

**PENGUATAN PERAN MATEMATIKA DAN STATISTIKA
DALAM MEMPERCEPAT PEMBANGUNAN
NASIONAL**

PROSIDING

**Seminar Nasional Matematika dan Statistika
Universitas Tanjungpura
2014**

DISELENGGARAKAN OLEH :



ISBN: 978-602-8355-39-1



**PROSIDING
SEMINAR NASIONAL
MATEMATIKA DAN
STATISTIKA**

**“Penguatan Peran Matematika dan Statistika dalam
Percepatan Pembangunan Nasional”**

Pontianak, 27 Februari 2014

**Jurusan Matematika
Fakultas Matematika Dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Tanjungpura
Pontianak
2014**



PROSIDING SEMINAR NASIONAL MATEMATIKA DAN STATISTIKA

27 Februari 2014

FMIPA Universitas Tanjungpura Pontianak

Artikel-artikel dalam prosiding ini telah dipublikasikan pada
Seminar Nasional Matematika dan Statistika
pada tanggal 27 Februari 2014
di Jurusan Matematika
Fakultas Matematika Dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Tanjungpura Pontianak

Tim Reviewer:

- | | |
|------------------------------------|----------|
| 1. Prof. Dr. H. Thamrin Usman, DEA | (UNTAN) |
| 2. Prof. Dr. Sabirin Matsjeh | (UGM) |
| 3. Prof. Dr. Sri Haryatmi | (UGM) |
| 4. Ir. Dadan Kusnandar, Ph.D | (UNTAN) |
| 5. Dr. Edy Tandililing, M.Pd | (UNTAN) |
| 6. Dr. Elah Nurlaelah, M.Si | (UPI) |
| 7. Dr. Fajar Adi Kusumo | (UGM) |
| 8. Dr. Tarmizi Usman, M.Sc | (UNSYAH) |
| 9. Dr. Dra Titin Siswantining, DEA | (UI) |
| 10. Dr. Udjiana Sekteria Pasaribu | (ITB) |

Jurusan Matematika
Fakultas Matematika Dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Tanjungpura
Pontianak
2014

SEMINAR NASIONAL MATEMATIKA DAN STATISTIKA

“Penguatan Peran Matematika dan Statistika Dalam Percepatan
Pembangunan Nasional”.

27 Februari 2014

Di selenggarakan oleh:

Jurusan Matematika

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Universitas Tanjungpura Pontianak

Prosiding Diterbitkan Oleh:

Universitas Tanjungpura Pontianak

Jalan Prof. Dr. H.Hadari Nawawi/Jalan Jend.Ahmad Yani

Pontianak, 78124

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

UNTAN, 2014

Cetakan ke-1

Terbitan Tahun 2014

Katalog Dalam Terbitan (KDT)

Seminar Nasional (2014 Februari 27: Pontianak)

Prosiding/ Reviewer: Dadan Kusnandar (et.al)-Pontianak:

FMIPA

Editor: Muhlasah Novitasari Mara (et.al)-Pontianak: FMIPA

Universitas Tanjungpura, 2014

ISBN:978-602-8355-39-1

978-602-8355-39-1

Penyuntingan semua tulisan dalam prosiding ini dilakukan
oleh tim reviewer Seminar Nasional MATEMATIKA DAN
STATISTIKA 2014 dari berbagai Institusi se Indonesia

Prosiding dapat diakses:

www.untan.ac.id

KATA PENGANTAR

Alhamdulillah segala puji dan syukur kami panjatkan kehadirat ALLAH SWT atas segala karunia dan rahmat-Nya, sehingga prosiding ini dapat diterbitkan. Prosiding ini memuat kumpulan makalah dan hasil penelitian baik yang dilakukan oleh dosen, mahasiswa, maupun praktisi yang berkompeten dibidang Matematika dan Statistika serta bidang keilmuan lainnya yakni Pendidikan, Kimia, Biologi, Komputer, Kesehatan, Teknik, dan Ekonomi.

Seluruh makalah yang dimuat telah melalui tahap penyuntingan oleh tim reviewer yang anggotanya tercantum pada halaman lain prosiding ini. Makalah yang termuat juga telah disajikan pada Seminar Nasional Matematika dan Statistika tanggal 27 Februari 2014 yang diikuti oleh 162 peserta dan 95 diantaranya merupakan peserta pemakalah.

Panitia mengucapkan terima kasih kepada Rektor Universitas Tanjungpura Bapak Prof. Dr. H. Thamrin Usman, DEA yang telah memfasilitasi penerbitan prosiding Seminar Nasional Matematika dan Statistika 2014. Ucapan terima kasih juga kami sampaikan kepada semua pihak yang telah membantu penyusunan prosiding ini. Kritik dan saran sangat kami harapkan sebagai masukan untuk penyusunan prosiding pada seminar nasional berikutnya.

Pontianak, 27 Februari 2014

Tim Editor

KATA SAMBUTAN REKTOR UNIVERSITAS TANJUNGPURA

Assalamualaikum Wr.Wb.

Sudah seharusnya kita panjatkan puji syukur kehadirat Allah SWT yang telah melimpahkan berbagai kenikmatan kepada kita semua, diantaranya berupa nikmat kesehatan sehingga kita masih dipertemukan pada Seminar Nasional Matematika dan Statistika tahun 2014 di Universitas Tanjungpura Pontianak.

Merupakan suatu kehormatan bagi kami ditunjuk sebagai penyelenggara kegiatan Seminar Nasional Matematika dan Statistika ini, sekaligus sebagai tuan rumah Musyawarah Nasional Forum Pendidikan Tinggi Statistika (FORSTAT) Tahun 2014. Kegiatan berupa forum ilmiah seperti ini perlu terus dikembangkan dalam rangka meningkatkan atmosfer akademik di perguruan tinggi. Semoga kegiatan ini dapat menambah motivasi kita semua untuk terus berinovasi dalam melakukan penelitian dan mempublikasikan hasil-hasil penelitian. Selain itu, kami harapkan rangkaian kegiatan ini dapat meningkatkan silaturahmi sesama peserta.

Selanjutnya perkenankan kami mengucapkan terima kasih dan selamat kepada Dekan Fakultas MIPA Universitas Tanjungpura beserta jajaran pengurus dan panitia yang telah bekerja keras untuk menyukseskan acara Seminar Nasional ini. Terima kasih pula kami ucapkan kepada para pembicara utama yaitu Prof. Dr. Ir. Asep Saefuddin, M.Sc., Dr. Ir. Hari Wijayanto, M.Si., Fauzi Arfan, FSAI, AAI-J, dan Dr. Edy Tandililing, M.Pd yang berkenan hadir pada Seminar Nasional ini. Tidak lupa pula kami ucapkan selamat datang kepada seluruh peserta SEMESTA 2014.

Kami mohon maaf jika dalam pelaksanaan kegiatan ini terdapat kekurangan dan kekhilafan dari kami selaku tuan rumah. Terima kasih atas partisipasi dan kerja sama seluruh pihak yang telah membantu menyukseskan acara Seminar Nasional ini.

Wabillahi Taufik Wal Hidayah Wassalamualaikum Wr.Wb.



Rektor Universitas Tanjungpura

Prof. Dr. H. Hamrin Usman, DEA

KATA SAMBUTAN DEKAN FMIPA UNIVERSITAS TANJUNGPURA

Assalamualaikum Wr.Wb.

Merupakan suatu kehormatan bagi kami untuk menyambut dan mengucapkan selamat datang kepada seluruh peserta Seminar Nasional Matematika dan Statistika 2014 dan Musyawarah Nasional (Munas) Forum Pendidikan Tinggi Statistika (FORSTAT) atau SEMESTA 2014 di kota Pontianak, Bumi Khatulistiwa.

