

INTERIOR DAN CLOSURE PADA RUANG TOPOLOGI CENTRAL

SKRIPSI

Diajukan sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana

di Jurusan Matematika pada Fakultas MIPA

Oleh :

ILHAM INDRA UTAMA

08011182126008



JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS SRIWIJAYA

2025

LEMBAR PENGESAHAN

INTERIOR DAN CLOSURE PADA RUANG TOPOLOGI CENTRAL

SKRIPSI

**Diajukan Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh Gelar Sarjana
di Jurusan Matematika pada Fakultas MIPA**

Oleh:

ILHAM INDRA UTAMA

NIM. 08011182126008

Indralaya, 18 Juni 2025

Pembimbing Kedua



Drs. Endro Setyo Cahyono, M.Si.
NIP. 196409261990021002

Pembimbing Utama



Novi Rustiana Dewi, S.Si., M.Si.
NIP. 197011131996032002

**Mengetahui,
Ketua Jurusan**



Dr. Dian Cahyawati Sukanda, S.Si., M.Si.
NIP. 197303212000122001

HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN KARYA ILMIAH

Yang beranda tangan di bawah ini:

Nama Mahasiswa : Ilham Indra Utama
NIM : 08011182126008
Jurusan : Matematika
Fakultas : Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Menyatakan bahwa skripsi ini adalah hasil karya saya sendiri dan karya ilmiah ini belum pernah diajukan sebagai pemenuhan persyaratan untuk memperoleh gelar kesarjanaan strata satu (S1) dari Universitas Sriwijaya maupun perguruan tinggi lain. Semua informasi yang dimuat dalam skripsi ini berasal dari penulis lain baik yang dipublikasikan atau telah diberikan penghargaan dengan mengutip nama sumber penulis secara benar. Semua isi dari skripsi ini sepenuhnya menjadi tanggung jawab saya sebagai penulis.

Demikianlah surat pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya.

Indralaya, 18 Juni 2025

Penulis



Ilham Indra Utama

NIM. 08011182126008

HALAMAN PERSEMBAHAN

Kupersembahkan skripsi ini untuk:

Yang Maha Kuasa Allah Subhanahu Wa Ta'ala,

Orang tuaku yang sangat kucinta,

Adik-adikku tersayang,

Keluarga Besarku,

Semua Guru dan Dosenku,

Teman baik yang kubanggakan,

Almamaterku

Motto

“Siapa yang menempuh jalan untuk mencari ilmu, maka Allah akan mudahkan baginya jalan menuju surga.”

(HR. Muslim, no. 2699)

KATA PENGANTAR

Puji syukur atas kehadiran Allah Subhanahu Wa Ta'ala yang telah memberikan rahmat dan hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi berjudul “*Interior dan Closure pada Ruang Topologi Central*” sebagai salah satu syarat memperoleh gelar Sarjana Sains bidang studi Matematika di FMIPA Universitas Sriwijaya.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini tidak mungkin terselesaikan tanpa adanya semangat, dukungan, bantuan, bimbingan dan nasihat yang diberikan berbagai pihak selama proses penyusunan ini berlangsung. Penulis mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada orang tua tercinta, Ibuku **Maddah** dan Ayahku **Mintariya** yang sudah berjuang dan memberikan yang terbaik untukku sebagai putranya. Terima kasih karena sudah mendidik, menasehati, membimbing, mendukung dan mendoakan. Penulis juga ingin menyampaikan ucapan terima kasih kepada sebesar-besarnya dan penghargaan setinggi-tingginya kepada:

