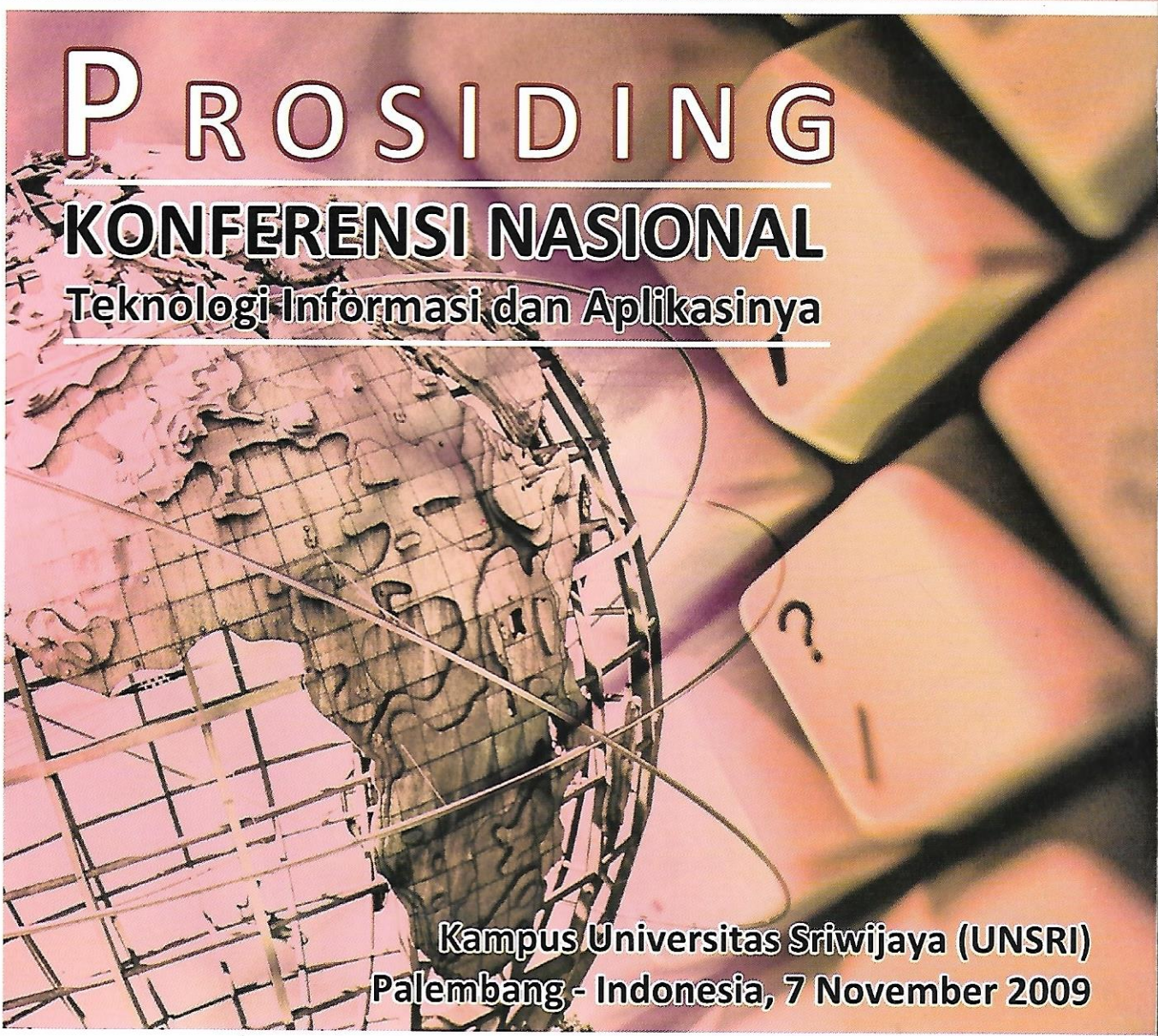


ISBN : 978-602-95669-0-1

# PROSIDING

## KONFERENSI NASIONAL

Teknologi Informasi dan Aplikasinya



Kampus Universitas Sriwijaya (UNSRI)  
Palembang - Indonesia, 7 November 2009

# PEMODELAN DAN SOLUSI OPTIMAL OPEN CAPACITATED VEHICLE ROUTING PROBLEM PADA TRANSPORTASI PENGANGKUTAN SAMPAH DI KECAMATAN ILIR TIMUR I KOTA PALEMBANG

Irmeilyana, Fitri Maya Puspita dan Indrawati  
 Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Sriwijaya  
 Email: [imel\\_unsri@yahoo.co.id](mailto:imel_unsri@yahoo.co.id)

## ABSTRACT

Garbage transportation system in Palembang (Irmeilyana et al, 2007 usually been done in many phases. Garbage collected from homes usually been collected to the nearest temporary garbage collection place (TPS). This garbage will be delivered to final garbage collection place (TPA). This system divides into working area (WK). The garbage truck, in this case, does not go back to the depot (TPA) after accomplishing its job. The driver usually takes the truck with him. This happens since it is more efficient to bring the truck home and the route will be simpler. In this problem, we deal with open capacitated vehicle routing problem (OCVRP). In this paper, all OCVRPs obtain its integer solution so we cannot apply branch and cut algorithm. But for symmetric capacitated vehicle routing problem (SCVRP) the optimal solution yields no integer solution so we have to apply branch and cut algorithm. In Kecamatan Ilir Timur I, all of initial optimal solution yield integer solution, but the solution is not valid so we have to add new constraints (adding constraints) to obtain valid optimal solution. Here, we list the routes of garbage transportation in Kecamatan IT I Palembang.

