



Lingkar Edukasi
Indonesia

OPERASIONAL APLIKASI QM FOR WINDOW

Dr. Dessy Adriani, S.P., M.Si

OPERASIONAL APLIKASI QM FOR WINDOW

Penulis:

Dr. Dessy Adriani, S.P., M.Si



LINGKAR EDUKASI INDONESIA

OPERASIONAL APLIKASI QM FOR WINDOW

Penulis :

Dr. Dessy Adriani, S.P., M.Si

Editor: Weni Yuliani, S.Si., M.M., C.Ed

Penyunting: Tita Yunia Zalni, S.Pd., M.Pd

Desain Sampul dan Tata Letak: Neza Sartika

Diterbitkan oleh :

Lingkar Edukasi Indonesia

Anggota IKAPI No. 058/SBA/2024

Kolam Janiah, Nagari Kudu Ganting

Kec. V Koto Timur, Kabupaten Padang Pariaman

Email : lingkaredukasiindonesia.id@gmail.com

Website : www.lingkaredukasiindonesia.com

ISBN : 978-634-7252-97-5

Cetakan pertama, Juli 2025

© Hak cipta dilindungi undang-undang.

Dilarang keras memperbanyak, memfotokopi, sebagian atau seluruh isi buku tanpa izin tertulis dari penerbit.

KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadirat Tuhan Yang Maha Esa, atas rahmat dan karunia-Nya, buku yang berjudul *Operasional Aplikasi QM for Windows* ini akhirnya dapat diselesaikan dengan baik. Buku ini disusun sebagai upaya untuk memberikan pemahaman praktis kepada pembaca mengenai penerapan metode-metode riset operasi melalui *software QM for Windows*, yang telah terbukti menjadi alat bantu yang efektif dalam proses pengambilan keputusan berbasis data. Dalam era digital saat ini, kebutuhan akan penguasaan perangkat lunak analisis kuantitatif semakin meningkat, terutama dalam bidang manajemen, industri, ekonomi, dan pendidikan. Oleh karena itu, buku ini hadir untuk menjembatani kesenjangan antara teori dan praktik, dengan menyajikan materi secara sistematis, mudah dipahami, dan langsung dapat diterapkan pada permasalahan nyata.

Penulisan buku ini tentu tidak terlepas dari dukungan, masukan, dan semangat dari berbagai pihak yang telah memberikan kontribusi berharga. Penulis menyadari bahwa buku ini masih memiliki kekurangan, baik dari segi isi maupun penyajiannya. Oleh karena itu, kritik dan saran yang membangun sangat diharapkan demi penyempurnaan edisi selanjutnya. Semoga buku ini dapat memberikan manfaat yang maksimal bagi pembaca, khususnya bagi mereka yang ingin mendalami riset operasi dan penggunaannya secara aplikatif melalui QM for Windows.

Jakarta, Juli 2025

Penulis

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	i
DAFTAR ISI	ii
DAFTAR GAMBAR	iv
DAFTAR TABEL	v
BAB 1 PENGENALAN RISET OPERASIONAL	1
A. Pendahuluan	1
B. Sejarah Perkembangan Riset Operasi	2
C. Langkah dan Tahapan dalam Riset Operasi	3
D. Pengenalan Program <i>QM for Windows</i>	7
BAB 2 LINIER PROGRAMMING	11
A. <i>Linier Programming</i> (Strategi Grafik dan Simplex)	11
B. Pemrograman Linear dengan Strategi Grafik	14
C. Pemrograman Linear dengan Strategi Simpleks	15
D. Cara Penyelesaian Kasus Program Linear dengan Metode Grafik	17
E. Cara Penyelesaian Program Linear dengan Strategi Simpleks	22
BAB 3 STRATEGI TRANSPORTASI	31
A. Definisi Transportasi	31
B. Persoalan Transportasi	35
C. Keseimbangan Transportasi	36
D. Penyelesaian Kasus Menggunakan Bentuk Transportasi	37
BAB 4 STRATEGI PENUGASAN	43
A. Pengenalan Strategi Penugasan	43
B. Contoh Penyelesaian Strategi Penugasan	45
BAB 5 STRATEGI JARINGAN	59

BAB 6 PERSEDIAAN	79
A. Definisi Persediaan.....	79
B. EQQ Klasik atau Sederhana	83
BAB 7 STRATEGI INTEGER.....	99
BAB 8 GOAL PROGRAMMING	107
A. Definisi <i>Goal Programming</i>	107
B. Langkah-Langkah <i>Goal Programming</i>	110
C. Aplikasi <i>Goal Programming</i>	112
BAB 9 PENUTUP.....	123
DAFTAR PUSTAKA	125
BIODATA PENULIS.....	127

DAFTAR GAMBAR

Gambar 1. 1 Tahap-Tahap Umum dalam Riset Operasi	4
Gambar 1. 2 Tampilan Depan <i>QM for Windows</i>	8
Gambar 1. 3 <i>Tip of the day</i>	8
Gambar 2. 1 Hasil Grafik.....	21
Gambar 2. 2 Hasil Solusi Optimal.....	22
Gambar 7. 1 Grafik untuk <i>Integer Solution</i>	100
Gambar 7. 2 Pohon Perentangan.....	105

DAFTAR TABEL

Tabel 2. 1 Fungsi Tujuan dan Alokasi Input untuk Optimalisasi	18
Tabel 2. 2 Simpleks Iterasi 1	23
Tabel 2. 3 Simpleks Iterasi untuk Pemilihan Kolom Kunci	24
Tabel 2. 4 Perubahan Nilai-Nilai Baris Kunci	25
Tabel 2. 5 Perubahan Nilai-Nilai Selain Baris Kunci.....	26
Tabel 2. 6 Perbaikan Lanjutan	27
Tabel 2. 7 Pembentukan Baris Baru	28
Tabel 2. 8 Pembentukan Baris Baru	28
Tabel 3. 1 Kapasitas Pabrik	37
Tabel 3. 2 Kebutuhan Gudang	37
Tabel 3. 3 Biaya Pengangkutan Pabrik	38
Tabel 3. 4 Iterasi 1 Metode <i>North West Corner</i>	38
Tabel 3. 5 Iterasi 1 Metode <i>Stepping Stone</i>	39
Tabel 3. 6 Iterasi 2 Metode <i>Stepping Stone</i>	40
Tabel 3. 7 Iterasi 3 Metode <i>Stepping Stone</i>	40
Tabel 3. 8 Iterasi 4 Metode <i>Stepping Stone</i>	41
Tabel 3. 9 Iterasi 5 Metode <i>Stepping Stone</i>	41
Tabel 3. 10 Iterasi 6 Metode <i>Stepping Stone</i>	42
Tabel 5. 1 Hasil Iterasi Apabila Melalui Titik 3	68
Tabel 5. 2 Titik terakhir untuk Iterasi Melalui Titik 3	68
Tabel 5. 3 Hasil Iterasi Apabila Melalui Titik 4	68
Tabel 5. 4 Jalur Pipa Rute Terpendek dari Pusat PDAM	70
Tabel 5. 5 Hasil Akhir.....	72
Tabel 6. 1 Data Perhitungan EOQ Metode <i>Quantity Discount</i>	94
Tabel 6. 2 Data Pengadaan Obat.....	96
Tabel 6. 3 Solusi Penggunaan Obat Berdasarkan Kategori	97