Kegiatan seminar dan Munas ini kami harapkan dapat menjadi ajang pertemuan ilmiah bagi para penggiat ilmu Matematika, Statistika, dan para praktisi serta para pemangku kepentingan lainnya untuk berdiskusi, bertukar pikiran, dan saling berbagi informasi serta memperkuat jalinan kerja sama antar peserta. Kami percaya sepenuhnya bahwa kegiatan diskusi dan pertukaran informasi akan memperluas wawasan keilmuan peserta. Selain itu, jalinan kemitraan yang kokoh dan saling menguntungkan antar pemangku kepentingan merupakan suatu dasar yang mutlak diperlukan tidak hanya dalam pengembangan ilmu Matematika dan Statistika, tetapi juga dalam pengembangan di berbagai bidang. Oleh karena itu, kegiatan ilmiah ini diharapkan tidak saja memacu perkembangan Matematika dan Statistika sebagai ilmu, tetapi juga dapat meningkatkan peran Matematika dan Statistika dalam percepatan Pembangunan Nasional.

Pada kesempatan ini, ijinakan kami menyampaikan ucapan terima kasih kepada FORSTAT yang telah memberikan kepercayaan kepada kami untuk menyelenggarakan kegiatan berskala nasional ini di Universitas Tanjungpura. Ucapan terima kasih dan penghargaan setinggi-tingginya juga kami sampaikan kepada para pemakalah utama, peserta SEMESTA 2014 serta panitia penyelenggara yang telah mencurahkan seluruh tenaga dan upayanya demi suksesnya kegiatan ini. Dukungan moril dan materil serta fasilitas yang diberikan Rektor Universitas Tanjungpura, Walikota Pontianak dan para sponsor kegiatan SEMESTA 2014 sangat kami hargai dan kami ucapkan terima kasih.

Besar harapan kami bahwa para peserta dapat mengambil manfaat dari kegiatan ini secara maksimal untuk kemajuan ilmu Matematika dan Statistika pada khususnya dan ilmu pengetahuan pada umumnya.

Wassalamualaikum Wr.Wb.



Dekan FMIPA Universitas Tanjungpura

Dadan Kusnandar, Ph.D.

KATA SAMBUTAN KETUA PANITIA SEMESTA 2014

Assalamualaikum Wr.Wb.

1. Yth. Bapak Rektor Universitas Tanjungpura.
2. Yth. Bapak Dekan dan Pembantu Dekan FMIPA Universitas Tanjungpura.
3. Yth. Bapak Walikota Pontianak/ yang mewakili
4. Yth. Para Pembicara Utama.
5. Yth. Bapak/Ibu tamu undangan.
6. Yth. Para Pemakalah dan peserta seminar sekalian.

Puji syukur kehadiran ALLAH SWT atas segala nikmat dan rahmat yang telah diberikan sehingga kita dapat bersama-sama hadir pada Seminar Nasional Matematika dan Statistika dengan tema Penguatan Peran Matematika dan Statistika dalam Percepatan Pembangunan Nasional.


Pada seminar nasional ini kami mengundang empat pembicara utama yang menyampaikan makalah pada sidang pleno yaitu: Prof. Dr. Ir. Asep Saefuddin, M.Sc. (Rektor Universitas Trilogi Jakarta), Fauzi Arfan, FSAI, AAI-J (Sekjen PAI), Dr. Ir. Hari Wijayanto, M.Si. (Dept Statistika FMIPA IPB), dan Dr. Edy Tandililing, M.Pd. (FKIP UNTAN). Atas nama panitia kami mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya atas kesediaan beliau semua hadir dalam acara ini.

Selain itu panitia juga telah menerima sekitar 162 peserta dari berbagai instansi di Indonesia seperti, UNTAN, STIS, Politeknik Ketapang, UNSRI, UNISBA, UNAIR, ITS, UT, UNTAR, UTM, Universitas Pendidikan Ganesha, STKIP Singkawang, STKIP PGRI Pontianak, UNPAD, UNJ, IPB, UII, Universitas Mulawarman, Universitas Haluoleo, UGM, UNIBRAW, MTs. Sintang, UNS, UPB, UNP, Universitas Patimura, TNP2K dan berbagai instansi lainnya.

Kegiatan Seminar Nasional Matematika dan Statistika Tahun 2014 ini tidak akan terselenggara dengan baik tanpa adanya bantuan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, kami berterima kasih kepada Bapak Rektor dan jajarannya selaku pimpinan Universitas Tanjungpura, Dekan FMIPA UNTAN atas dorongan dan fasilitasnya. Terima kasih kepada sponsor dan semua pihak yang tidak dapat kami sebutkan satu persatu. Terima kasih juga kami kepada tim reviewer yakni, Prof. Dr. H. Thamrin Usman, DEA., Prof. Dr. Sabirin Matsjeh, Prof. Dr. Sri Harytami, Dadan Kusnandar, Ph.D., Dr. Drs. Titin Siswantining, DEA., Dr. Fajar Adi Kusumo, Dr. Edy Tandililing, M.Pd., Dr. Udjiana Sekteria Pasaribu, Dr. Tarmizi Usman, Dr. Elah Nurdaerah, yang telah bersedia menyunting seluruh makalah pada Seminar Nasional Matematika dan Statistika 2014. Kami juga mengucapkan terima kasih kepada Bapak, Ibu, dan seluruh peserta yang telah berkenan mengikuti seminar ini hingga selesai. Atas nama panitia kami mohon maaf yang sebesar-besarnya jika dalam kegiatan ini terdapat kesalaban, kekurangan, maupun hal-hal yang tidak berkenan di hati Bapak, Ibu, dan Saudara sekalian. Semoga seminar ini dapat memberikan sumbangan dalam percepatan pembangunan nasional di negara kita.

Wassalamualaikum Wr.Wb

Ketua Panitia SEMESTA 2014



Neva Satyahadewi, M.Sc.



DAFTAR ISI

Kata Pengantar

Kata Sambutan Rektor Universitas TanjungPura

Kata Sambutan Dekan Fakultas MIPA Universitas Tanjungpura

Kata Sambutan Ketua Panitia Semester 2014

Daftar Isi

Makalah Utama

MAKALAH UTAMA 1	Hari Wijayanto	Peningkatan Kualitas Data Untuk Meningkatkan Efektivitas Pembangunan Nasional	1
MAKALAH UTAMA 2	Asep Saefuddin	Pendidikan Statistika Masa Depan	7
MAKALAH UTAMA 3	Edy Tandililing	Penguatan Peran Pendidikan Matematika Untuk Pembelajaran Yang Lebih Berkualitas	11

Makalah Pendamping Bidang Matematika

MATEMATIKA-01	Eka Susanti	Optimasi Biaya Pengangkutan Menggunakan Program Linear Multiobjektif Fuzzy (Studi Kasus Pada PT. Sentosa Mulia Bahagia)	19
MATEMATIKA-02	Febrianti, Evi Noviani, Nilamsari Kusumastuti	Solusi Pendekatan Terbaik Sistem Persamaan Linear Tak Konsisten Menggunakan Dekomposisi Nilai Singular	27
MATEMATIKA-03	M. Yusuf Fajar	Model Persediaan Dengan Permintaan Konstan Dan Laju Kerusakan Konstan	41
MATEMATIKA-04	Indrawati, Irmeilyana, Fitri Maya Puspita, Meiza Putri Lestari	Perhandingan Fungsi Utilitas <i>Cobb-Douglass</i> Dan <i>Quasi-Linear</i> Dalam Menentukan Solusi Optimal Masalah Pembiayaan Layanan Informasi	47
MATEMATIKA-05	Suhardi, Helmi, Yundari	Sifat-Sifat Lanjut Fungsi Terbatas	57
MATEMATIKA-06	Bambang Dwi Cahyo, Nilamsari Kusumastuti, Mariatul Kifliyah	Analisis Input Output Sektor Perekonomian Provinsi Kalimantan Barat Dengan Menggunakan Model Leontif	71
MATEMATIKA-07	Vega Setiawan, Neva Satyabadewi	Optimasi Pelayanan Di PT. Taspen (Persero) Cabang Pontianak Dengan Menggunakan Teori Antrian	79
MATEMATIKA-08	Arif Rahman	Isomorfisma Dari $(SU(2) \times SU(2)) / Ker \alpha$ Ke $SO(4)$	85
MATEMATIKA-09	Evi Noviani, Yoga Satria Putra, Kunijoro Adji Sidarto	Klustering Pasien Dengan SVD-gaps Sebagai Alternatif Diagnosa Pada Kanker Paru-paru.	93