WK 1 : driver home1)- Jln. Bay salim(2)- Jln. Petanang(3)-TPA- Ps. Sekip ujung(4)-TPA(0)

WK 2 : driver home1 (1)- Jln seputar mesjid agung(2)- Jln. Seputar cinde(3)-TPA(0)

WK 3 : driver home1 (1)- Kantor gubernur (3)-TPA(0)- Belakang panglima (2)-TPA(0)

WK 4 : driver home1 (1)- Pecel lele kiri kanan (2)-TPA- Sp. Sekip (3)-TPA

WK 5 : driver home1 (1)- Ariodillah(2)-TPA(0)- Ps. KM 5(3)-TPA

WK 6 : driver home1 (1)- Depan SMA 3 (2)-TPA(0)- Jln. Puding (3)-TPA(0)- Lorong kudu (4)-TPA(0)

WK 7 : driver home1 (1)- Simpang charitas (2)-TPA(0)- Simpang sekip (3)-TPA(0)- Veteran (4)-TPA(0) kanan (4)- Dempo luar (5)-TPA(0)

WK 8 : driver home1 (1)- Jln. Sayangan (2)-TPA(0)- Depo 13 ilir (3)-TPA(0)

WK 9 : driver home1 (1)- Kol. Atmo kiri kanan (2)- Jln. Mesjid lama (3)-TPA(0)

WK 10 : driver home1 (1)- Jln. Bay salim (2)-TPA(0)- Depan kantor lurah pahlawan (3)-TPA(0)

WK 11 : TPA(0)- Garuda putra (1)-TPA(0)- Ps. Cinde (2)-TPA(0)

WK 8 : Rumah sopir(1)- Jln. Sayangan (2)-TPA(0)- Depo 13 ilir (3)-TPA(0)

WK 9 : Rumah sopir(1)- Kol. Atmo kiri kanan (2)- Jln. Mesjid lama (3)-TPA(0)

WK 10 : Rumah sopir(1)- Jln. Bay salim (2)-TPA(0)- Depan kantor lurah pahlawan (3)-TPA(0)

WK 11 : TPA(0)- Garuda putra (1)-TPA(0)- Ps. Cinde (2)-TPA(0)

**Keywords:** OCVRP, garbage transportation, branch and cut algorithm, optimal solution

## 1. PENDAHULUAN

Sistem pengangkutan sampah di Kota Palembang (dalam Irmeilyana dkk (2007) dilakukan secara bertahap. Sampah dari rumah tangga diangkut oleh tukang sampah untuk dikumpulkan di Tempat Pembuangan sementara (TPS) terdekat. Selanjutnya sampah di TPS diangkut oleh petugas Dinas Kebersihan dan Pemakaman (DKP) Kota Palembang dengan menggunakan kendaraan pengangkut sampah ke Tempat pembuangan Akhir (TPA). Pengangkutan sampah dari TPS ke TPA dilakukan berdasarkan pembagian Wilayah Kerja (WK).

Pada masalah CVRP konvensional seperti yang dibahas dalam Irmeilyana, dkk (2007) dan Puspita, dkk (2006), kendaraan pengangkut komoditas diharuskan kembali ke

depot setelah menyelesaikan pekerjaannya (seperti dalam pembahasan yang dilakukan). Tetapi, untuk beberapa permasalahan kendaraan seperti pada masalah kendaraan pengangkut sampah, kondisi yang disebutkan di atas tidak dapat dilakukan.

Kendaraan pengangkut biasanya tidak kembali ke depot setelah melaksanakan tugasnya, tetapi kembali ke tempat lain misalnya rumah sopir pengangkut sampah tersebut. Kondisi ini terjadi, karena rute yang harus dilalui menjadi lebih efisien jika kendaraan telah dibawa sebelumnya oleh sopir yang mengangkut sampah.

Kejadian lain yang penting biasanya terjadi bila ternyata jadwal pengangkutan permintaan tidak hanya sekali, artinya kendaraan harus dibagi menjadi beberapa

bagian dalam mengatur permintaan. Selanjutnya, bila adanya pembatasan waktu dalam mengunjungi permintaan, akan menimbulkan batasan waktu antar. Permasalahan yang disebutkan diatas menimbulkan masalah baru yang harus dipecahkan karena lintasan yang terbentuk tidak tertutup, tetapi menjadi lintasan terbuka, dan permintaan yang terbagi, sehingga permasalahan CVRP menjadi OCVRP-st (Open CVRP-split, time deadline) (dalam Letchford, Lysgaard and Eglese (2006)). Permasalahan OCVRP-st ini penting dikembangkan karena berhubungan dengan pengangkutan komoditas seperti sampah.