Tabel 7. 1 Maksimisasi Model dan Ketersediaan Sumberdaya	99
Tabel 7. 2 Perkiraan Keuntungan dengan Perhitungan Manual	101
Tabel 7. 3 Metode <i>Branch and Bound</i>	102
Tabel 7. 4 Model Optimasi Awal dengan <i>Linier</i> <i>Programming</i>	102
Tabel 7. 5 Iterasi 1	103
Tabel 7. 6 Iterasi 2	104
Tabel 7. 7 Iterasi 3	104
Tabel 7. 8 Iterasi Optimal.....	105

BAB 1

Pengenalan Riset Operasional

A. Pendahuluan

Riset Operasi atau *Operation Research* merupakan salah satu metode atau teknik yang dapat digunakan untuk pengambilan keputusan yang optimal dengan berbagai kondisi dan keterbatasan yang dihadapi. Metode pengambilan keputusan dengan teknik Riset Operasi ini tidak hanya dapat digunakan dalam suatu lingkungan yang terbatas (mikro), tetapi dapat juga digunakan pada level makro.

Menurut *Operatioan Research Society of Great Britain*, (dalam Andi Wijaya, Ed.3.2013:2) riset operasi ialah penerapan metode-metode ilmiah dalam masalah yang kompleks dan suatu pengelolaan system manajemen yang besar, baik yang menyangkut manusia, mesin, bahan, dan uang dalam industri, bisnis, pemerintahan, dan pertahanan. Pendekatan ini menggabungkan dan menerapkan metode ilmiah yang sangat kompleks dalam suatu pengelolaan manajemen dengan menggunakan factor-faktor produksi yang ada dan digunakan secara efisien dan efektif untuk membantu pengambilan keputusan dalam kebijakan perusahaan.

Definisi lain menurut *Operational Research Society of America* (ORSA), riset operasi adalah berkaitan dengan pengambilan keputusan secara ilmiah dan bagaimana membuat suatu model yang baik dalam merancang dan menjalankan system yang melalui aplikasi sumber daya

yang terbatas. Inti dari beberapa kesimpulan diatas adalah bagaimana proses pengambilan keputusan yang optimal dengan menggunakan alat analisis yang ada dan adanya keterbatasan sumber daya.

Morse dan Kimball mendefinisikan riset operasi sebagai metode ilmiah (*scientific method*) yang memungkinkan para manajer mengambil keputusan mengenai kegiatan yang mereka tangani dengan dasar kuantitatif. Definisi ini kurang tegas karena tidak tercermin perbedaan antara riset operasi dengan disiplin ilmu yang lain, internet

B. Sejarah Perkembangan Riset Operasi

Asal muasal dari riset operasi tidak terlepas dari adanya perang dunia II. Melalui perang adanya suatu kebutuhan, yaitu bagaimana mengalokasikan sumber-sumber yang terbatas kepada berbagai setiap elemen operasi militer dalam kegiatan-kegiatannya secara efektif. Oleh karena itu para pimpinan perang meminta saran kepada sejumlah ahli sains untuk menerapkan pendekatan ilmiah dalam menghadapi permasalahan dan bagaimana upaya pemecahannya secara strategis.

Pada tahun 1939, G.A. Robert dan E.C. Wiliam mengembangkan pertama kali system komunikasi untuk angkatan udara Inggris. Pada tahun 1940, riset operasi digunakan oleh Mc Closky dan Trefthen dari Inggris. Mereka mendapat tugas untuk menemukan suatu alat baru agar dapat mendeteksi kegitan musuh. Mulai saat itu ditemukan suatu alat yang dapat melakukan pendeteksian, yaitu radar. Langkah selanjutnya mereka melakukan penelitian-penelitian lebih lanjut pada bidang operasi militer. Setelah Amerika Serikat terlibat dalam perang

dunia, pada tahun 1942-1943, dibentuk divisi riset analisis. Divisi ini mengevaluasi setiap kegiatan-kegiatan operasi dari setiap angkatan.

Setelah perang dunia, keberhasilan dibidang militer menarik perhatian bagi dunia non-militer, khususnya para industriawan. Mereka memperdalam teknik-teknik yang ada untuk kegiatan operasional perusahaannya. Secara lebih khusus banyak permasalahan terselesaikan dengan menggunakan model riset operasi, antara lain penggunaan linier programming untuk penyelesaian permasalahan yang berkendala, penerapan teori antrian, teori persediaan, teori permainan, program simulasi.

C. Langkah dan Tahapan dalam Riset Operasi

Model merupakan suatu penyederhanaan dari permasalahan yang kompleks menjadi lebih sederhana. Terdapat beberapa klasifikasi model dalam riset operasi, diantaranya:

1. Model iconic (*Psychical*)

Model ini merupakan suatu model yang bentuk penyajiannya berupa fisik dari apa yang ada, misalnya buku, meja, dan lain-lain. Model ini dapat diamati, diraba, dijelaskan, akan tetapi sulit untuk dimanipulasi.

2. Model analog

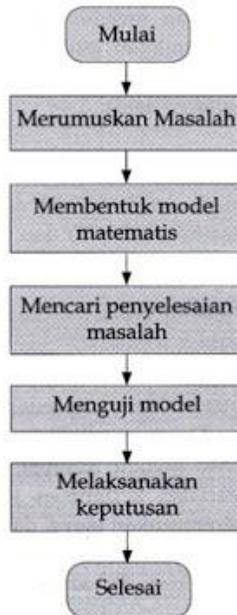
Model ini memiliki kelebihan dari model sebelumnya, dalam model ini suatu kondisi dapat dianalogikan melalui ciri-ciri yang ada, misalnya pada jam dinding yang menunjukkan jarum jam yang paling pendek menandakan waktu jam, yang lebih panjang menunjukkan menit, dan yang bergerak setiap detik menunjukkan detik.