Makalah Pendamping Bidang Statistika

STATISTIKA-01	Gaguk Margono	Aplikasi Analisis Faktor Konfirmatori Untuk Menentukan Reliabilitas Multidimensi Instrumen Kepuasan Mahasiswa Sebagai Pelanggan Internal	101
---------------	---------------	--	-----

STATISTIKA-02	Ratu Amilia Avianti	Aplikasi Analisis Faktor Eksploratori Untuk Memvalidasi Instrumen Kepuasan Mahasiswa Sebagai Pelanggan Internal	115
STATISTIKA-03	Abdul Kudus, Aceng Komarudin	Metode Random Survival Forest Untuk Mengidentifikasi Faktor-Faktor Yang Mempengaruhi Perceraian	135
STATISTIKA-04	Aceng Komarudin, Abdul Kudus	Pewarisan Ekspektasi Bersyarat Dari Distribusi Log-Logistik	143
STATISTIKA-05	Anuar Sanusi, Ary Meizuri, Novita Sari	Analisis Model Faktor-Faktor Mempengaruhi Mahasiswa Berhenti Studi (Drop Out) Di PTS Bandar Lampung	147
STATISTIKA-06	Muhlasah Novitasari Mara, Dadan Kusnandar	Prediksi Tinggi Muka Air Laut dengan <i>Hybridizing Exponential Smoothing</i> dan <i>Neural Network</i>	163
STATISTIKA-07	Septian Rahardiantoro, Bagus Sartono	Aplikasi Algoritma Genetika Sebagai Alternatif Solusi Penentuan Indeks Preferensi Dalam Hal Ada Data Kosong	167
STATISTIKA-08	Suwanda	Diagram Kontrol Reeksresi Variansi Vektor Dan Implementasinya	175
STATISTIKA-09	Shantika Martha, Beniva D Hundari, Gatot F Hartono	Implementasi Model Curva (2,1) Pada Pergerakan Tingkat Bunga	185
STATISTIKA-10	Akhmad Fauzy	Kajian Simulasi Tingkat Kepercayaan Bagi Parameter, Fungsi Tahan Hidup Dan Kuartil Waktu Hidup Dari Data Berdistribusi Eksponensial Tersensor Tipe-II	193
STATISTIKA-11	Eko Tjahjono	Karakteristik Estimator Deret Fourier Terbobot Pada Regresi Nonparametrik	203
STATISTIKA-12	Sediono	Penentuan Distribusi Limit Statistik Uji Rasio Likelihood Semiempiris Untuk Data <i>Truncated</i>	211
STATISTIKA-13	Muhammad Masjuk, Bagus Sartono, Itasia Dina Sulvianti	Model Parameter Acak Percobaan Penupukan Fosfor Padi Sawah Pada Tanah Kandungan P Rendah	221
STATISTIKA-14	Ferry Juniardi, Heri Azwansyah	Pemodelan Bangkitan Dan Tarikan Pergerakan Penumpang Di Kalimantan Barat Menggunakan Analisis Regresi Linear	229
STATISTIKA-15	Fajar Supriadi, Doni Irawan, Intan Kurniawati, Ayu Indraswari Nurmaya Putri, Noviani Trisnianti, Nur Eka Septiana, Edy Widodo, Kariyam	Pendekatan Metode <i>Chi Square</i> Pada Uji Independensi Penyalahgunaan Narkoba Dengan Karakteristik Tersangka	241
STATISTIKA-16	Bahridin Abapibi	Pendugaan Parameter Regresi Eksponensial Dengan Algoritme <i>Cross-Entropy</i> Untuk Memperkecil Galat	249
STATISTIKA-17	Hendra Perdana,	Pemanfaatan Software Open Source R	253

	Adhitya Ronnie Effendie, Dedi Rosadi	Dalam Perhitungan Premi Asuransi Jiwa	
STATISTIKA-18	Suci Astutik	Pemodelan Curah Hujan Dengan Model Hirarkhi Poisson Gamma	261
STATISTIKA-19	Sariyanto, Hadi Sumarmo, Siswandi	Modifikasi Unistate Life Table Menjadi Multistate Life Table Pendidikan	265
STATISTIKA-20	Budi Saharjo, N. K. Kutha Ardana, La Mbau	Perbandingan Metode Pendugaan Parameter Dalam Pemodelan Persamaan Struktural	273
STATISTIKA-21	Edi Saputra, Evy Sulistianingsih	Penggunaan Value At Risk Dalam Analisis Risiko pada Portofolio Single Index Model	291
STATISTIKA-22	Dila Aprillia, Bayu Prihandono	Peranalisa Jumlah Penumpang Pada Pt. Angkasa Pura II (Persero) Kantor Cabang Bandar Udara Supadio Pontianak dengan Metode Winter's Exponential Smoothing	303
STATISTIKA-23	Hidayu Sulisti, Nilansari Kusumastuti	Perhitungan Pendanaan Pensiun Manfaat Pasti Karyawan PT. TASPEN Cab.Pontianak Menggunakan Metode Cost Prorate Tipe Constant Dollar	313
STATISTIKA-24	Fanny Syahfitri Budiman, Bayu Prihandono	Perumalan Jumlah Penumpang Pada PT. Angkasa Pura II (Persero) Cab. Bandar Udara Internasional Supadio Pontianak Dengan Metode Seasonal ARIMA	321
STATISTIKA-25	Marisa Effendi, Nilansari Kusumastuti	Perbandingan Metode <i>Brown'S Linear Exponential Smoothing</i> Dan <i>Holt's Linear Exponential Smoothing</i> Dalam Meramalkan Jumlah Pembayaran Manfaat Pensiun Pada PT. TASPEN (Persero) Cab.Pontianak	331
STATISTIKA-26	Destriani, Neva Satyahadewi, Lasta Dewi	Perbandingan Tabel Mortalita Dan Tingkat Suku Bunga Yang Digunakan Pada Penentuan Cadangan Dengan Metode <i>New Jersey</i>	339
STATISTIKA-27	Winda Sri Wulandari, Neva Satyahadewi	Pengaruh Tabel Mortalita Terhadap Premi Tunggal Bersih Pada Asuransi Jiwa Seumur Hidup	347
STATISTIKA-28	Lasta Dewi, Neva Satyahadewi	Pengaruh Peluang Kematian Terhadap Penentuan Cadangan <i>Zillmer</i> Pada Asuransi Jiwa Dwi Guna	355
STATISTIKA-29	Nova Minarti, Neva Satyahadewi	Analisis Data Laju Peningkatan Peserta Pensiun Di PT. Taspem (Persero) Wilayah Klaimantan Barat Cabang Pontianak Dengan Menggunakan Uji Median	365
STATISTIKA-30	Septiana, Dadan Kusnandar, Neva Satyahadewi	Pengaruh Tabel Mortalita Pada <i>Supplemental Cost</i> Dengan Metode <i>Accrued Benefit Cost</i>	377
STATISTIKA-31	Fitri Catur Lestari	Penerapan Metode Statistik Non Parametrik Uji <i>Bredenkamp</i> sebagai Padanan Analisis Variansi Dua Arah Pada Kusus Pengaruh Faktor Metode Reparasi dan Faktor Merek Terhadap Kadar Timbal Janu Cina	383