Sistem pengangkutan sampah di Kota Palembang dilakukan secara bertahap. Sampah dari rumah tangga diangkut oleh tukang sampah untuk dikumpulkan di Tempat Pembuangan Sampah Sementara (TPS) terdekat yang disediakan oleh DKP. Selanjutnya sampah yang ada di TPS diangkut oleh petugas dari DKP dengan menggunakan kendaraan pengangkut sampah (*dumptruck*, *amroll*) ke salah satu dari dua Tempat Pembuangan Akhir (TPA) yaitu TPA Sukawinatan dan TPA Karya Jaya. Pengangkutan sampah yang dilakukan oleh petugas DKP dibagi berdasarkan Wilayah Kerja (WK) tiap sopir.

Caccetta (2000) menekankan bahwa untuk permasalahan CVRP yang terdiri dari berkisar 100 verteks, Branch and cut sebagai metode penyelesaian CVRP dipandang tepat sebagai metode solusinya. Jadi, berdasarkan penelitian pendahulu pada pengangkutan sampah dan juga pada metode solusi eksak Branch and cut perlu dirumuskan model yang tepat untuk permasalahan OCVRP-st dan juga teknik solusinya dengan metode branch and cut. Bila metode branch and cut diterapkan tentunya teknik *prerprocessing* dan teknik *probing* sebagai teknik yang digunakan untuk mendeteksi sifat kekencangan suatu model yang dibentuk harus juga diterapkan.

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan sebelumnya maka perlu dibuat model dan menyelesaikan model tersebut dengan software aplikasi berdasarkan permasalahan pengangkutan sampah yang ada di Kota Palembang dan algoritma dari metode *Branch and Cut* untuk permasalahan OCVRP dimana pengangkutan sampah difokuskan di Kecamatan Ilir Timur I Kota Palembang.

## 2. METODE PENELITIAN

Desain dan metodologi penelitian dapat disusun dalam langkah-langkah kerja sebagai berikut:

1. Penelitian diawali dengan melakukan persiapan bahan dan materi dari berbagai sumber, seperti buku, jurnal, dan informasi-informasi di internet berkaitan dengan CVRP dan variasinya seperti kondisi lintasan terbuka, pengantaran komoditas yang terbagi, waktu antar yang terbatas antar tiap pelanggan, algoritma *branch and cut*.
2. Survei data pengangkutan sampah di Palembang yang menyangkut kapasitas kendaraan pengangkut dan TPS, waktu pengambilan sampah, pembagian waktu pengambilan sampah.
3. Gambaran umum tahapan kerja yang dilakukan adalah sebagai berikut
  - a. dari data transportasi sampah, ditetapkan asumsi untuk mengembangkan CVRP menjadi OCVRP-st ini, diantaranya
    - kapasitas kendaraan identik diketahui
    - permintaan diketahui dengan pasti dan harus dibagi
    - depot tunggal
    - biaya perjalanan lokasi pelanggan semua dalam kedua arah (simetrik) dan satu arah (antisimetrik)
  - b. Mengembangkan model OCVRP-st dengan
    - pendefinisian permasalahan dan notasi, dengan menganggap permasalahan dapat direpresentasikan secara graf
    - menetapkan beberapa aturan perseduksian dasar, yakni
    - mencoba menghilangkan busur yang menyebabkan ketidakfisibelan OCVRP-st
    - mencoba menghilangkan busur yang tidak memperbaiki solusi terkini.
  - c. Menyusun model yang terbagi atas
    - Formulasi alur kendaraan dua indeks
    - Formulasi OCVRP-st yang menjadi basis penyelesaian dengan algoritma Branch and cut
  - d. Membentuk pertidaksamaan-pertidaksamaan valid yang digunakan untuk mendukung algoritma *branch and cut* yang digunakan untuk menyelesaikan OCVRP-st, seperti
    - Mengembangkan pertidaksamaan *comb* yang dimodifikasi disesuaikan untuk permasalahan OCVRP-st.
    - Menggunakan *eliminasi subtour*
  - e. Menganalisis hasil diperoleh berupa rute optimal dan mengambil kesimpulan dari model yang diperoleh.

### 3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bagian ini didiskusikan mengenai model tambahan OCVRP-st jika solusi yang terbentuk tidak valid yakni, menghasilkan solusi yang integer tetapi ternyata ada TPS yang tidak dikunjungi ataupun TPS yang dikunjungi lebih dari satu kali yang artinya melanggar kondisi CVRP bahwa pelanggan harus dikunjungi satu kali. Dalam bab ini juga dijelaskan model dan rute optimal.

Model OCVRP dapat diperoleh dengan memodifikasi formulasi standar dari CVRP. Secara matematis, OCVRP dapat dinyatakan sebagai berikut (Letchford et al, 2006):