3. Model matematik

Model ini menggunakan simbol-simbol matematika dalam penggunaannya. Terdapat dua model matematik, yaitu model deterministik (membahas untuk situasi yang pasti, misalnya $2+2=4$) dan probablistik (membahas untuk situasi yang tidak pasti, misalnya apakah hari ini akan hujan?)

Tahap-tahap umum dalam riset operasi

Tahap dalam riset operasi



Gambar 1. 1 Tahap-Tahap Umum dalam Riset Operasi

Alur kerangka yang dibahas umumnya seperti yang tertera diatas, dengan pejelasanannya sebagai berikut:

1. Bagian pertama : model matematik

Bagian ini terdiri dari linier programming yang terdiri dari :

a. Metode grafik

Pemecahan masalah dengan melibatkan dua variabel keputusan, dimana penyelesaian masalah dilakukan menggunakan pendekatan grafik.

b. Metode simpleks

Pemecahan masalah dengan melibatkan dua atau lebih variabel keputusan dengan menggunakan table simpleks. Pengerjaan kasus dengan menggunakan metode simpleks digunakan untuk kasus normal dan menyimpang (teknik M), disamping itu juga terdapat teori dualitas dan analisis sensitivitas (*sensitivity analysis*).

c. Metode transportasi

Bagian ini membahas dua pendekatan, yaitu solusi awal dan solusi optimal. Terdapat dua solusi dalam metode transportasi, yaitu :

a) Solusi awal, yang terdiri dari metode :

- Sudut barat laut (*north west corner rules/NWCR*);
- Biaya terendah (*least cost*);
- Vogel Approximation (*VAM*).

b) Solusi optimal, yang terdiri dari metode :

- Batu loncatan (*stepping stone*);
- MODI (*modified distribution*).

d. Metode penugasan

Metode ini membahas kasus maksimasi dan minimasi. Kasus maksimasi menganalisis masalah-masalah dalam mencari hasil maksimum, misalnya laba, penerimaan, dan lain-lain. Kasus minimasi menganalisis masalah-masalah untuk mencari hasil minimum, misalnya biaya, dan lain-lain.

2. Bagian kedua : model operasi

Bagian ini membahas (1) analisis jaringan kerja, yang menganalisis pemecahan masalah menggunakan pendekatan probabilistic, sedangkan CPM membahas bagaimana manajemen mengambil suatu keputusan dengan memperhatikan waktu dan biaya, (2) Metode Integer, Metode Persediaan

3. Bagian ketiga : model probabilitas

Bagian ini terdapat materi teori keputusan yang meliputi :

- a. Keputusan tanpa probabilitas (*decision without probability*);
- b. Keputusan dengan probabilitas (*decision with probability*);
- c. Pohon keputusan (*prior and posterior probability*)

4. Bagian keempat : topik khusus

Topik khusus ini membahas Goal Programming yang merupakan perluasan dari linier programing untuk persoalan optimalisasi dengan tujuan ganda.

D. Pengenalan Program *QM for Windows*

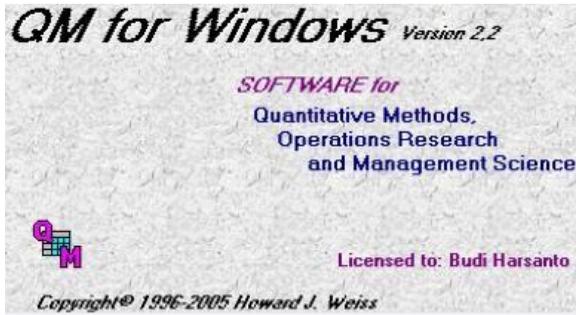
Program QM for Windows merupakan paket program komputer untuk menyelesaikan persoalan-persoalan metode kuantitatif, manajemen sains atau riset operasi. *QM for Windows* merupakan gabungan dari program terdahulu DS dan *POM for Windows*, jadi jika dibandingkan dengan program *POM for Windows* modul-modul yang tersedia di *QM for Windows* lebih banyak. Namun ada modul-modul yang hanya tersedia di program *POM for Windows*, atau hanya tersedia di program DS for Windows dan tidak tersedia di *QM for Windows*. *QM for Windows* menyediakan modul-modul dalam area pengambilan keputusan bisnis. Modul yang tersedia pada *QM for Windows* adalah:

- a. *Assignment*
- b. *Breakeven/Cost-Volume Analysis*
- c. *Decision Analysis*
- d. *Forecasting*
- e. *Game Theory*
- f. *Goal Programming*
- g. *Integer Programming*
- h. *Inventory*
- i. *Linear Programming*
- j. *Markov Analysis*
- k. *Material Requirements Planning*
- l. *Mixed Integer Programming*
- m. *Networks*
- n. *Project Management (PERT/CPM)*
- o. *Quality Control*
- p. *Simulation*
- q. *Statistics*
- r. *Transportation*
- s. *Waiting Lines*

Berikut prosedur pengoperasian *QM for Windows*:

1. Memulai *QM for Windows*

Buka aplikasi *.M for Windows*, maka akan muncul tampilan berikut, tunggu hingga proses loading selesai



Gambar 1. 2 Tampilan Depan *QM for Windows*

2. Kemudian akan muncul jendela *Tip of the day*, bila ingin segera memulai program, anda dapat klik OK. Bila sudah sering menggunakan program ini dan merasa tidak perlu membaca *Tips of the day*, maka dapat menghilangkan tanda centang pada *show tip at startup*, kemudian klik OK.



Gambar 1. 3 *Tip of the day*

3. Pilih penyelesaian permasalahan dalam jendela "Module"

BAB 2

LINIER PROGRAMMING

A. *Linier Programming* (Strategi Grafik dan Simplex)

Linear Programming (LP) adalah suatu metode programasi yang variabelnya disusun dengan persamaan linier. Oleh berbagai analist, maka LP diterjemahkan ke dalam Bahasa Indonesia menjadi “programasi linier”, “pemrograman garis lurus”, “programasi garis lurus” atau lainnya. Sebagai alat kuantitatif untuk melakuakn pemrograman, maka metode LP juga ada kelebihan dan kelemahannya.