STATISTIKA-32	Dadan Kusnandar, Naomi N Dehataraja	Evaluasi Uji Banding Laboratorium Balai Proteksi Tanaman Perkebunan Untuk Kecepatan Spora <i>Beuveria Bassiana</i>	399
STATISTIKA-33	Suhartono, Dwiatmono Agus Widodo	Model Regresi Dua Level Untuk Peramalan Deret Waktu Yang Mengandung Variasi Kalender	405
STATISTIKA-34	Ryan Kursiawan, Neva Satyahadewi, Dadan Kusnandar	Perhitungan Supplemental Cost Dengan Metode Benefit Prorate Pada Program Pendanaan Pensiun Manfaat Pasti (Defined Benefit)	415
STATISTIKA-35	Ekawati, Rahmatullah Rizieq	Aplikasi Model AIDS (<i>Almost Ideal Demand System</i>) Dinamis Dalam Permintaan Pangan	423
STATISTIKA-36	Dodi Vionanda, Helma	Penanganan Pencilan Bergandadalam Analisis Regresi Denganmetoda Forward Search	429
STATISTIKA-37	Erni Tri Astuti	Graduasi Tingkat Kematian Indonesia Denganmodel Regresi Poisson Irgeneralisir Lokal	437
STATISTIKA-38	Lexy Janzen Sinay, Neva Satyahadewi	Aproksimasi Tabel Mortalita Menggunakan Persamaan Dufresne	445
STATISTIKA-39	Wahyono Kuntohadi	Analisis Data Program Penanggulangan Kemiskinan: Permasalahan Dan Tantangan Statistisi Pada Aktifitas Monitoring Dan Evaluasi	455
STATISTIKA-40	Kurnia Susvitasari, Titin Siswantining	Distribusi Posterior Dari Taksiran Titik Mean Berdasarkan Hierarki Bayes SpasialPada <i>Small Area Estimation</i>	463
Makalah Pendamping Bidang Teknik			
TEKNIK-01	Yulisa Fitrianingsih, Dian Rahayu Jari, Sedy Yuliasri	Hubungan Konsentrasi Gas Karbon Monoksida (Co) Terhadap Variasi Jarak Pengambilan Sampel Pada Ruas Jalan Gajah Mada Pontianak	471
TEKNIK-02	Heri Azwansyah, Ferry Juniardi	Analisis Daerah Rawan Kecelakaan Lalulintas Dikota Ketapang Dengan Metode Z-SCORE	477
TEKNIK-03	Hendro Priyatman	Model Matematis Pada Bidang Kendali	493
Makalah Pendamping Bidang Komputer			
KOMPUTER-01	Ilhamsyah, Cucu Suhery	Penjadwalan Mobil Taksi Menggunakan Algoritma Genetika	497
Makalah Pendamping Bidang Pertanian			
PERTANIAN-01	Encik Eko Rikowaty	Upaya Memperpanjang Umur Simpan <i>Bunga Potong Anggrek Vanda Var. Douglas</i> Dengan Berbagai Jenis Pengemas	505
Makalah Pendamping Bidang Ekonomi			
EKONOMI-01	Titik Harsanti, Novi Hidayat Pusponegoro	Kemiskinan Anak Dan Variabel-Variabel Yang Mempengaruhi	521
EKONOMI-02	Sahat Sinaga	Mensiiasi Percepatan Pembangunan Kalbar Melalui Pemberdayaan Komoditas Unggulan	533

Makalah Pendamping Bidang Kesehatan			
KESEHATAN-01	Engelina Ng, Andhi Fahrurroji, Liza Pratiwi	Optimasi Krim Sarang Burung Walet Putih (<i>Acrodranus Fuciphagus</i>) Tipe M/A Dengan Variasi Emulgator Sebagai Pencerah Kulit Menggunakan <i>Simplex Lattice Design</i>	539
KESEHATAN-02	Era Kurnializa, Siti Nani Nurbaeti, Wintari Taurina	Potensi Amilum Limbah Batang Kelapa Sawit (<i>Elaeis Guineensis Jacq</i>) Sebagai Bahan Penghancur Pada Formulasi Tablet Parasetamol	547
KESEHATAN-03	Syari Wahyuni Ansiah, Sri Wahdaningsih, Siti Nani Nurbaeti	Formulasi Sediaan Gel Antiseptik Fraksi Polar Daun Kesum (<i>Polygonum Minus Huds</i>)	555
Makalah Pendamping Bidang Kependidikan			
PENDIDIKAN-01	Agus Santoso	Pemilihan Botir Soal Pada Rancangan Tes Adaptif Berdasarkan <i>Efficiency Balanced Information</i>	563
PENDIDIKAN-02	Suparman LA, Yunita	Faktor Yang Menentukan Prestasi Belajar Matematika Siswa Sekolah Menengah Atas Di Jakarta	573
PENDIDIKAN-03	Muhammad Rohmadi	Analisis Wacana Tekstual Dan Kontekstual <i>Praktik Soal Cerita Matematika Ujian Nasional SD</i> Sebagai Bentuk Implementasi Bahasa Sebagai Penghela Ilmu Dalam Kurikulum 2013	581
PENDIDIKAN-04	Kalbin Salim, Dayang Hj Tiawa, Teti Kumalasari, Abdul Bin Hamdan	Pengajaran Dan Pembelajaran Arab Melayu Berdasarkan Pendekatan Quantum Learning	587
PENDIDIKAN-05	Kalbin Salim, Dayang Hj Tiawa, Teti Kumalasari, Abdul Bin Hamdan	Teknologi Distance Learning Berbasis E-Education Di Wilayah Kepulauan Riau Indonesia	599
PENDIDIKAN-06	Kalbin Salim, Dayang Tiawa	Persepsi Siswa Terhadap pembelajaran Matematika Dengan Menggunakan Flash Animasi	607
PENDIDIKAN-07	Eka Murdani	Pembelajaran Fisika Berbasis Praktikum: Pengujian Hambatan Suatu Resistor Komersial Dengan Hukum Ohm	615
PENDIDIKAN-08	Risia Apriana, Nindy Citroestmi P. Maryum	Pembelajaran Matematika Dengan Project Based Learning	621
PENDIDIKAN-09	Wahyudi, Lia Angraeni	Penerapan Model Inkuiri Terhadap Penguasaan Konsep ditinjau dari Sikap Ilmiah Mahasiswa pada Materi Optika Fisis	627
PENDIDIKAN-10	Vindo Feladi	Hubungan Antara Kemampuan Awal Dengan Hasil Belajar Pembuatan Tabel Dalam Basis Data Mahasiswa Program Studi Pendidikan TIK STKIP-PGRI Pontianak	639

PENDIDIKAN-11	Sandic	Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kreatif Siswa Dengan Model Reciprocal Teaching Pada Materi Pecahan Di Kelas VII SMPN 21 Pontianak	645
PENDIDIKAN-12	Handy Darmawan	Penerapan Sains Teknologi Masyarakat Melalui Media CD Interaktif dan Animasi 3DS Max Ditinjau Dari Kemandirian Belajar dan Keterampilan Proses Sains Mahasiswa	649
PENDIDIKAN-13	Dwi Fajar Saputri Nurhayati	Pengembangan Modul Fisika Berbasis Inkuiri Pada Materi Gerak Lurus	667
PENDIDIKAN-14	Soka Hadiati, Eti Sukadi	Pengembangan Perangkat Pembelajaran Inkuiri Berkarakter Melalui Pemanfaatan Limbah Barang Bekas Untuk Meningkatkan Prestasi Belajar Afektif	675
PENDIDIKAN-15	Adi Pramuda, Matsun	Pengembangan Perangkat Pembelajaran Listrik Magnet Yang Berorientasi Pada Hyperphysics Di Program Studi Pendidikan Fisika STKIP-PGRI PONTIANAK	681
PENDIDIKAN-16	Dominikus Dasit	Pengaruh Pembelajaran Matematika Dengan Pendekatan <i>Open-Ended</i> terhadap Kemampuan Berfikir Kreatif Matematik Siswa SMK Negeri Ngabang	695
Makalah Pendamping Bidang Kimia			
KIMIA-01	Intan Syahbanu, Indriana Kartini, M. Muchalal	Analisis Spektrofotometri UV-Visible pada Ekstrak <i>Indigofera Tinctoria</i> Linn dan Senyawa Turunannya	703
KIMIA-02	Afghani Jayuska, Siti Syamsiah, Sarto, Tutik Dwi Wahyuningsih	Pencentuan Kondisi Optimum Pemungutan Minyak Atsiri Dari Limbah Kulit Jerak Dengan Distilasi	711
KIMIA-03	Adhityawarman, Winda Rahmalia	Uji Fotostabilitas Pigmen Karotenoid Kulit Buah Melinjo (<i>Gnetum Gnemon L.</i>)	717
KIMIA-04	Muhammad Agus Wibowo, Aulansia'am	Pemberian Fraksi N-Heksana Ekstrak Daun Kesum (<i>Polygonum Minus L.</i>) Secara Preventif Mampu Mencegah Infamasi Jaringan Paru Hewan Model Terpapar Bensapiren	725
Makalah Pendamping Bidang Biologi			
BIOLOGI-01	Siti Khotimah, Dessy Dhavina	Pengaruh Ekstrak Metanol <i>Sargassum Polycystum Agardh</i> Terhadap Pertumbuhan <i>Staphylococcus Aureus</i> Dan <i>Escherichia Coli</i>	731

