss - integer linear programming (*Studi Kasus : PT Pelita Cengkareng Paper & Co, Tangerang). *Jurnal UNDIP*. Volume 2, No 2.

D. Wirdasari. (2009). Metode simpleks dalam program linier. *Jurnal SAINTIKOM*. Volume 6, No 1, 276-285.

Sertifikat

Diberikan Kepada:

SISCA OCTARINA

Atas Partisipasinya Sebagai

PEMAKALAH

Pada Kegiatan

SEMIRATA 2017 Bidang MIPA BKS-PTN Barat

"Peran Sains, Teknologi dan Pendidikan MIPA dalam Menopang Sains Park, Teknopark, serta Geopark berbasis Agroindustri dan Lingkungan"

Ratu Convention Center, Jambi 12-14 Mei 2017

SEMIRATA 2017
BIDANG MIPA BKS-PTN
WILAYAH BARAT
UNIVERSITAS JAMBI

Ketua BKS PTN Bidang MIPA

Dr. Teuku M. Iqbalsyah, M.Sc
NIP. 197110101997031003

BKS PTN Barat
Bidang MIPA

Ketua Panitia

SEMIRATA 2017
BKS-PTN Barat Bidang MIPA
FKIP & FST UNIVERSITAS JAMBI

Dr. Kamid., M.Si.
NIP. 196609041992031002

HFI

HIMPUNAN MATEMATIKA INDONESIA 1976

Himpunan Kimia Indonesia

KOBI
Konsorsium Biologi Indonesia