Pemrograman linear (*linear programming*) merupakan suatu teknik pengambilan keputusan untuk memecahkan masalah mengalokasikan berbagai sumber daya yang terbatas diantara berbagai kepentingan seoptimal mungkin. Teknik ini memformulasikan masalah ke dalam dua fungsi utama, yaitu fungsi tujuan dan fungsi kendala. Fungsi tujuan menunjukkan model matematika dari tujuan permasalahan, sedangkan fungsi kendala berisikan persamaan matematika atas berbagai kendala yang ada dalam mencapai tujuan permasalahan. Teknik ini telah diterapkan secara luas pada berbagai persoalan dalam perusahaan, misalnya untuki menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan penugasan karyawan, penggunaan mesin, distribusi dan pengangkutan, penentuan kapasitas produk, ataupun dalam penentuan portofolio investasi (Nachrowi, 2005).

Linier Programming adalah suatu cara untuk menyelesaikan persoalan pengalokasian sumber-sumber yang terbatas diantara beberapa aktivitas yang bersaing, dengan cara yang terbaik yang mungkin dilakukan. Program linier ini menggunakan model matematis untuk menjelaskan persoalan yang dihadapinya. Sifat "*linier*" disini member arti bahwa seluruh fungsi matematis dalam model ini merupakan fungsi yang linier (tidak ada yang memiliki sifat kuadratik), sedangkan kata 'programa' merupakan sinonim untuk perencanaan. Dengan demikian program linier adalah perencanaan aktivitas-aktivitas untuk memperoleh suatu hasil yang optimum, yaitu suatu hasil yang mencapai tujuan terbaik di antara alternative yang fisibel (Tampubolon, 2004).

Menurut Herjanto (2008), dalam pemrograman linear (LP), dikenal 2 fungsi dalam penyelesaian masalah yang hendak dianalisa, antara lain:

1. Fungsi tujuan merupakan suatu persamaan fungsi linear dari variable tujuan, misalkan pendapatan, keuntungan, atau biaya. Dalam fungsi tujuan harus dijelaskan apakah akan memaksimalkan atau meminimalkan fungsi variabel. Variabel seperti keuntungan, produksi, dan penjualan, bertujuan untuk dimaksimalkan, sedangkan variable seperti biaya dan risiko bertujuan untuk diminimalkan.
2. Fungsi batasan menggambarkan batasan yang dihadapi dalam mencapai tujuan. Fungsi batasan biasanya terdiri dari beberapa persamaan yang masing-masing berkorelasi dengan sumberdaya tertentu. Menurut Herjanto (2009), dalam pembuatan model pemrograman linear harus diusahakan untuk diusahakan untuk memenuhi Kriteria sebagai berikut:

- a. Tujuan yang akan dicapai dinyatakan dalam bentuk fungsi linear, disebut fungsi tujuan.
- b. Sumber-sumber tersedia dalam jumlah terbatas, dan pembatasan harus dinyatakan dalam bentuk ketidaksamaan yang linear.
- c. Harus ada alternative pemecahan yaitu solusi/pemecahan yang memenuhi semua batasan/kendala.

Pemecahan masalah dalam pemrograman linear dapat menggunakan beberapa teknik, antara lain cara aljabar, cara grafik, ataupun metode simpleks. Cara aljabar merupakan teknik yang paling sederhana tetapi kurang efisien, terutama apabila jumlah batasan cukup banyak. Cara aljabar mencari penyelesaian dengan pendekatan trial and error untuk mendapatkan hasil yang optimal. Cara grafik juga cukup sederhana tetapi hanya dapat digunakan untuk permasalahan yang memiliki dua variabel saja, yaitu dalam bentuk grafik dua dimensi. Jika grafiknya lebih dari dua dimensi (variabel), dapat dibayangkan kesulitan yang dialami analis dalam mencari titik penyelesaian yang optimal (Herjanto, 2009:46).

Pemrograman linier (LP) menggunakan metode matematis untuk menggambarkan masalah yang hendak dianalisa. Pada dasarnya, model pemrograman linier dinyatakan dalam bentuk fungsi tujuan dan fungsi batasan (kendala, *constrain*). Fungsi tujuan merupakan suatu perencanaan fungsi linier dari variabel tujuan, misalkan pendapatan, keuntungan, atau biaya. Dalam fungsi tujuan juga harus dijelaskan apakah tujuannya memaksimalkan atau meminimalkan variabel. Variabel seperti keuntungan, produksi, dan penjualan, bertujuan untuk dimaksimalkan; sedangkan variabel seperti biaya dan resiko bertujuan untuk diminimalkan. Fungsi batasan menggambarkan

batasan yang dihadapi dalam mencapai tujuan. Fungsi batasan biasanya terdiri dari beberapa persamaan yang masing-masing berkorelasi dengan sumber daya yang berkaitan (Herjanto, 2009:47).

B. Pemrograman Linear dengan Strategi Grafik

Metode grafik adalah suatu metode yang ada dalam linear programming yang digunakan untuk memecahkan persoalan yang mengandung dua permasalahan. Prosedur umumnya adalah untuk mengubah suatu deskriptif kedalam bentuk masalah linear programming dengan menentukan variabel, konstanta, fungsi objektif dan batasan kendala. Metode grafik hanya bisa digunakan untuk menyelesaikan permasalahan dimana hanya terdapat dua variabel keputusan. Untuk menyelesaikan permasalahan tersebut. Metode grafik adalah satu cara yang dapat digunakan untuk memecahkan masalah optimalisasi dalam programasi linier. Keterbatasan metode ini adalah variabel yang bisa digunakan terbatas (hanya dua), penggunaan 3 variabel akan sangat sulit dilakukan. Dua macam fungsi Program Linear:

- a. Fungsi tujuan : mengarahkan analisa untuk mendeteksi tujuan perumusan masalah.
- b. Fungsi kendala: untuk mengetahui sumber daya yang tersedia dan permintaan atas sumber daya tersebut.

Langkah-langkah penyelesaian dengan metode grafik:

- a. Buatlah model matematika / kendala.
- b. Tentukan fungsi sasaran (Z).
- c. Menyelesaikan fungsi pertidaksamaan :

- Jadikan setiap kendala menjadi bentuk persamaan;
- Buat grafik untuk setiap kendala dan kemudian tentukan daerah penyelesaian atau HP;
- Setelah grafik dibuat, kemudian tentukan himpunan penyelesaian (HP);
- Setelah itu, kita menentukan titik-titik terluar yang terdapat didalam grafik tersebut;
- Setelah titik-titik terluar ditentukan, Uji titik-titik terluarnya untuk menentukan nilai maksimumnya.