**IMPLEMENTASI MODEL CARMA (2,1)
PADA PERGERAKAN TINGKAT BUNGA**Shantika Martha¹, Bevina D Handari², Gatot F Hertono³¹Jurusan Matematika FMIPA Universitas Tanjungpura,^{2,3}Jurusan Matematika FMIPA Universitas Indonesia

shantika_08@yahoo.co.id, bevina.dh@gmail.com, gfh308@gmail.com

Abstrak

Tingkat bunga merupakan salah satu faktor yang perlu diperhatikan dalam berinvestasi. Untuk menentukan nilai tingkat bunga pada waktu tertentu sebaiknya investor memiliki pengetahuan tentang pergerakan tingkat bunga. Pergerakan tingkat bunga dapat direpresentasikan oleh model tingkat bunga dalam bentuk persamaan diferensial stokastik. Model tingkat bunga pada makalah ini adalah model CARMA (2,1) dengan $\delta = 0$. Dalam implementasi, digunakan data tingkat bunga harian *over-couponbond* dengan masa jatuh tempo 5 tahun periode 1 Agustus 2011 sampai dengan 31 Oktober 2011. Estimasi parameter model CARMA (2,1) dilakukan dengan cara menggunakan hasil estimasi parameter proses ARMA (2,1) yang ditransformasikan ke dalam proses CARMA (2,1) berdasarkan suatu proposisi. Hasil implementasi menunjukkan bahwa estimasi nilai parameter yang diperoleh dapat merepresentasikan cukup baik pergerakan data historis tingkat bunga yang digunakan.

Kata Kunci : persamaan diferensial stokastik, proses ARMA (2,1), proses CARMA (2,1).

PENDAHULUAN

Pergerakan tingkat bunga dapat direpresentasikan dalam suatu model persamaan diferensial stokastik dan juga menggunakan model runtun waktu (*time series*). Terdapat dua macam model runtun waktu, yaitu model runtun waktu diskrit dan model runtun waktu kontinu. Secara matematis, model runtun waktu diskrit menggunakan persamaan *difference*, sedangkan model runtun waktu kontinu menggunakan persamaan diferensial.

Kegiatan perdagangan pasar finansial dapat berlangsung secara terus-menerus, sehingga model runtun waktu kontinu dapat dianggap lebih realistis dalam menggambarkan pergerakan tingkat bunga. Ada dua metode yang dapat dilakukan untuk mengestimasi parameter model waktu kontinu, yaitu metode langsung dimana nilai parameter diestimasi secara langsung berdasarkan data yang ada, dan metode tak langsung yaitu dengan menerapkan hasil estimasi dari model waktu diskrit, kemudian ditransformasi ke dalam model waktu kontinu. Hasil estimasi dengan menggunakan metode tak langsung lebih konsisten dibandingkan dengan hasil estimasi metode langsung yang sering bias [8].

Model tingkat bunga yang dibahas dalam makalah ini adalah model *Continuous-Time Autoregressive Moving Average* (CARMA). Untuk mengestimasi parameter model CARMA digunakan metode tak langsung. Metode ini berdasarkan suatu proposisi yang dinyatakan oleh Thronton dan Chambers [10]. Karena proposisi tersebut menyatakan ekuivalensi antara proses waktu diskrit ARMA (2,1) dan proses waktu kontinu CARMA (2,1), maka model yang akan digunakan dalam implementasi data adalah model CARMA (2,1). Dalam makalah ini dibahas bagaimana cara mengimplementasi model CARMA (2,1) dengan $\delta = 0$ dalam pergerakan tingkat bunga harian.

MODEL AUTOREGRESSIVE MOVING AVERAGE (ARMA)

Model *Autoregressive Moving Average* merupakan gabungan dari proses *Autoregressive* berorde p dengan proses *Moving Average* berorde q , dan biasa ditulis ARMA (p,q) . Model *Autoregressive* (AR) menggambarkan hubungan antara nilai observasi x_t terhadap nilai-nilai sebelumnya dari variabel itu sendiri $(x_{t-1}, x_{t-2}, \dots, x_{t-p})$, sedangkan pada model *Moving Average* (MA) nilai observasi x_t dipengaruhi oleh nilai-nilai kesalahan saat ini ε_t dan nilai kesalahan sebelumnya $(\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots, \varepsilon_{t-q})$.

Menurut [2], model ARMA (p,q) dapat dinyatakan dalam bentuk:

$$x_t - \phi_1 x_{t-1} - \phi_2 x_{t-2} - \dots - \phi_p x_{t-p} = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

$$x_t - \phi_1 L x_t - \phi_2 L^2 x_t - \dots - \phi_p L^p x_t = \varepsilon_t - \theta_1 L \varepsilon_t - \theta_2 L^2 \varepsilon_t - \dots - \theta_q L^q \varepsilon_t$$

$$(1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2 - \dots - \phi_p L^p) x_t = (1 - \theta_1 L - \theta_2 L^2 - \dots - \theta_q L^q) \varepsilon_t$$

$$\phi(L)x_t = \theta(L)\varepsilon_t$$

dimana ϕ adalah parameter ke- i proses AR berorde p , $i = 1, 2, \dots, p$; θ adalah parameter ke- j proses MA berorde q , $j = 1, 2, \dots, q$; x_t adalah nilai observasi pada saat t ; ε_t adalah proses *white noise* dengan mean nol dan variansi σ_ε^2 ; dan L adalah operator lag, dengan $L^n z_t = z_{t-n}$.

Model ARMA merupakan model runtun waktu yang stasioner. Untuk melihat kestasioneran data, dapat dilihat melalui plot autokorelasi. Jika autokorelasi tidak berkurang secara cepat, maka diindikasikan bahwa data tidak stasioner sehingga perlu dilakukan *differencing* (biasanya tidak lebih dari dua kali) sampai diperoleh data yang stasioner [7]. Selain itu, kestasioneran dapat juga ditentukan berdasarkan akar-akar karakteristik dari $\phi(L)$. Suatu proses dikatakan stasioner jika semua akar-akar dari persamaan karakteristik $\phi(L) = 0$ berada di luar *unit circle* ($|L| > 1$) [5].

Sebagai contoh, model ARMA $(2,1)$ dapat dinyatakan dalam bentuk:

$$x_t - \phi_1 x_{t-1} - \phi_2 x_{t-2} = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1}$$

$$x_t - \phi_1 L x_t - \phi_2 L^2 x_t = \varepsilon_t - \theta_1 L \varepsilon_t$$

$$(1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2) x_t = (1 - \theta_1 L) \varepsilon_t$$

Model ARMA $(2,1)$ dikatakan stasioner jika persamaan $1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2 = 0$ memiliki akar-akar karakteristik $|L| > 1$.