Minimumkan

$$Z = \sum_{i,j \in V_c} c_{ij} x_{ij} + \sum_{i \in V_c} c_{0i} y_{0i}$$

dengan kendala :

$$x(\bar{\delta}(i)) + y_{0i} + y_{i0} = 2 \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (3.1)$$

$$x(\bar{\delta}(S)) + y^-(S) + y^+(S) \geq 2k(S) \quad (S \subseteq V_c, |S| \geq 2) \quad (3.2)$$

$$y^-(V_c) = K, \text{ dengan}$$

$$y^-(V_c) = \sum_{i \in V_c} y_{0i} \quad (3.3)$$

$$y^+(V_c) = K, \text{ dengan}$$

$$y^+(V_c) = \sum_{i \in V_c} y_{i0} \quad (3.4)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}, \text{ untuk } (1 \leq i < j \leq n) \quad (3.5)$$

$$y_{0i}, y_{i0} \in \{0,1\} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (3.6)$$

dimana :Z fungsi tujuan,  $c_{ij}$  jarak lokasi dari  $i$  ke  $j$ ,  $x_{ij}$  rute perjalanan dari  $i$  ke  $j$ ,  $c_{0i}$  jarak lokasi dari depot ke pelanggan  $i$ ,  $y_{0i}$  rute perjalanan dari depot ke pelanggan  $i$ ,  $y_{i0}$  rute perjalanan dari pelanggan  $i$  ke depot,

$$x(\bar{\delta}(S)) = \sum_{i,j \in S} x_{ij}, \text{ untuk,}$$

$$\bar{\delta}(S) = \{\{i, j\} : i \in S, j \in \bar{S}\} \text{ dan } \bar{S} = V_c \setminus S,$$

$$x(\bar{\delta}(i)) = \sum_{i \in S} x_{i0}, \text{ untuk,}$$

$$\bar{\delta}(i) = \{\{i, 0\} : i \in S, 0 \in V\},$$

$K$  jumlah kendaraan,  $V_c$  himpunan dari pelanggan, dimana  $V_c = V \setminus \{0\}$ ,  $k(S)$  = batas bawah minimum jumlah kendaraan yang diperlukan untuk mengunjungi pelanggan  $S$ ,

$$k(S) = \frac{q(S)}{Q}, \quad q(S) \text{ permintaan pelanggan dan}$$

$Q$  kapasitas kendaraan

Untuk mencegah tidak validnya solusi, maka perlu menambahkan sebuah kendala

yang disebut kendala perimbangan *balancing* yaitu :

$$x(\bar{\delta}(S)) + y^+(S) \geq y^-(S)$$

$$(S \subseteq V_c, |S| \geq 2).$$

Tidak adanya kendala tersebut pada formulasi standar CVRP, menunjukkan bahwa OCVRP merupakan permasalahan yang lebih kompleks daripada CVRP

Marina, R dkk (2007) menjelaskan mengenai kendala tambahan yang digunakan dalam penyelesaian CVRP jika ternyata solusi optimal tidak valid. Misalkan diberikan jumlah kendaraan adalah  $K$ , kapasitas kendaraan adalah  $C$ , sebuah matriks jarak yang simetris dan volume rata-rata tiap TPS adalah  $q_i$  dimana  $i=1, 2, \dots, n$ , maka model OCVRP diformulasikan sebagai berikut:

$$\text{minimumkan: } Z = \sum_{0 \leq i < j \leq n} c_{ij} x_{ij}$$

dengan kendala:

$$\sum_{i < j \leq n} x_{0k} = 2K$$

Perjalanan dimulai dari depot ke TPS dan langsung kembali ke depot lagi.  $K$  adalah jumlah kendaraan yang mengangkut semua pelanggan dimana kendaraan dalam kasus ini sama dengan 1 ( $K = 1$ ) per wilayah kerja.

$$\sum_{e \in \delta(i)} x_e = 2$$

Karena *symmetric*, perjalanan dari  $i$  ke  $j$  sama dengan perjalanan dari  $j$  ke  $i$ , sedangkan perjalanan  $i$  ke depot adalah 1, maka perjalanan dari  $i$  ke depot dan perjalanan dari  $j$  ke  $i$  dihitung 2.

$$\sum_{0 \leq j \leq n} x_{ij} = 2 \text{ untuk semua } 1 \leq i \leq n$$

Perjalanan tidak dimulai dari depot

$$\sum_{j \in S} x_{0j} + \sum_{(i,j) \in S} x_{ij} = 2 \leq 2b(S)$$

semua  $S \subset V \setminus \{0\}; |S| \geq 2$

$b(S)$  = Batas bawah dari sejumlah kendaraan yang diperlukan untuk mengunjungi pelanggan

$S$  diperoleh dari  $b(S) = \frac{\sum_{i \in S} d(i)}{C}$  dimana  $d(i)$

jumlah volume TPS,  $C$  kapasitas kendaraan (truck) dan  $S$  kumpulan TPS identik yang dikunjungi.

$$x_{ij} \in \{0,1,2\} \text{ untuk semua } i < j \leq n$$

yang merupakan nilai rute perjalanan dan kendala biner kenonnegatifan.

Untuk kasus WK jika permasalahan pada solusi optimalnya tidak terbentuk rute yang minimum dan terdapat lebih dari satu

sama dengan 1 TPS yang tidak dikunjungi maka  $b(S)$  diubah menjadi

$$b(S) = \left\lfloor \frac{\sum_{i \in S} d(i)}{C} \right\rfloor \text{ dimana: } \left\lceil \frac{\sum_{i \in S} d(i)}{C} \right\rceil \text{ adalah}$$

bilangan bulat terkecil yang lebih dari atau sama dengan  $\frac{d(i)}{C}$ .