C. Pemrograman Linear dengan Strategi Simpleks

Metode simpleks adalah salah satu metode yang ada dalam *linear programming* yang digunakan untuk memecahkan persoalan yang mengandung tiga permasalahan atau lebih dan didasarkan pada proses perhitungan ulang supaya mendapat hasil yang optimal. Tahap paling awal yang diperhatikan dalam metode simpleks ini adalah tiga tahap yang dilakukan pada *linear programming* yaitu:

1. Masalah harus dapat diidentifikasi sebagai sesuatu yang dapat diselesaikan dengan *linear programming*.
2. Masalah yang tidak terstruktur harus dapat dirumuskan dalam model matematika, sehingga menjadi terstruktur.
3. Model harus diselesaikan dengan teknik matematika yang dibuat

Ciri khas metode simpleks ialah dengan memasukkan kegiatan disposal (*disposal activities*). Peranan kegiatan disposal ini adalah untuk menampung sumber daya yang

tersisa atau tidak digunakan. Dengan adanya kegiatan disposal ini kita dapat membuat ketidaksamaan suatu rumusan matematika menjadi suatu persamaan. Metode simpleks hanya diperkenankan nilai positif dari peubah-peubah X_j . Lakukanlah langkah dibawah ini untuk metode simpleks :

1. Rumuskan persoalan PL ke dalam model umum PL (fungsi tujuan dan fungsi pembatas).
2. Merubah model umum PL menjadi model simpleks:
 - a. Fungsi Pembatas: tambahkan slack variabel dan/atau surplus variabel, dan/atau variabel buatan (*artifisial var*).
 - b. Fungsi tujuan : Rubahlah bentuk fungsi tujuan implisit menjadi persamaan bentuk eksplisit. Tambahkan/kurangi dengan slack var, surplus var dan/atau variabel buatan yang bernilai nol.
3. Formulasikan ke dalam Tabel Simpleks.
4. Lakukan langkah-langkah penyelesaian:
 - ✓ Langkah 1: Mengubah fungsi tujuan dan batasan-batasan
 - ✓ Langkah 2: Menyusun persamaan-persamaan di dalam table
 - ✓ Langkah 3: Memilih kolom kunci
Kolom kunci adalah kolom yang merupakan dasar untuk mengubah tabel simpleks. Pilihlah kolom yang mempunyai nilai pada garis fungsi tujuan yang bernilai negatif dengan angka terbesar.
 - ✓ Langkah 4: Memilih baris kunci
Baris kunci adalah baris yang merupakan dasar untuk mengubah tabel simpleks, dengan cara

mencari indeks tiap-tiap baris dengan membagi nilai-nilai pada kolom NK dengan nilai yang sebaris pada kolom kunci. Pilih baris yang mempunyai indeks positif dengan angka terkecil. Dalam hal ini batasan ke-2 yang terpilih sebagai baris kunci. Beri tanda segi empat pada baris kunci. Nilai yang masuk dalam kolom kunci dan juga masuk dalam baris kunci disebut angka kunci.

- ✓ Langkah 5: Mengubah nilai-nilai baris kunci. Nilai baris kunci diubah dengan cara membaginya dengan angka kunci
- ✓ Langkah 6: Mengubah nilai-nilai selain pada baris kunci
- ✓ Langkah 7: Melanjutkan perbaikan Ulangilah langkah-langkah perbaikan mulai langkah 3 sampai langkah ke-6 untuk memperbaiki tabel-tabel yang telah diubah/diperbaiki nilainya. Perubahan baru berhenti setelah pada baris pertama (fungsi tujuan) tidak ada yang bernilai negatif.

D. Cara Penyelesaian Kasus Program Linear dengan Metode Grafik

Pada pembahasan kasus program linier menggunakan metode grafik ini perusahaan yang akan diambil sebagai contoh adalah perusahaan Krisna Furniture yang akan membuat meja dan kursi. Keuntungan yang diperoleh dari satu unit meja adalah \$7,- sedang keuntungan yang diperoleh dari satu unit kursi adalah \$5,-. Namun untuk meraih keuntungan tersebut Krisna Furniture menghadapi kendala keterbatasan jam kerja. Untuk pembuatan 1 unit meja dia memerlukan 4 jam kerja. Untuk pembuatan 1 unit

kursi dia membutuhkan 3 jam kerja. Untuk pengecatan 1 unit meja dibutuhkan 2 jam kerja, dan untuk pengecatan 1 unit kursi dibutuhkan 1 jam kerja. Jumlah jam kerja yang tersedia untuk pembuatan meja dan kursi adalah 240 jam per minggu sedangkan jumlah jam kerja untuk pengecatan adalah 100 jam per minggu. Berapa jumlah meja dan kursi yang sebaiknya diproduksi agar keuntungan perusahaan maksimum?

Penyelesaian:

1. Variabel Keputusan

Produk yang akan dihasilkan Perusahaan Krisna Furniture adalah meja dan kursi. Dalam rangka memaksimalkan profit, perusahaan harus memutuskan berapa jumlah meja dan kursi yang sebaiknya diproduksi. Dengan demikian dalam kasus ini, yang merupakan variabel keputusan adalah meja (X1) dan kursi (X2).

2. Fungsi Tujuan

$$\text{Maksimum } Z = 7X_1 + 5X_2$$

3. Fungsi Kendala

Tabel 2. 1 Fungsi Tujuan dan Alokasi Input untuk Optimalisasi

	Jam kerja untuk membuat 1 unit produk		Total waktu tersedia per minggu
	Meja	Kursi	
Pembuatan	4	3	240
Pengecatan	2	1	100
Fungsi Tujuan	7	5	

$$4X_1 + 3X_2 \leq 240$$

$$2X_1 + X_2 \leq 100$$

Langkah pertama dalam penyelesaian dengan metode grafik adalah menggambarkan fungsi kendalanya. Untuk menggambarkan kendala pertama secara grafik, kita harus merubah tanda pertidaksamaan menjadi tanda persamaan seperti berikut:

Kendala I: $4 X_1 + 3 X_2 = 240$

memotong sumbu X_1 pada saat $X_2 = 0$

$$4 X_1 + 0 = 240$$

$$X_1 = 240 / 4$$

$$X_1 = 60.$$

memotong sumbu X_2 pada saat $X_1 = 0$

$$0 + 3 X_2 = 240$$

$$X_2 = 240/3$$

$$X_2 = 80$$

Kendala I memotong sumbu X_1 pada titik (60, 0) dan memotong sumbu X_2 pada titik (0, 80).

Kendala II : $2 X_1 + 1 X_2 = 100$

memotong sumbu X_1 pada saat $X_2 = 0$

$$2 X_1 + 0 = 100$$

$$X_1 = 100/2$$

$$X_1 = 50$$

memotong sumbu X_2 pada saat $X_1 = 0$

$$0 + X_2 = 100$$

$$X_2 = 100$$

Kendala II memotong sumbu X_1 pada titik (50, 0) dan memotong sumbu X_2 pada titik (0, 100).