1. Bapak **Prof. Hermansyah, S.Si., M.Si., Ph.D.** selaku Dekan Fakultas MIPA Universitas Sriwijaya.
2. Ibu **Dr. Dian Cahyawati S. S.Si., M.Si.** dan Ibu **Des Alwine Zayanti, S.Si., M.Si.** selaku Ketua Jurusan dan Sekretaris Jurusan Matematika FMIPA Universitas Sriwijaya yang telah membimbing dan mengarahkan dalam urusan akademik selama menempuh perkuliahan di Jurusan Matematika FMIPA Universitas Sriwijaya.
3. Ibu **Novi Rustiana Dewi, S.Si., M.Si.** dan Bapak **Drs. Endro Setyo Cahyono, M.Si.** selaku dosen pembimbing utama dan pendamping yang telah bersedia

meluangkan waktu, tenaga, pikiran untuk memberikan bimbingan, arahan, dan didikan berharga selama proses pembuatan skripsi, perlombaan, dan proses perkuliahan.

4. Ibu **Dr. Evi Yuliza, S.Si., M.Si.** dan **Dr. Dian Cahyawati S. S.Si., M.Si.** selaku dosen pembahas dan penguji yang telah memberikan tanggapan, kritik, dan saran yang sangat bermanfaat untuk perbaikan dan penyelesaian skripsi ini.
5. Ibu **Prof. Yulia Resti, S.Si., M.Si., Ph.D.** selaku dosen pembimbing akademik yang telah membimbing dan mengarahkan urusan akademik penulis.
6. **Seluruh Dosen di Jurusan Matematika FMIPA Universitas Sriwijaya** yang telah memberikan ilmu, motivasi, serta bimbingan selama proses perkuliahan.
7. Bapak **Irwansyah** dan Ibu **Hamidah** selaku staf administrasi di Jurusan Matematika FMIPA Universitas Sriwijaya yang telah membantu penulis selama perkuliahan.
8. Semua sahabat seperjuangan **Angkatan 2021** selama masa perkuliahan dan proses skripsi. Kakak-kakak tingkat yang telah membantu dan membagikan ilmunya kepada penulis, serta adik-adik tingkat yang selama masa perkuliahan dan proses skripsi telah memberikan kesan yang baik.
9. Adik-adikku tersayang **Sophia Candra Athirah** dan **Muzaffar Aqhari Ahmad** yang terus memberikan semangat dan dukungan.
10. Semua pihak yang yang tidak dapat disebutkan satu persatu yang telah memberikan bantuan dalam menyelesaikan skripsi ini. Semoga segala kebaikan yang diberikan, mendapat balasan terbaik dari Allah SWT.

Semoga skripsi ini dapat menambah pengetahuan dan bermanfaat bagi mahasiswa/i Jurusan Matematika FMIPA Universitas Sriwijaya dan semua pihak yang memerlukan.

Indralaya, Juni 2025

Penulis

INTERIOR AND CLOSURE ON CENTRAL TOPOLOGICAL SPACES

Ilham Indra Utama

08011182126008

ABSTRACT

The generalization of the definition of topological space is not a new discovery. For example, supra topological space which reduces the axiom that the intersection of topological members is also a topological member and infra topological space which reduces the axiom that the union of topological members is also a topological member. In this research, a new topology is formed by reducing the axioms of one topology about $\emptyset$ and X which are members of the topology and called the central topology. $\emptyset$ and X that are no longer members of the topology cause some changes in the properties of the sets in it, especially in the interior and closure of a set. The purpose of this research is to define the central topology and study the properties that change because $\emptyset$ and X are no longer members of the topology. The result obtained from this research is the existence of sets that have neither interior nor closure. The set that still has interior is called ic-exist set while the set that has $\emptyset$ as interior loses its interior and is called non ic-exist set. The set that still has a closure is called a cc-exist set while the set that has X as a closure loses its closure and is called a non-cc-exist set. The ic-exist and cc-exist sets retain their properties even when operated on by the intersection or union of two neighboring sets while the non ic-exist set may form an ic-exist set if a union between two non ic-exist sets is performed and the non cc-exist set may form a cc-exist set if a union between two non cc-exist sets is performed.

Keyword : Central, interior, closure, ic-exist, cc-exist, non ic-exist, non cc-exist.