Dengan demikian Persamaan (3.11) juga dipecah menjadi beberapa permutasi  $b(S)$ -nya sebagai berikut :  $\sum_{j \in S} x_{ij} = 1$  untuk semua

$$1 \leq i \leq n \quad (3.12)$$

$$\sum_{i \in S} x_{ij} = 1 \text{ untuk semua } 1 \leq j \leq n \quad (3.13)$$

$$\sum_{j \in S} x_{ij} = 2 \text{ untuk semua } 1 \leq i \leq n \quad (3.14)$$

$$\sum_{i \in S} x_{i0} = 2 \quad (3.15)$$

### Model Tambahan OCVRP-st

Untuk model OCVRP-st pada bentuk (3.1)-(3.6) seringkali terjadi solusi berupa rute yang terbentuk tidak valid, maka dibuat permutasi  $b(S)$ -nya untuk OCVRP-st sebagai berikut :

$$y_{oi} + y_{io} = 1, (i = 1, \dots, n) \quad (3.16)$$

$$y_{oi} + \sum_{j \in S} x_{ij} = 1, (i = 1, \dots, n) \quad (3.17)$$

$$y_{oi} = 1, (i = 1, \dots, n) \quad (3.18)$$

$$y_{io} = 1, (i = 1, \dots, n) \quad (3.19)$$

$$\sum_{i \in S} x_{ij} = 1 \text{ untuk semua } 1 \leq j \leq n \quad (3.20)$$

Selanjutnya, berdasarkan model (3.1)-(3.6) dan (3.16)-(3.20), data yang diperoleh selanjutnya dimodelkan dan dicari solusinya dengan alat bantu software aplikasi LINDO untuk mendapatkan solusi optimal berupa rute yang dilalui kendaraan tiap WK.

Hasil penelitian yang sudah dijalankan berupa data transportasi pengangkutan sampah tiap kecamatan di Palembang dan pendolahan data dengan memodelkan data jarak tersebut kedalam model OCVRP(jika kendaraan pengangkut dimulai di rumah sopir) dan CVRP(jika kendaraan mulai berangkat dari kantor DKP karena lintasan yang terbentuk tertutup).

Berikut ini merupakan hasil yang sudah diperoleh dengan rute awal yang diperoleh tetapi belum valid dan selanjutnya diperbaiki dengan penambahan kendala balancing dan

kendala tambahan untuk Kecamatan IT I. Rute optimal diperoleh dan digambarkan mulai Bergeraknya kendaraan sampai berakhirnya kendaraan pengangkut sampah di TPA Sukawinatan.

Puspita dkk (2006) menyusun algoritma SCVRP untuk diselesaikan dengan metode branch and cut. Selanjutnya, untuk formulasi OCVRP (3.1) – (3.6), solusi dengan metode branch and cut juga dapat diaplikasikan serupa dengan SCVRP yang dibahas dalam Puspita dkk (2006) dan Sepputra dkk (2007).  $B(S)$  adalah batas bawah dari sejumlah kendaraan yang diperlukan untuk mengunjungi semua lokasi  $S$  pada solusi optimal. Beberapa kendaraan yang melayani himpunan pelanggan  $S$ , dan beberapa kegiatan dari kendaraan tersebut dapat dijelaskan seperti di bawah ini :

- Kendaraan meninggalkan depot, melayani pelanggan  $S$  dan kembali lagi ke depot.
- Kendaraan meninggalkan depot, melayani pelanggan  $S$  dan melayani subset pelanggan  $S$ .
- Kendaraan melayani subset pelanggan  $S$  sebelum dan sesudah melayani pelanggan  $S$ .

Dengan catatan  $b(S)$  dipindahkan oleh batas bawah yang seharusnya menjadi pembatasan kapasitas. Dalam prakteknya, penetapan dikerjakan dengan mengkalkulasikan LB tiap-tiap pembatasan yang berbeda lalu bentuk  $b(S)$  sebagai nilai maksimum.

Dalam skema *Branch and Cut*  $b(S)$  dihitung sebagai nilai maksimum LB yang dihasilkan dari pembatasan kapasitas ataupun pembatasan jarak.

Dibawah ini dibuat algoritma untuk menyelesaikan masalah OCVRP dari penjelasan yang didapat di atas.

### Algoritma Branch and Cut Dalam Menyelesaikan OCVRP

**Langkah 1.** Diawali dengan mempertimbangkan perelaksasian LP. Dimana sejumlah kendaraan adalah variabel,  $K$  dibatasi berdasarkan  $b(S)$ . Masukkan jarak pelanggan dengan depot, kemudian permintaan pelanggan dan kapasitas dari kendaraan.

**Langkah 2.** Selesaikan LP. Jika nilai fungsi objektif adalah setidaknya atau sama dengan batas atas maka hentikan. Jika tidak lanjutkan ke Langkah 3

**Langkah 3.** Hapus beberapa pembatasan dari LP, yang mempunyai variabel *slack* dasar.

**Langkah 4.** Jika solusi LP memenuhi kendala eliminasi *subtour* dan integer, maka solusinya adalah UB dari masalah yang sebenarnya; maka hentikan. Jika tidak lanjutkan ke Langkah 5

**Langkah 5.** Jika *tour S* tidak terhubung dengan depot maka pelanggaran akan dapat langsung ditambahkan. Ketika terhubung dengan depot, jika *tour S* tidak melanggar kapasitas dan pembatasan jarak maka penelusuran harus dicoba untuk mencari pelanggaran dari pembatasan kapasitas oleh *subset S*. Pembatasan ditetapkan dari penggabungan *set* pelanggaran juga ditambahkan ke LP. Tambahkan beberapa pembatasan pelanggaran ke *set* pembatasan LP dan lanjutkan ke Langkah 2, jika pembatasan pelanggaran tidak ditemukan maka nilai fungsi objektif merupakan batas bawah ; hentikan.