Titik potong kedua kendala bisa dicari dengan cara substitusi atau eliminasi

$$2 X_1 + 1 X_2 = 100 \quad \rightarrow \quad X_2 = 100 - 2 X_1$$

$$4 X_1 + 3 X_2 = 240 \quad X_2 = 100 - 2 X_1$$

$$4 X_1 + 3 (100 - 2 X_1) = 240 \quad X_2 = 100 - 2 * 30$$

$$4 X_1 + 300 - 6 X_1 = 240 \quad X_2 = 100 - 60$$

$$- 2 X_1 = 240 - 300 \quad X_2 = 40$$

$$- 2 X_1 = - 60 \quad X_1 = -60/-2 = 30.$$

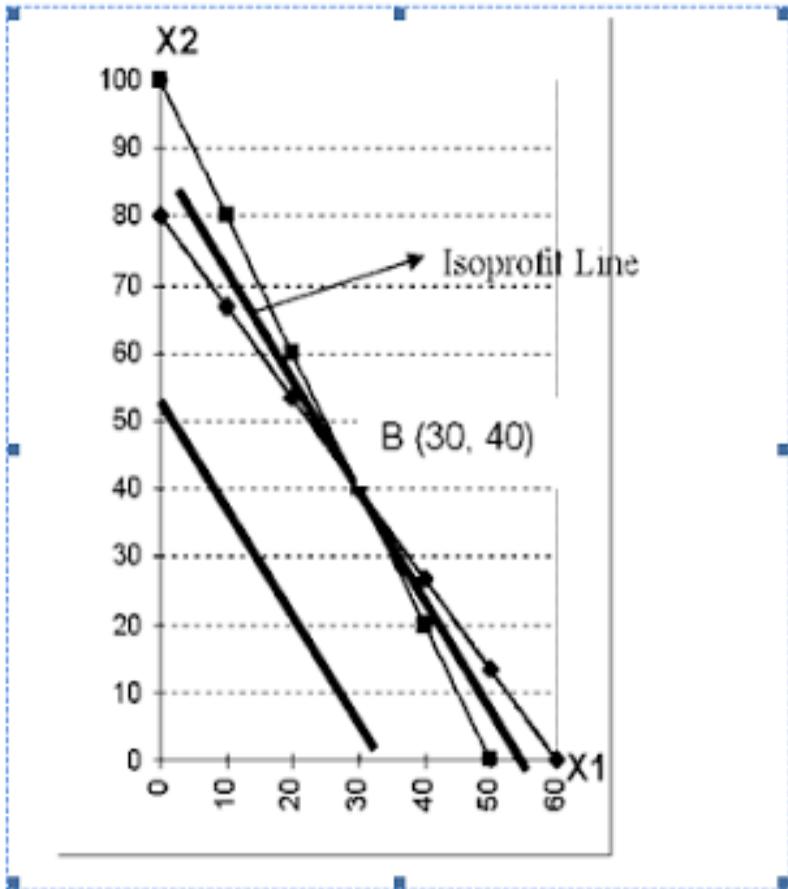
Sehingga kedua kendala akan saling berpotongan pada titik (30, 40).

Tanda \leq pada kedua kendala ditunjukkan pada area sebelah kiri dari garis kendala. *Feasible region* (area layak) meliputi daerah sebelah kiri dari titik A (0; 80), B (30; 40), dan C (60; 0). Untuk menentukan solusi yang optimal, ada dua cara yang bisa digunakan yaitu

- Dengan menggunakan garis profit (*iso profit line*)
- Dengan titik sudut (*corner point*)

Penyelesaian dengan menggunakan garis profit adalah penyelesaian dengan menggambarkan fungsi tujuan. Kemudian fungsi tujuan tersebut digeser ke kanan sampai menyinggung titik terjauh dari titik nol, tetapi masih berada pada area layak (*feasible region*). Untuk menggambarkan garis profit, kita mengganti nilai Z dengan sembarang nilai yang mudah dibagi oleh koefisien pada fungsi profit. Pada kasus ini angka yang mudah dibagi angka 7 (koefisien X_1) dan 5 (koefisien X_2) adalah 35.

Sehingga fungsi tujuan menjadi $35 = 7 X_1 + 5 X_2$. Garis ini akan memotong sumbu X_1 pada titik $(5, 0)$ dan memotong sumbu X_2 pada titik $(0, 7)$.



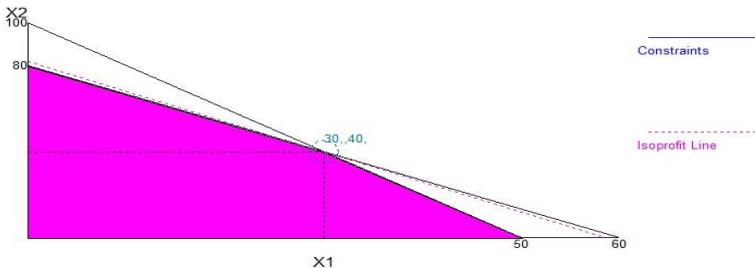
Gambar 2. 1 Hasil Grafik

Penyelesaian dengan menggunakan titik sudut (*corner point*) artinya kita harus mencari nilai tertinggi dari titik-titik yang berada pada area layak (*feasible region*). Dari Gambar 2.1. dapat dilihat bahwa ada 4 titik yang

membatasi area layak, yaitu titik O (0, 0), A (0, 80), B (30, 40), dan C (50, 0).

- Keuntungan pada titik O (0, 0) adalah $(7 \times 0) + (5 \times 0) = 0$.
- Keuntungan pada titik A (0; 80) adalah $(7 \times 0) + (5 \times 80) = 400$.
- Keuntungan pada titik B (30; 40) adalah $(7 \times 30) + (5 \times 40) = 410$.
- Keuntungan pada titik C (50; 0) adalah $(7 \times 50) + (5 \times 0) = 350$.

Karena keuntungan tertinggi jatuh pada titik B, maka sebaiknya perusahaan memproduksi meja sebanyak 30 unit dan kursi sebanyak 40 unit, dan perusahaan memperoleh keuntungan optimal sebesar 410.