INTERIOR DAN CLOSURE PADA RUANG TOPOLOGI CENTRAL

Ilham Indra Utama

08011182126008

ABSTRAK

Generalisasi dari definisi ruang topologi bukan suatu penemuan yang baru. Misalnya ruang topologi supra yang mengurangi aksioma bahwa irisan anggota topologi juga anggota topologi dan ruang topologi infra yang mengurangi aksioma bahwa gabungan anggota topologi juga anggota topologi. Pada penelitian ini, dibentuk topologi baru dengan mengurangi aksioma satu topologi tentang $\emptyset$ dan X yang merupakan anggota topologi dan disebut topologi *central*. $\emptyset$ dan X yang tidak lagi menjadi anggota topologi menyebabkan beberapa perubahan pada sifat-sifat himpunan di dalamnya terutama pada *interior* dan *closure* sebuah himpunan. Tujuan penelitian ini adalah mendefinisikan topologi *central* dan mengkaji sifat yang berubah karena $\emptyset$ dan X yang tidak lagi menjadi anggota topologi. Hasil yang diperoleh dari penelitian ini berupa adanya himpunan yang tidak memiliki *interior* maupun *closure*. Himpunan yang tetap memiliki *interior* disebut himpunan *ic-exist* sedangkan himpunan yang memiliki $\emptyset$ sebagai *interior* kehilangan *interiornya* dan disebut himpunan non *ic-exist*. Himpunan yang tetap memiliki *closure* disebut himpunan *cc-exist* sedangkan himpunan yang memiliki X sebagai *closure* kehilangan *closurenya* dan disebut himpunan non *cc-exist*. Himpunan *ic-exist* dan *cc-exist* tetap mempertahankan sifatnya meski dioperasikan dengan irisan atau gabungan dua himpunan sesamanya sedangkan himpunan non *ic-exist* mungkin membentuk himpunan *ic-exist* apabila dilakukan irisan antara dua himpunan non *ic-exist* dan himpunan non *cc-exist* mungkin membentuk himpunan *cc-exist* apabila dilakukan gabungan antara dua himpunan non *cc-exist*.

Kata Kunci : *Central, interior, closure, ic-exist, cc-exist, non ic-exist, non cc-exist.*

DAFTAR ISI

LEMBAR PENGESAHAN	ii
HALAMAN PERSEMBAHAN	iii
KATA PENGANTAR.....	iv
ABSTRACT.....	vii
ABSTRAK	viii
DAFTAR ISI.....	ix
BAB I PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Perumusan Masalah	3
1.3 Tujuan Penelitian	3
1.4 Pembatasan Masalah	3
1.5 Manfaat Penelitian	3
BAB II TINJAUAN PUSTAKA.....	4
2.1 Ruang Topologi.....	4
2.2 Himpunan Terbuka pada Ruang Topologi	7
2.3 Himpunan Tertutup pada Ruang Topologi	8
2.4 Persekitaran (<i>Neighborhood</i>) pada Ruang Topologi.....	9
2.5 Titik Limit pada Ruang Topologi.....	10
2.6 <i>Interior</i> pada Ruang Topologi.....	12
2.7 <i>Closure</i> pada Ruang Topologi.....	13
BAB III METODOLOGI PENELITIAN	15
3.1 Tempat.....	15
3.2 Waktu	15
3.3 Metode Penelitian	15
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN.....	17
4.1 Topologi <i>Central</i>	17
4.2 Hubungan Antara Topologi dan Topologi <i>Central</i>	21
4.3 <i>Interior</i> pada Topologi <i>Central</i>	24
4.4 Hubungan Himpunan <i>ic-exist</i> dan Non <i>ic-exist</i>	26
4.5 Himpunan Tertutup <i>Central</i>	28
4.6 <i>Closure</i> pada Topologi <i>Central</i>	31