**Model Kecamatan Ilir Timur I**

Dalam kecamatan IT I, dua WK mempunyai kendaraan pengangkut sampah berbentuk amroll yang mengangkat kontainer, sehingga rute yang terbentuk tidak bisa dianalisa karena tiap kendaraan hanya mengangkut satu kontainer.

**a. WK-1**

Gunakan bentuk (3.1)-(3.6) sehingga menjadi MINIMIZE

$$21.6 y_{01} + 9.8 y_{02} + 11.1 y_{03} + 9.6 y_{04} + 13.8 x_{12} + 15.1 x_{13} + 16.6 x_{14} + 13.8 x_{21} + 1.3 x_{23} + 2.8 x_{24} + 15.1 x_{31} + 1.3 x_{32} + 4.1 x_{34} + 16.6 x_{41} + 2.8 x_{42} + 4.1 x_{43}$$

SUBJECT TO

$$y_{01} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + y_{10} = 2$$

$$y_{02} + x_{21} + x_{23} + x_{24} + y_{20} = 2$$

$$y_{03} + x_{31} + x_{32} + x_{34} + y_{30} = 2$$

$$y_{04} + x_{41} + x_{42} + x_{43} + y_{40} = 2$$

$$y_{01} + y_{02} + y_{03} + y_{04} + y_{10} + y_{20} + y_{30} + y_{40} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{21} + x_{23} + x_{24} + x_{31} + x_{32} + x_{34} + x_{41} + x_{42} + x_{43} \geq 4.2$$

$$y_{10} + y_{20} + y_{30} + y_{40} - y_{01} - y_{02} - y_{03} -$$

$$y_{04} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{21} + x_{23} + x_{24} + x_{31} + x_{32} +$$

$$x_{34} + x_{41} + x_{42} + x_{43} \geq 0$$

$$y_{10} + y_{20} + y_{30} + y_{40} = 1$$

$$x_{12}, x_{13}, x_{14}, x_{21}, x_{23}, x_{24}, x_{31}, x_{32},$$

$$x_{34}, x_{41}, x_{42}, x_{43},$$

$$y_{01}, y_{02}, y_{03}, y_{04}, y_{10}, y_{20}, y_{30}, y_{40} \geq 0$$

end

**HASIL LINDO**

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 5

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 24.60000

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
Y01	0.000000	7.800000
Y02	0.000000	8.500000
Y03	0.000000	9.800000
Y04	0.000000	6.800000
X12	1.000000	0.000000
X13	0.000000	1.300000
X14	0.000000	2.800000
X21	0.000000	12.500000
X23	2.000000	0.000000
X24	0.000000	1.500000
X31	0.000000	13.800000
X32	2.000000	0.000000
X34	0.000000	2.800000
X41	0.000000	13.800000
X42	2.000000	0.000000
X43	0.000000	1.300000
Y10	1.000000	0.000000
Y20	0.000000	12.500000
Y30	0.000000	12.500000

NO. ITERATIONS= 5

Solusi di atas tidak valid, sehingga ditambahkan kendala (3.7) dan kendala (3.8) (3.20) sehingga menjadi

minimize

$$21.6 y_{01} + 9.8 y_{02} + 11.1 y_{03} + 9.6 y_{04} + 13.8 x_{12} +$$

$$5.1 x_{13} + 16.6 x_{14} + 13.8 x_{21} + 1.3 x_{23} + 2.8 x_{24} +$$

$$1 x_{31} + 1.3 x_{32} + 4.1 x_{34} + 16.6 x_{41} + 2.8 x_{42} + 4.1 x_{43}$$

SUBJECT TO

$$x_{12} + x_{14} = 1$$

$$x_{23} + x_{32} + x_{31} = 1$$

$$y_{03} + y_{30} = 1$$

$$y_{04} = 1$$

$$y_{40} = 1$$

$$y_{01} + y_{02}$$

$$x_{13} + x_{14}$$

$$x_{42} + x_{43}$$

$$y_{10} + y_{20}$$

$$y_{04} + x_{12}$$

$$x_{34} + x_{41}$$

$$y_{10} + y_{20}$$

$$x_{12}, x_{13}, x_{14}$$

$$x_{34}, x_{41},$$

$$y_{01}, y_{02},$$

end

LP OPTIMUM OBJECTIVE

1)