Gambar 2. 2 Hasil Solusi Optimal

E. Cara Penyelesaian Program Linear dengan Strategi Simpleks

Kasus : Perusahaan Krisna Furniture

Perusahaan ini akan membuat 2 macam jenis kursi. Yang pertama kursi plastik, dan yang kedua kayu . Diperlukan 3 macam mesin. Mesin 1 membuat pencetak kursi plastik,

mesin 2 membuat ukiran kayu, dan mesin 3 membuat bagian bawah meja dan melakukan assembling bagian atas.

Setiap satu paket meja kualitas plastik mula-mula dikerjakan di mesin 1 selama 2 jam, kemudian tanpa melalui mesin 2 terus dikerjakan di mesin 3 selama 6 jam sedang untuk kursi kualitas kayu tidak diproses di mesin 1, tetapi pertama kali dikerjakan di mesin 2 selama 3 jam kemudian di mesin 3 selama 5 jam. Jam kerja maksimum setiap hari mesin 1 adalah 8 jam, mesin 2 adalah 15 jam, dan mesin 3 adalah 30 jam.

Sumbangan terhadap laba unit kursi plastik = Rp 30.000,00

sedang untuk kursi kayu = Rp 50.000,00. Masalahnya adalah menentukan berapa banyak sebaiknya kursi plastik dan kayu yang dibuat agar bisa memaksimalkan laba. Tabel datanya bisa dilihat dibawah ini :

Tabel 2. 2 Simpleks Iterasi 1

Mesin	Merek	$I_1 (X_1)$	$I_2 (X_2)$	Kapasitas Maksimum
1		2	0	8
2		0	3	15
3		6	5	30
Sumbangan laba		3	5	

Penyelesaian :

- Maksimumkan $Z = 3X_1 + 5X_2$
- Batasan (constrain)
 - (1) $2X_1 \leq 8$
 - (2) $3X_2 \leq 15$
 - (3) $6X_1 + 5X_2 \leq 30$

Langkah-langkah metode simpleks

Langkah1: Mengubah fungsi tujuan dan batasan-batasan

Fungsi tujuan

$$Z = 3X_1 + 5X_2 \text{ diubah menjadi } Z - 3X_1 - 5X_2 = 0$$

Fungsi batasan (diubah menjadi kesamaan & di + slack variabel)

$$(1) 2X_1 \leq 8 \text{ menjadi } 2X_1 + X_3 = 8$$

$$(2) 3X_2 \leq 15 \text{ menjadi } 3X_2 + X_4 = 15$$

$$(3) 6X_1 + 5X_2 \leq 30 \text{ menjadi } 6X_1 + 5X_2 + X_5 = 30$$

$$Z = 3X_1 + 5X_2 \text{ diubah menjadi } Z - 3X_1 - 5X_2 = 0.$$

$$(1) 2X_1 \leq 8 \text{ menjadi } 2X_1 + X_3 = 8$$

$$(2) 3X_2 \leq 15 \text{ menjadi } 3X_2 + X_4 = 15$$

$$(3) 6X_1 + 5X_2 \leq 30 \text{ menjadi } 6X_1 + 5X_2 + X_5 = 30$$

Langkah 2: Menyusun persamaan-persamaan di dalam tabel 2.3.

Tabel simpleks yang pertama :

Tabel 2. 3 Simpleks Iterasi untuk Pemilihan Kolom Kunci

Variabel Dasar	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	NK
Z	-3	-5	0	0	0	0
X_3	2	0	1	0	0	8
X_4	0	3	0	1	0	15
X_5	6	5	0	0	1	30

Langkah 3: Memilih kolom kunci

Tabel simpleks: pemilihan kolom kunci pada tabel pertama:

Tabel 2. 4 Perubahan Nilai-Nilai Baris Kunci

Variabel Dasar	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	NK	Keterangan (Indeks)
Z	1	-3	-5	0	0	0	0	
X_3	0	2	0	1	0	0	8	
X_4	0	0	3	0	1	0	15	
X_5	0	6	5	0	0	1	30	

Langkah 4: Memilih baris kunci

1) Baris kunci adalah baris yang merupakan dasar untuk mengubah tabel simplek, dengan cara mencari indeks tiap-tiap baris dengan membagi nilai-nilai pada kolom NK dengan nilai yang sebaris pada kolom kunci.

2) Indeks = (Nilai Kolom NK) / (Nilai kolom kunci)

Untuk baris batasan 1 besarnya indeks = $8/0 = \sim$, baris batasan 2 = $15/3 = 5$, dan baris batasan 3 = $30/5 = 6$. Pilih baris yang mempunyai indeks positif dengan angka terkecil. Dalam hal ini batasan ke-2 yang terpilih sebagai baris kunci. Beri tanda segi empat pada baris kunci. Nilai yang masuk dalam kolom kunci dan juga masuk dalam baris kunci disebut angka kunci.

Langkah 5: Mengubah nilai-nilai baris kunci

Tabel 2. 5 Perubahan Nilai-Nilai Selain Baris Kunci

Variabel Dasar	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	NK	Keterangan (Indeks)
Z	-3	-5	0	0	0	0	
X ₃	2	0	1	0	0	8	8/0 = ∞
X ₄	0	3	0	1	0	15	15/3 = 5
X ₅	6	5	0	0	1	30	30/5 = 6
Z							
X ₃							
X ₂	0	1	0	1/3	0	15/3	
X ₅							

0/3
 3/3
 0/3
 1/3
 0/3
 15/3

Nilai baris kunci diubah dengan cara membaginya dengan angka kunci, seperti tabel 3. bagian bawah ($0/3 = 0$; $3/3 = 1$; $0/3 = 0$; $1/3 = 1/3$; $0/3 = 0$; $15/3 = 5$). Gantilah variabel dasar pada baris itu dengan variabel yang terdapat di bagian atas kolom kunci (X₂).

Langkah 6: Mengubah nilai-nilai selain pada baris kunci

Rumus:

$$\text{Baris baru} = \text{baris lama} - (\text{koefisien pada kolom kunci}) \times \text{nilai baru baris kunci}$$

Tabel 2. 6 Perbaikan Lanjutan

Baris baru = baris lama – (koefisien pada kolom kunci) x nilai baru baris kunci

Baris pertama (Z)

Nilai baru	=								

Baris ke-2 (batasan 1)

Nilai baru	=								

Baris ke-4 (batasan 3)

Nilai baru	=								

Tabel pertama nilai lama dan tabel kedua nilai baru

Variabel Dasar	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	NK
Z	-3	-5	0	0	0	0
X ₃	2	0	1	0	0	8
X ₄	0	3	0	1	0	15
X ₅	6	5	0	0	1	30
Z	-3	0	0	5/3	0	25
X ₃	2	0	1	0	0	8
X ₂	0	1	0	1/3	0	5
X ₅	6	0	0	-5/3	1	5

Langkah 7: Melanjutkan perbaikan

Ulangilah langkah-langkah perbaikan mulai langkah 3 sampai langkah ke-6 untuk memperbaiki tabel-tabel yang

telah diubah/diperbaiki nilainya. Perubahan baru berhenti setelah pada baris pertama (fungsi tujuan) tidak ada yang bernilai negatif.