4.7	Hubungan Himpunan <i>cc-exist</i> dan Non <i>cc-exist</i>	33
BAB V KESIMPULAN DAN SARAN		36
5.1	Kesimpulan	36
5.2	Saran	37
DAFTAR PUSTAKA		38

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Topologi adalah salah satu topik yang penting dalam matematika. Topologi secara harfiah adalah ilmu yang mempelajari tentang posisi atau lokasi (Adams dan Franzosa, 2008). Menurut Morris (2019), topologi adalah bidang matematika yang penting dan menarik, yang memperkenalkan pada konsep dan teorema baru tetapi juga memasukkan ke dalam konteks yang lama seperti fungsi kontinu. Hal ini sangat fundamental sehingga pengaruh topologi terlihat jelas di hampir setiap cabang matematika lainnya. Istilah ruang topologi pertama kali didefinisikan oleh Felix Hausdorff pada tahun 1914 (Rodríguez, 2015).

Terdapat beberapa konsep dalam ruang topologi. Beberapa di antaranya yaitu himpunan terbuka, himpunan tertutup, *interior* dan *closure*. Menurut Singh (2019), himpunan terbuka adalah koleksi anggota dari topologi τ pada ruang topologi (X, τ) . Menurut Cohen (2003), himpunan bagian K dari X dikatakan tertutup di (X, τ) jika K^c adalah himpunan terbuka di (X, τ) . *Interior* dari himpunan bagian A dari X adalah gabungan semua himpunan terbuka yang termuat di A dengan notasi $Int(A)$. *Closure* dari himpunan bagian A dari X adalah irisan semua himpunan tertutup yang memuat A dengan notasi $Cl(A)$.

Generalisasi dari definisi ruang topologi bukan suatu penemuan yang baru. Pada tahun 1940-an, Choquet (1948) telah memperkenalkan pra-topologi. Pada tahun 1960-an, Levine mengenali beberapa kelas himpunan yang lebih lemah dari

himpunan-himpunan terbuka standar yang di antaranya adalah α -, semi-, pra-, b- dan himpunan terbuka β (Piekosz, 2013). Tahun 1980-an, Masshour *et. al.* (1983) mendefinisikan ruang topologi supra. Dekade berikutnya Császár memulai studi sistematis dari himpunan-himpunan yang tertutup hanya di bawah himpunan-himpunan sebarang (Császár, 2002). Al-Odhari (2015) memperkenalkan ruang topologi infra yang membahas tentang topologi infra, himpunan terbuka infra, himpunan tertutup infra, dan *interior* infra. Witczak (2021) memperbaiki definisi dan teorema asli dari Al-Odhari yang memiliki ketidaktepatan tertentu dan beberapa kekurangan yang harus diperbaiki.

Penelitian ini berhubungan dengan ruang topologi supra dan infra di mana pada ruang topologi supra, aksioma topologi tentang irisan anggota topologi juga merupakan anggota topologi dikurangi sedangkan pada ruang topologi infra, yang dikurangi adalah aksioma tentang gabungan dua anggota topologi juga merupakan anggota topologi. Pada penelitian ini, dibentuk topologi baru dengan cara mengurangi aksioma tentang $\emptyset$ dan X yang merupakan anggota topologi. Topologi ini disebut dengan topologi *central* karena seolah-olah himpunan terkecil pada topologi yaitu $\emptyset$ dan himpunan terbesar pada topologi yaitu X tidak lagi menjadi anggota topologi sehingga menyisakan himpunan-himpunan yang berada di tengah. Karena $\emptyset$ dan X tidak lagi menjadi anggota topologi, maka menyebabkan beberapa perubahan pada sifat-sifat himpunan di dalamnya terutama pada *interior* dan *closure* sebuah himpunan. Oleh karena itu, penelitian ini dilakukan untuk meneliti perubahan-perubahan di mana pada ruang topologi *central* beberapa himpunan tidak memiliki *interior* atau *closure*.