VARIABLE COST

$$Y01$$

$$Y02$$

$$Y03$$

$$Y04$$

$$X12$$

$$X13$$

$$X14$$

$$X21$$

$$X23$$

$$X24$$

$$X31$$

$$X32$$

$$X34$$

$$X41$$

$$X42$$

$$X43$$

$$Y30$$

$$Y40$$

$$Y10$$

$$Y20$$

NO. ITER

**b. WK-2**

Gunakan

MINIMIZE

$$21.6 y_{01} + 1$$

$$0 x_{21} + 1.2$$

SUBJECT

$$y_{01} + x_{12} +$$

```

y01 = 1
y02 = 1
y01 + y02 + y03 + y04 + y10 + y20 + y30 + y40 + x12 +
x13 + x14 + x21 + x23 + x24 + x31 + x32 + x34 + x41 +
x42 + x43 >= 4.2
y01 + y20 + y30 + y40 - y01 - y02 - y03 -
y04 + x12 + x13 + x14 + x21 + x23 + x24 + x31 + x32 +
x34 + x41 + x42 + x43 >= 0
y01 + y20 + y30 + y40 = 1
x12, x13, x14, x21, x23, x24, x31, x32,
x34, x41, x42, x43,
y01, y02, y03, y04, y10, y20, y30, y40 >= 0
end

```

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 5  
OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 35.80000

VARIABLE COST	VALUE	REDUCED COST
Y01	0.000000	21.600000
Y02	0.000000	9.800000
Y03	1.000000	0.000000
Y04	1.000000	0.000000
X12	1.000000	0.000000
X13	0.000000	15.100000
X14	0.000000	2.800000
X21	0.000000	13.800000
X23	1.000000	0.000000
X24	0.000000	2.800000
X31	0.000000	13.800000
X32	0.000000	0.000000
X34	0.000000	4.100000
X41	0.000000	16.600000
X42	0.000000	2.800000
X43	0.000000	4.100000
Y30	0.000000	0.000000
Y40	1.000000	0.000000
Y10	0.000000	11.100000
Y20	0.000000	11.100000

NO. ITERATIONS= 5

**b. WK-2**

Gunakan persamaan (3.1)-(3.6)

MINIMIZE

$$21.6 y_{01} + 11.6 y_{02} + 10.4 y_{03} + 10 x_{12} + 11.2 x_{13} + 1$$

$$0 x_{21} + 1.2 x_{23} + 11.2 x_{31} + 1.2 x_{32}$$

SUBJECT TO

$$y_{01} + x_{12} + x_{13} + y_{10} = 2$$

```

y02 + x21 + x23 + y20 = 2
y03 + x31 + x32 + y30 = 2
y01 + y02 + y03 + y10 + y20 + y30 + x12 + x13 + x21 +
x23 + x31 + x32 >= 2.54
y10 + y20 + y30 - y01 - y02 -
y03 + x12 + x13 + x21 + x23 + x31 + x32 >= 0
y10 + y20 + y30 = 1
x12, x13, x21, x23, x31,
x32, y01, y02, y03, y10, y20, y30 >= 0
end

```

**HASIL LINDO**

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 4  
OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 14.80000

VARIABLE COST	VALUE	REDUCED COST
Y01	0.000000	11.600000
Y02	0.000000	10.400000
Y03	0.000000	9.200000
X12	1.000000	0.000000
X13	0.000000	1.200000
X21	0.000000	8.800000
X23	2.000000	0.000000
X31	0.000000	10.000000
X32	2.000000	0.000000
Y10	1.000000	0.000000
Y20	0.000000	8.800000
Y30	0.000000	8.800000

NO. ITERATIONS= 4

Solusi belum valid, sehingga ditambahkan kendala (3.7) dan (3.16)-(3.20)

MINIMIZE

$$21.6 y_{01} + 11.6 y_{02} + 10.4 y_{03} + 10 x_{12} + 11.2 x_{13} + 1$$

$$0 x_{21} + 1.2 x_{23} + 11.2 x_{31} + 1.2 x_{32}$$

SUBJECT TO

$$x_{12} = 1$$

$$x_{23} + x_{32} = 1$$

$$y_{03} + y_{30} = 1$$

$$y_{01} + y_{02} + y_{03} + y_{10} + y_{20} + y_{30} + x_{12} + x_{13} + x_{21} +$$

$$x_{23} + x_{31} + x_{32} \geq 2.54$$

$$y_{10} + y_{20} + y_{30} - y_{01} - y_{02} -$$

$$y_{03} + x_{12} + x_{13} + x_{21} + x_{23} + x_{31} + x_{32} \geq 0$$

$$y_{10} + y_{20} + y_{30} = 1$$

$$x_{12}, x_{13}, x_{21}, x_{23}, x_{31},$$

$$x_{32}, y_{01}, y_{02}, y_{03}, y_{10}, y_{20}, y_{30} \geq 0$$

end

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 2  
 OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 11.20000

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
Y01	0.000000	21.600000
Y02	0.000000	11.600000
Y03	0.000000	10.400000
X12	1.000000	0.000000
X13	0.000000	11.200000

X21	0.000000	10.000000
X23	0.000000	0.000000
X31	0.000000	11.200000
X32	1.000000	0.000000
Y30	1.000000	0.000000
Y10	0.000000	0.000000
Y20	0.000000	0.000000
NO. ITERATIONS= 2		

Semua rute diselesaikan seperti data, sehingga bisa dirangkumkan dalam tabel di bawah ini yang menunjukkan rute antar kendaraan setelah penambahan kendala