MODEL CONTINUOUS-TIME AUTOREGRESSIVE MOVING AVERAGE (CARMA)

Benth [1] mengusulkan suatu model dinamika pergerakan tingkat bunga yang dapat dinyatakan sebagai proses waktu kontinu CARMA. Model CARMA tersebut adalah sebuah model *Gaussian* waktu kontinu untuk tingkat bunga dengan suku *autoregressive* berorde p (CAR(p)) dan suku *moving average* berorde q (CMA(q)), dan biasa ditulis CARMA (p,q) . Suatu proses CARMA (p,q) dimana $0 \leq q < p$ didefinisikan sebagai solusi stasioner dari persamaan diferensial stokastik (PDS) orde ke- p berikut:

$$r^{(p)}(t) + \alpha_1 r^{(p-1)}(t) + \dots + \alpha_p r(t) = \sigma [\beta_1 W^{(1)}(t) + \beta_2 W^{(2)}(t) + \dots + \beta_q W^{(q+1)}(t)] + \delta, \tag{1}$$

(1)

dimana $\alpha_1, \dots, \alpha_p, \beta_1, \dots, \beta_q, \sigma \geq 0$, δ adalah konstanta dengan $r(t)$ menyatakan tingkat bunga pada saat t , $W(t)$ adalah *Brownian motion*, $r^{(j)}(t)$, $j = 1, 2, \dots, p$ dan $W^{(k)}(t)$, $k = 1, 2, \dots, q + 1$ berturut-turut menyatakan turunan ke- j dari tingkat bunga terhadap waktu t dan turunan ke- k dari *Brownian motion* terhadap waktu t .

Diasumsikan bahwa $\alpha_1 \neq 0$, $\beta_q \neq 0$, dan $\beta_j := 0$ untuk $j > q$, maka persamaan (1) dapat juga ditulis sebagai

$$\alpha(D)r(t) = \sigma \beta(D)DW(t) + \delta \quad t \geq 0, \tag{2}$$

(2)

dimana D menyatakan turunan terhadap t , dan $\alpha(D) = D^p + \alpha_1 D^{p-1} + \dots + \alpha_p$ disebut persamaan polinomial *autoregressive*, dan $\beta(D) = 1 + \beta_1 D + \dots + \beta_{p-1} D^{p-1}$ adalah persamaan polinomial *moving average*.

Karena *Brownian motion* $W(t)$ tidak mempunyai turunan di titik manapun, maka menurut [3] persamaan (1) ekuivalen dengan persamaan observasi

$$r(t) = \mathbf{b}^T \mathbf{X}(t), t \geq 0 \tag{3}$$

dan persamaan state

$$d\mathbf{X}(t) = (\mathbf{A}\mathbf{X}(t) + \delta \mathbf{e}_p) dt + \sigma \mathbf{e}_p dW(t), \tag{4}$$

dengan

$$\mathbf{A} = \begin{cases} \begin{matrix} -\alpha_1 & & & & \\ & 1 & 0 & \dots & 0 \\ & 0 & 1 & \dots & 0 \\ & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -\alpha_p & -\alpha_{p-1} & -\alpha_{p-2} & \dots & -\alpha_1 \end{matrix}, & \text{untuk } p=1, \\ \begin{matrix} & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ -\alpha_p & -\alpha_{p-1} & -\alpha_{p-2} & \dots & -\alpha_1 \end{matrix}, & \text{untuk } p \text{ yang lain,} \end{cases}$$

$$\mathbf{e}_p = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_{p-1} \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{X}(t) = \begin{bmatrix} X(t) \\ X^{(1)}(t) \\ \vdots \\ X^{(p-2)}(t) \\ X^{(p-1)}(t) \end{bmatrix}$$

dimana \mathbf{A} adalah matriks persegi berorde p , \mathbf{e}_p adalah vektor kolom berorde p , $\mathbf{X}(t)$ adalah vektor state yang berisi p variabel state $X(t), X^{(1)}(t), \dots, X^{(p-1)}(t)$, dan $\mathbf{X}(0)$ adalah nilai state awal yang diasumsikan tidak berkorelasi dengan *Brownian motion* $W(t)$.

Berdasarkan persamaan (1), dapat dilihat secara umum model CARMA (p,q) memiliki jumlah parameter sebanyak $p+q+2$ yaitu $\alpha_1, \dots, \alpha_p, \beta_1, \dots, \beta_q, \sigma$, dan δ . Berdasarkan persamaan (4), model CARMA (p,q) memiliki p variabel state yang berarti terdapat p persamaan state dan p nilai state awal. Penambahan orde pada proses *autoregressive* berarti menambah jumlah parameter dan jumlah variabel state. Sedangkan penambahan orde pada proses *moving average* hanya menambah jumlah parameter saja, dengan jumlah variabel state tetap. Untuk lebih jelas, dapat dilihat contoh berikut:

- a. Model CARMA (1,0) memiliki 3 parameter yaitu α_1, σ , dan δ serta 1 nilai state awal $X(0)$, dengan persamaan observasi $r(t) = X(t)$ dan persamaan state $dX(t) = (\delta - \alpha_1 X(t)) dt + \sigma dW(t)$.
- b. Model CARMA (2,0) memiliki 4 parameter yaitu $\alpha_1, \alpha_2, \sigma$, dan δ serta 2 nilai state awal $X(0)$ dan $X^{(1)}(0)$, dengan persamaan observasi $r(t) = X(t)$ dan persamaan state
$$\begin{cases} dX(t) = X^{(1)}(t) dt, \\ dX^{(1)}(t) = (\delta - \alpha_2 X(t) - \alpha_1 X^{(1)}(t)) dt + \sigma dW(t). \end{cases}$$
- c. Model CARMA (2,1) memiliki 5 parameter yaitu $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \sigma$, dan δ serta 2 nilai state awal $X(0)$ dan $X^{(1)}(0)$, dengan persamaan observasi $r(t) = X(t) + \beta_1 X^{(1)}(t)$ dan persamaan state
$$\begin{cases} dX(t) = X^{(1)}(t) dt, \\ dX^{(1)}(t) = (\delta - \alpha_2 X(t) - \alpha_1 X^{(1)}(t)) dt + \sigma dW(t). \end{cases}$$

Solusi persamaan state pada persamaan (4) adalah [1]

$$\mathbf{X}(t) = \exp(\mathbf{A}t) \mathbf{X}(0) + \delta \int_0^t \exp(\mathbf{A}(t-u)) \mathbf{e}_p du + \sigma \int_0^t \exp(\mathbf{A}(t-u)) \mathbf{e}_p dW(u), \tag{5}$$

dimana $\exp(At) = I + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(At)^n}{n!}$ adalah fungsi eksponensial matriks, dan I matriks identitas berorde p

Tingkat bunga model CARMA (p, q) berdistribusi normal dengan mean dan variansi:

$$\mu_r(t) = E[r(t)] = b^T \exp(At)X(0), \tag{6}$$

$$\sigma_r^2(t) = var\{r(t)\} = \sigma^2 \int_0^t b^T \exp(A(t-u)) e_p e_p^T \exp(A^T(t-u)) b du. \tag{7}$$

Tingkat bunga pada persamaan (3) dan (4) bersifat stasioner jika dan hanya jika semua nilai eigen dari matriks A (sebanyak p nilai eigen) mempunyai bagian riil negatif. Berdasarkan persamaan (4), matriks A adalah matriks persegi berorde p yang berisi parameter model CAR yaitu $\alpha_1, \dots, \alpha_p$, sehingga dapat dikatakan bahwa kestasioneran tingkat bunga pada model CARMA (p, q) dapat ditentukan hanya berdasarkan parameter model CAR saja [1].

ESTIMASI PARAMETER

Model dalam implementasi data adalah model CARMA (2,1) dengan $\delta = 0$, dan pada bagian ini dibahas estimasi parameter $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1$, dan σ_u^2 dalam persamaan:

$$D^2r(t) + \alpha_1 Dr(t) + \alpha_2 r(t) = \sigma [DW(t) + \beta_1 D^2W(t)]. \tag{8}$$

Berdasarkan [10], untuk $\delta = 0$ pada persamaan (1), perhatikan kedua proses berikut.