1.2 Perumusan Masalah

Diberikan ruang topologi (X, τ) , permasalahan dalam penelitian ini adalah bagaimana pengurangan aksioma satu topologi yaitu $\emptyset$ dan $X \neq \emptyset$ merupakan anggota topologi memengaruhi sifat-sifat pada ruang topologi khususnya *interior* dan *closure*.

1.3 Tujuan Penelitian

Diberikan ruang topologi (X, τ) , tujuan dari penelitian ini adalah mengkaji suatu ruang topologi baru di mana $\emptyset$ dan $X \neq \emptyset$ bukan merupakan anggota topologi. Hal-hal yang dikaji dalam penelitian meliputi definisi topologi yang tidak memiliki $\emptyset$ dan $X \neq \emptyset$ sebagai anggota dan beberapa sifat-sifatnya.

1.4 Pembatasan Masalah

Pada penelitian ini dibatasi beberapa hal yaitu, sifat-sifat yang diteliti hanya hubungan himpunan terbuka *central*, hubungan himpunan tertutup *central*, kaitan topologi dan topologi *central*, *interior-central*, dan *closure-central* pada $X \subset \mathbb{R}$ yang diskrit.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat yang dapat diperoleh dari penelitian ini adalah mengenalkan suatu topologi baru dan memperdalam pemahaman tentang ruang topologi baik ruang topologi maupun ruang topologi *central*. Diharapkan dengan adanya penelitian ini dapat menjadi bahan penelitian selanjutnya yang berkaitan dengan ruang topologi *central*.

DAFTAR PUSTAKA

- Adams, C., & Franzosa, R. (2008). Introduction to Topology: Pure and Applied. Pearson Prentice Hall. Upper Saddle River.
- Al-Odhari, A. M. (2015). On Infra Topological Spaces. International Journal of Mathematical Archive EISSN 2229-5046.
- Choquet, G. (1948). Convergences. Annales de l'université de Grenoble. Nouvelle série. Section sciences mathématiques et physiques, Volume 23, pp. 57-112.
- Cohen, G. L. (2003). A Course in Modern Analysis and Its Applications. Cambridge University Press. Cambridge.
- Császár, A. (2002). Generalized Topology, Generalized Continuity. *Acta mathematica hungarica*, 96, 351-357.
- Dugundji, J. (1966). Topology. Allyn & Bacon. Boston.
- Engelking, R. (1989). General Topology. Heldermann. Berlin.
- Freiwald, R. C. (2014). An Introduction to Set Theory and Topology. Washington University. St. Louis.
- Hernadi, J. (2015). Analisis Real Elementer dengan Ilustrasi Grafis dan Numeris. Erlangga. Jakarta.
- Kelley, J. L. (1955). General Topology. D. Van Nostrand Company. Toronto.
- Lipschultz, S. (1965). Schaum's Outline of Theory and Problems of General Topology. McGRAW-HILL. New York.
- Masshour A. S., Allam A. A., Mahmoud F. S., Khedr F. H. (1983). On Supra Topological Spaces. Indian J. Pure Appl. Math.
- Morris, S. A. (2019). Topology Without Tears. University of New England. Sydney.
- Munkres, J. (2014). Topology. Second Edition. Pearson Education Limited. United States of America.
- Piękosz, A. (2013). On Generalized Topological Spaces II. In *Annales Polonici Mathematici* (Vol. 108, pp. 185-214). Instytut Matematyczny Polskiej Akademii Nauk.
- Rodríguez, L. (2015). Frigyes Riesz and the Emergence of General Topology. The Roots of "Topological Space" In Geometry. Arch. Hist. Exact Sci, 69, 55–102.

Singh, T. B. (2019). Introduction to Topology. Springer. Singapore.

Witczak, T. (2022). Infra-Topologies Revisited: Logic and Clarification of Basic Notions. Communications of the Korean Mathematical Society, 37(1), 279-292.