No	WK	Rute optimal	Ket
1	1		Rumah sopir(1)- Jln. Bay salim(2)- Jln. Petanang(3)- TPA- Ps. Sekip ujung(4)-TPA
2	2		Rumah sopir(1)- Jln seputar mesjid agung(2)- Jln. Seputar cinde(3)- TPA
3	3		Rumah sopir(1)- Kantor gubernur (3)-TPA(0)- Belakang panglima (2)-TPA
4	4		Rumah sopir(1)- Pecel lele kiri kanan (2)-TPA(0)- Sp. Sekip (3)- TPA(0)
5	5		Rumah sopir(1)- Ariodillah(2)- TPA(0)- Ps. KM 5(3)-TPA(0)
6	6		Rumah sopir(1)- Depan SMA 3 (2)- TPA(0)- Jln. Puding (3)-TPA(0)- Lorong kulit (4)-TPA(0)



7		Rumah sopir(1)- Simpang charitas (2)-TPA(0)- Simpang sekip (3)- TPA(0)- Veteran kiri kanan (4)- Dempo luar (5)- TPA(0)
8		Rumah sopir(1)- Jln. Sayangan (2)- TPA(0)- Depo 13 ilir (3)-TPA
9		Rumah sopir(1)- Kol. Atmo kiri kanan (2)- Jln. Mesjid lama (3)- TPA(0)
10		Rumah sopir(1)- Jln. Bay salim (2)- TPA(0)- Depan kantor lurah pahlawan (3)- TPA(0)
11		TPA(0)- Garuda putra (1)-TPA(0)- Ps. Cinde (2)- TPA(0)

## KESIMPULAN

Sesuai dengan bahasan yang dikerjakan, maka dari penelitian ini dapat disimpulkan bahwa dari data Kecamatan yang diperoleh, sebagian besar wilayah kerja dalam kecamatan yang ada memiliki dua bentuk formulasi yakni OCVRP dan SCVRP yang disebabkan karena adanya perbedaan tempat sopir meletakkan kendaraan. Bila kendaraan berada di depot (DKP) maka terbentuklah formulasi SCVRP dan bila berada di rumah sopir, maka terbentuklah formulasi OCVRP.

Algoritma branch and cut dapat diaplikasikan untuk OCVRP asalkan solusi yang relaksasi yang diperoleh berbentuk noninteger. Dalam bahasan ini, semua permasalahan OCVRP menghasilkan solusi awal yang integer, sehingga metode branch and cut tidak perlu diaplikasikan pada model

OCVRP ini. Model SCVRP seringkali menghasilkan solusi optimal yang noninteger, sehingga beberapa model SCVRP perlu diselesaikan dengan metode branch and cut seperti yang ada pada salah satu wilayah kerja di kecamatan di Kota Palembang.

OCVRP yang dibahas dalam kota Palembang menghasilkan solusi optimal awal yang integer, tetapi solusi awal tersebut masih kurang valid, sehingga perlu ditambahkan kendala tambahan (3.16)-(3.20) untuk mendapatkan solusi optimal yang valid.

## DAFTAR PUSTAKA

- Caccetta, L., 2000, "Branch and Cut Methods for Mixed Integer Linear Programming Problems," X. Yang et al (eds), *Progress*

*In Optimization*, pp 21-24. Kluwer Academic Publisher, Norwell

- Indrawati, F. M. Puspita dan C. Masita, 2007, Teknik Preprocessing untuk Mengurangi Integrality Gap pada Masalah Program Linier Integer Campuran (Mixed Integer Linear Programming), *FORUM MIPA*, Indralaya
- Irmeilyana, F.M. Puspita, Indrawati dan E. Roflin, 2007, *Analisis Penggunaan Model SCVRP untuk Menentukan Rute Optimal Transportasi Pengangkutan Sampah di Kota Palembang*, Laporan Penelitian Hibah Penelitian PHK A2 Jurusan Matematika FMIPA Unsri, Indralaya
- Letchford, A.N., Lysgaard, J., and Eglese, R.W., 2006. "A branch and cut for capacitated open Vehicle Routing Problem", <http://www.lancs.ac.uk/staff/letchfoa/articles/ovrp/pdf>, diakses pada tanggal 21 Maret 2007.
- Puspita, F.M. 2006, Aplikasi Teknik Preprocessing pada PBILP dan Solusinya dengan Branch and bound', *JMAP*, vol. 5, No. 2, pp.127-132.
- Puspita, F.M., Cahyono, ES., Yunita, 2006, "Metode Branch and Cut dalam Menyelesaikan Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP)", *Jurnal Ilmiah Matematika dan Terapan*, Jurusan Matematika MIPA Universitas Tadulako, pp 102-112
- Puspita, F.M, Indrawati, 2006, Aplikasi Teknik Preprocessing dan Probing pada Permasalahan Pure Integer Linear Programming, Laporan Penelitian DIKTI
- Marina, R, F. M. Puspita dan Indrawati, 2007, *Aplikasi Metode Branch And Price Dalam Menyelesaikan Masalah Transportasi Sampah Di Kecamatan Ilir Timur I Kota Palembang*, Skripsi S1 Jurusan Matematika FMIPA Universitas Sriwijaya, tidak dipublikasikan.