Diketahui proses waktu diskrit ARMA (2,1)

$$y_t - b_1 y_{t-1} - b_2 y_{t-2} = (1 - \mu L)(1 - \nu L)y_t = (1 - \phi L)\varepsilon_t, \quad t = 1, \dots, T, \tag{9}$$

dimana ε_t adalah proses *white noise* dengan mean nol dan variansi σ_ε^2 , dan proses waktu kontinu CARMA (2,1)

$$D^2x(t) - \alpha_1 Dx(t) - \alpha_2 x(t) = (D - \alpha)(D - \beta)x(t) = u(t) + \theta Du(t), \tag{10}$$

$-\infty < t < \infty$,

dimana $u(t)$ adalah proses *white noise* dengan mean nol dan variansi σ_u^2 .

Untuk mengestimasi parameter model CARMA (2,1) digunakan Proposisi berikut:

Proposisi. Misalkan y_t dihasilkan oleh persamaan (9). Misalkan $x(t)$ dihasilkan oleh persamaan (10) dan barisan yang diamati $x_t = x(t), t = 1, \dots, T$. Maka persamaan (9) dan (10) ekuivalen jika:

(i) $e^\mu = \mu, \quad e^\beta = \nu$;

(ii) $\theta = \pm \sqrt{\frac{\beta g(\mu, \nu; \phi) - \alpha g(\nu, \mu; \phi)}{\alpha \beta [\alpha g(\mu, \nu; \phi) - \beta g(\nu, \mu; \phi)]}}$

(iii) $\sigma_u^2 = \frac{2\alpha\beta(\alpha^2 - \beta^2)(1 + \phi^2)\sigma_\varepsilon^2}{\beta(1 - \alpha^2\theta^2)(1 - \mu^2)(1 + \nu^2) - \alpha(1 - \beta^2\theta^2)(1 + \mu^2)(1 - \nu^2)}$

dimana:

$$g(x, y; \phi) = (1 - x^2)[\phi(1 + y^2) - (1 + \phi^2)y] - (1 - x^2)(\phi - y)(1 - \phi y).$$

Bukti Proposisi dapat dilihat pada [9] dan [10]

Berdasarkan Proposisi, diperoleh parameter model CARMA (2,1) pada persamaan (10), yaitu α, β, θ , dan σ_u^2 , dengan mensubstitusikan parameter μ, ν , dan ϕ dari model ARMA (2,1) pada persamaan (9). Untuk mengestimasi parameter $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1$, dan σ_u^2 dalam persamaan (8) dilakukan hal berikut:

Model CARMA (2,1) dalam persamaan (10)

$$(D - \alpha)(D - \beta)x(t) = u(t) + \theta Du(t)$$

dapat dinyatakan sebagai

$$D^2x(t) - (\alpha + \beta)Dx(t) + \alpha\beta x(t) = u(t) + \theta Du(t). \tag{11}$$

Dengan membandingkan persamaan (8) dan (11), diperoleh relasi-relasi:

$$\alpha_1 = -(\alpha + \beta), \quad \alpha_2 = \alpha\beta, \quad \beta_1 = \theta. \tag{12}$$

Karena $u(t) = \sigma DW(t)$ dan $DW(t) = \frac{dW(t)}{dt} = e_t$ maka $\text{var}(u(t)) = \sigma^2 \text{var}(DW(t)) = \sigma^2 \text{var}(e_t)$, sehingga

$$\sigma = \sqrt{\frac{\text{var}(u(t))}{\text{var}(e_t)}} = \sqrt{\frac{\sigma_u^2}{\sigma_e^2}} \quad (13)$$

Jadi estimasi parameter model CARMA (2.1) dengan $\delta = 0$, yaitu $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \sigma$ dapat dihitung menggunakan persamaan (12) dan (13) dan Proposisi. Sebelum menggunakan Proposisi, parameter μ, ν , dan ϕ dari model ARMA (2.1) pada persamaan (9) harus diestimasi terlebih dahulu.

METODE FORWARD EULER

Pandang persamaan diferensial stokastik orde-2 berikut

$$X^{(2)}(t) = f(X) - \eta s^2(X) \cdot X^{(1)}(t) + \epsilon s(X) \zeta(t), \quad (14)$$

dimana $s(X)$ adalah suatu fungsi, η dan ϵ adalah konstanta, $\zeta(t)$ adalah proses *white noise*.

PDS orde ke-2 pada persamaan (14) dapat dinyatakan ke dalam sistem PDS orde-1 dari $X(t)$ dan $X^{(1)}(t)$ berikut

$$\begin{cases} dX(t) = X^{(1)}(t)dt, \\ dX^{(1)}(t) = [-\eta s^2(X) \cdot X^{(1)}(t) + f(X(t))]dt + \epsilon s(X) dW(t). \end{cases} \quad (15)$$

Menurut [4], jika $s(X) = 1$ maka persamaan (14) merupakan PDS orde ke-2 dimana ϵ merupakan "additive noise" sehingga persamaan (15) dapat ditulis menjadi

$$\begin{cases} dX(t) = X^{(1)}(t)dt, \\ dX^{(1)}(t) = -\eta X^{(1)}(t)dt + f(X(t))dt + \epsilon dW(t), \end{cases} \quad (16)$$

dengan kondisi awal $X(0)$ dan $X^{(1)}(0)$

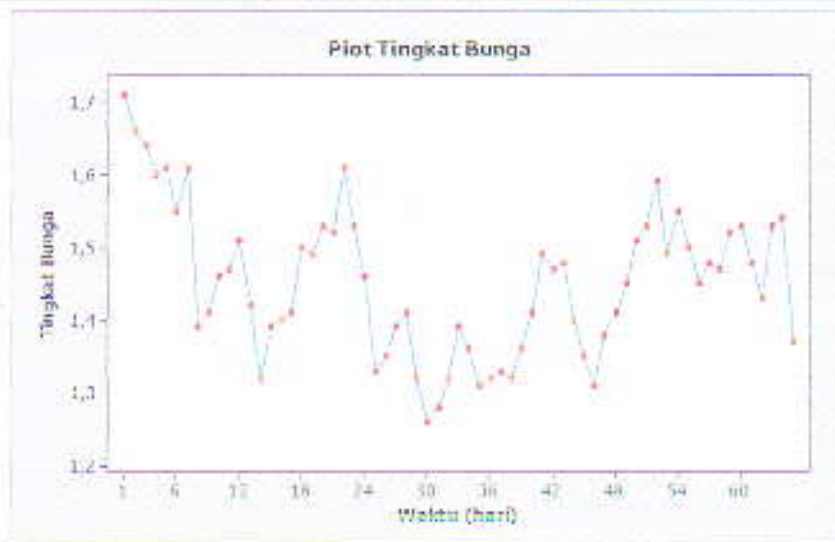
Metode *Forward Euler* untuk persamaan (16) adalah

$$\begin{cases} X(n+1) = X(n) + X^{(1)}(n)\Delta t \\ X^{(1)}(n+1) = X^{(1)}(n) - \eta X^{(1)}(n)\Delta t + f(X(n))\Delta t + \epsilon \Delta W(n) \end{cases} \quad (17)$$

dengan W adalah *Brownian motion*.

IMPLEMENTASI PADA DATA

Pada bagian ini dibahas implementasi model CARMA (2.1) dengan $\delta = 0$ dalam menggambarkan pergerakan tingkat bunga menggunakan data tingkat bunga harian *zero-coupon bond* dengan masa jatuh tempo 5 tahun periode 1 Agustus 2011 s/d 31 Oktober 2011 yang diunduh di [6]. Dengan menggunakan Minitab, grafik data tingkat bunga harian dapat dilihat pada gambar 1.



Gambar 1. Grafik data tingkat bunga periode 1 Agustus 2011 s/d 31 Oktober 2011

Dalam estimasi parameter model CARMA (2,1) dibutuhkan estimasi parameter model ARMA (2,1) dimana model ARMA adalah model runtun waktu yang stasioner, sehingga akan diuji dahulu kestasioneran dari data yang digunakan. Secara visual, data gambar 1 cenderung berfluktuasi disekitar mean sehingga dapat diindikasikan data bersifat stasioner. Selain itu, kestasioneran data dapat juga ditentukan berdasarkan akar-akar dari persamaan karakteristik model ARMA (2,1) dan dapat ditunjukkan pada penjelasan setelah persamaan (19) di bawah ini. Hasil estimasi parameter model ARMA (2,1) ada pada keluaran Minitab berikut.

Final Estimation of Parameters

Type	Coef	SE Coef	T	P
AR 1	1,7503	0,1645	10,64	0,000
AR 2	0,7504	0,1646	4,56	0,000
MA 1	0,9055	0,1140	7,94	0,000

Number of observations: 66
 Residuals: SN = 0,247511 (backtransformed excluded)
 MS = 0,003992 DF = 62

Modified Box-Pierce (Ljung-Box) Chi-Square statistic

Lag	12	24	36	48
Chi-Square	3,1	19,5	32,1	44,2
DF	9	21	33	45
P-value	0,821	0,551	0,512	0,504

Berdasarkan keluaran Minitab, model ARMA (2,1) memiliki koefisien parameter yang signifikan karena memiliki nilai $P < 0,05$ dan memiliki error yang bersifat *white noise* karena memiliki $P\text{-Value} > 0,05$ pada uji Box-Pierce (Ljung-Box). Persamaan model ARMA (2,1) untuk data tingkat bunga periode 1 Agustus 2011 s/d 31 Oktober 2011 menggunakan persamaan (9) dan hasil dari keluaran Minitab adalah

$$r_t - 1,7503r_{t-1} + 0,7504r_{t-2} = (1 - 0,9055L)e_t, \tag{18}$$

dapat juga ditulis:

$$(1 - 0,7507L)(1 - 0,9996L)r_t = (1 - 0,9055L)e_t, \tag{19}$$

dimana akar-akar persamaan karakteristik $(1 - 0,7507L)(1 - 0,9996L) = 0$ yaitu $L_1 = 1,3321$ dan $L_2 = 1,0004$ berada di luar *unit circle* ($|L| > 1$) sehingga menurut [5] dikatakan bahwa data bersifat stasioner, dan dapat diperoleh berdasarkan persamaan (19) bahwa parameter dari model ARMA (2,1) adalah $\mu = 0,7507$, $\nu = 0,9996$, dan $\phi = 0,9055$.

Selanjutnya, berdasarkan butir (i) hingga (iii) pada Proposisi dan menggunakan persamaan (12) dan (13), diperoleh estimasi parameter model CARMA (2,1) yaitu $\alpha_1 = 0,2871$, $\alpha_2 = 0,0001$, $\beta_1 = 10,0436$, dan $\sigma = 0,1087$ sehingga persamaan model CARMA (2,1) dengan $\delta = 0$ untuk data tingkat bunga harian *zero-coupon bond* dengan masa jatuh tempo 5 tahun periode 1 Agustus 2011 s/d 31 Oktober 2011 dapat ditulis sebagai

$$r^{(2)}(t) + 0,2871 r^{(2)}(t) + 0,0001 r(t) = 0,1087 [W^{(1)}(t) + 10,0436 W^{(2)}(t)] \quad (20)$$

$$\text{yang ekuivalen dengan persamaan observasi } r(t) = X(t) + 10,0436 X^{(2)}(t) \quad (21)$$

dan persamaan *state*

$$\begin{cases} dX(t) = X^{(2)}(t) dt \\ dX^{(2)}(t) = (-0,2871 X^{(2)}(t) - 0,0001 X(t)) dt + 0,1087 dW(t) \end{cases} \quad (22)$$

Berdasarkan persamaan (22), dapat pula ditentukan nilai eigen dari matriks $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0,0001 & -0,2871 \end{bmatrix}$ yaitu $\lambda_1 = -0,0004$ dan $\lambda_2 = -0,2867$. Karena semua nilai eigen dari matriks A bernilai riil negatif, maka menurut [1] tingkat bunga pada model CARMA (2,1) bersifat stasioner. Hal ini mengindikasikan bahwa data yang digunakan sesuai dengan karakteristik model CARMA (2,1).

Selanjutnya dilakukan aproksimasi tingkat bunga $r(t)$ dengan menggunakan metode *Forward Euler*. Simulasi dilakukan sebanyak 100 kali dengan nilai awal masing-masing simulasi adalah data tingkat bunga 1 Agustus 2011, yaitu 1,71. Berikut adalah hasil aproksimasi tingkat bunga model CARMA (2,1) menggunakan nilai awal $X(0) = 1,71$ dari $X^{(2)}(0) = 0$ dengan $\Delta t = \frac{1}{N} = \frac{1}{65}$, dimana 65 adalah jumlah harga tingkat bunga pada data. Pada simulasi, sumbu-X menyatakan waktu t dengan selang $[\frac{1}{65}, 1]$ dan sumbu-Y menyatakan harga tingkat bunga harian $r(t)$.



Gambar 2. Grafik lintasan tingkat bunga harian dan lintasan rata-rata 100 simulasi aproksimasi model CARMA (2.1) dengan $\alpha_1 = 0,2871$, $\alpha_2 = 0,0001$, $\beta_1 = 10,0436$, $\sigma = 0,1087$, $0 < t \leq 1$

Gambar 2 menunjukkan bahwa pola pergerakan tingkat bunga hasil dari rata-rata 100 kali simulasi cukup baik mengikuti pola pergerakan harga tingkat bunga yang sebenarnya, khususnya, hingga data ke-18 ($0 < t \leq 0,20$). Dari hasil simulasi diperoleh nilai RMSE (*Root Mean Squared Error*) sebesar 0,0582. Nilai RMSE ini diperoleh dari akar dari rata-rata selisih antara data historis tingkat bunga dengan rata-rata hasil simulasi tingkat bunga menggunakan model CARMA (2.1) yang dikuadratkan. Jadi dapat disimpulkan bahwa parameter model CARMA (2.1) yang diperoleh cukup baik.

KESIMPULAN

Pada makalah ini telah dilakukan estimasi parameter model CARMA (2.1) berdasarkan proposisi yang menyatakan ekuivalensi antara model ARMA (2.1) dan model CARMA (2.1). Hasil implementasi menunjukkan bahwa parameter yang dihasilkan cukup baik karena pola pergerakan harga tingkat bunga yang dihasilkan cukup baik mengikuti pola pergerakan harga tingkat bunga yang sebenarnya, khususnya, pada awal data, dengan nilai RMSE (*Root Mean Squared Error*) sebesar 0,0582.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Benth, F. E., Koekebakker, S., dan Zakamouline, V. (2008). *The CARMA interest rate model*. Norway.
- [2] Box, G.E.P., dan Jenkins, G.M. (1976). *Time series analysis: forecasting and control*, (revised edition), Oakland: Holden-Day.
- [3] Brockwell, P.J. (2001). Continuous-time ARMA processes. In Shanbhag, D.N., dan Rao, C.R. (eds), *Handbook of statistics*. Vol 19, pp. 249-276. Elsevier Science B.V.
- [4] Burrage, K., Lenane, I., dan Lythe, G. (2007). Numerical methods for second-order stochastic differential equation. *SIAM J. Sci Comput.* Vol.29, No 1, pp. 245-264.
- [5] Fraim, J. (1992). *Lecture notes on univariate time series analysis and box-jenkins forecasting*. http://www.ted.ie/economics/staff/fraim/main/2005_06_MSc/Session20/UNIVAR4.pdf.
- [6] Historical data yield curve Bank of England <http://www.bankofengland.co.uk/statistics/yieldcurve/index.htm>.
- [7] Judge, G.G., et al. (1982). *Introduction to the theory and practice of econometrics*. New York: John Wiley and Sons.
- [8] Larson, E.K., Mossberg, M., dan Soderstrom, T. (2008). Estimation of continuous-time stochastic system parameters. In *Identification of continuous-time models from sampled data*. London: Springer-Verlag.
- [9] Martha, S. (2013). *Implementasi model CARMA (2.1) pada pergerakan tingkat bunga*. Tesis. Depok: Universitas Indonesia.
- [10] Thornton, M.A., dan Chambers, M.J. (2011). *On the equivalence of discrete time representation of continuous time ARMA processes*. England, University of Reading.