Tabel 2. 7 Pembentukan Baris Baru

Variabel Dasar	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	NK	Keterangan (Indeks)
Z	-3	0	0	5/3	0	25	
X_3	2	0	1	0	0	8	$= 8/2 = 4$
X_4	0	1	0	1/3	0	5	
X_5	6	0	0	-5/3	1	5	$= 5/6$ (minimum)
Z							
X_3							
X_2							
X_1	6/6	0	0	-5/18	1/6	5/6	

6/6
 0/6
 0/6
 (-5/3)/6
 1/6
 5/6

Nilai baru

Baris ke-1

Tabel 2. 8 Pembentukan Baris Baru

		[-3	0	0	5/3	0,	25]	
	(-3)	[1	0	0	-5/18	1/6,	5/6]	(-)
Nilai baru	=	[0	0	0	5/6	1/2,	27 1/2]	

Baris ke-2 (batasan 1)

		[2	0	1	0	0,	8]	
	(2)	[1	0	0	-5/18	1/6,	5/6]	(-)
Nilai baru	=	0	0	1	5/9	-1/3,	6 1/3]	

Baris ke-3 tidak berubah karena nilai pada kolom kunci = 0

		[0	1	0	1/3	0,	5]	
	(0)	[1	0	0	-5/18	1/6,	5/6]	(-)
Nilai baru	=	0	1	0	1/3	0,	5]	

OPERASIONAL APLIKASI QM FOR WINDOW

Variabel Dasar	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	NK
Z	0	0	0	$5/6$	$1/2$	$27\frac{1}{2}$
X_3	0	0	1	$5/9$	$-1/3$	$6\frac{1}{3}$
X_2	0	1	0	$1/3$	0	5
X_1	1	0	0	$-5/18$	$1/6$	$5/6$

BAB 3

STRATEGI TRANSPORTASI

A. Definisi Transportasi

Persoalan pendistribusian barang atau persoalan transportasi merupakan sebuah masalah yang timbul dimana ada satu komoditi yang dihasilkan oleh beberapa sumber (*origin*) dan harus didistribusikan ke beberapa tujuan (*destination*). Persediaan atau penawaran (*supply*) maksimum pada setiap sumber dengan dan permintaan (*demand*) minimum pada setiap tujuan diketahui, demikian pula dianggap bahwa tersedia jalur penghubung antara setiap sumber dengan setiap tujuan, beserta biaya angkut atau distribusi tiap satuannya. Yang menjadi permasalahan ialah bagaimana mengatur alokasi angkutan untuk setiap jalurnya supaya kendala kapasitas dan permintaan terpenuhi dengan benar dan meminimumkan biaya distribusi total. Semuanya dihitung berdasarkan satu masa distribusi tertentu.

Untuk menyelesaikan atau memecahkan persoalan pendistribusian barang ini, dapat dilakukan dengan Metode Transportasi. Metode Transportasi merupakan algoritma dengan teori program linear. Dimana alokasi pendistribusian akan diatur sedemikian rupa sehingga diperoleh total biaya minimal distribusi dari pengangkutan barang dari setiap tempat asal ke setiap tempat tujuan. Perhitungan dengan cara manual (tidak terkomputerisasi) memang bisa dilakukan, tetapi tentu saja masih memiliki

kelemahan, yaitu: kekurangan sumber daya manusia, besar kemungkinan terjadi kesalahan dalam proses perhitungan, waktu perhitungan lama, dan penyampaian informasi juga akan lama.

Untuk mengatasi kelemahan-kelemahan tersebut, maka perlu dikembangkan sebuah aplikasi yang terkomputerisasi yang dapat menghitung pemecahan persoalan distribusi sesuai dengan algoritma metode transportasi. Metode Batu Loncatan (*Stepping Stone Method*) Salah satu metode transportasi adalah metode batu loncatan (*stepping stone method*) yang digunakan untuk menghasilkan pemecahan layak bagi masalah dengan biaya-biaya operasi (biaya pabrik dan biaya transportasi), sehingga mendapatkan biaya pengiriman relatif minimal.

Menurut Tamin (2000), model transportasi adalah suatu metode yang digunakan untuk mengatur distribusi suatu produk (barang-barang) dari sumber sumber yang menyediakan produk (misalnya pabrik) ke tempat-tempat tujuan (misalnya gudang) secara optimal. Tujuan dari model ini adalah menentukan jumlah yang harus dikirim dari setiap sumber ke setiap tujuan sedemikian rupa dengan total biaya transportasi minimum.

Metode transportasi merupakan suatu metode yang digunakan untuk mengatur distribusi dari sumber-sumber yang menyediakan produk yang sama, ke tempat-tempat yang membutuhkan secara optimal. Alokasi produk ini harus diatur sedemikian rupa, karena terdapat perbedaan biaya-biaya alokasi dari satu sumber ke tempat-tempat tujuan berbeda-beda, dan dari beberapa sumber ke tempat-tempat tujuan juga berbeda-beda (Subagyo et al. 1990).

Noer (2010) mengemukakan bahwa metode transportasi dimaksudkan untuk mencari solusi terbaik

dari persoalan transportasi (pengangkutan) barang atau produk dari gudang/pabrik ke pasar tujuan dengan biaya termurah. Bila telah dapat diidentifikasi biaya angkut dari pabrik ke pasar, serta kapasitas pabrik dan permintaan pasar pun telah diketahui maka persoalan bagaimana cara pengalokasian terbaiknya dapat dikerjakan.

Metode transportasi adalah metode yang paling efisien dibandingkan dengan metode simpleks. Penggunaan metode transportasi ini dipelopori oleh FL. Hitchcock (1941), TC. Koopmans (1949) dan GB. Dantzig (1951). Beberapa permasalahan yang dapat diselesaikan dengan metode transportasi adalah mengalokasikan barang/jasa dari suatu tempat (sumber/*supply*) ke tempat lainnya (*demand/destination*) secara optimal dengan mempertimbangkan biaya minimal, pengalokasian periklanan yang efektif, pembelanjaan modal dan alokasi dana untuk investasi, analisis pemilihan lokasi usaha yang tepat, keseimbangan lini perakitan, dan penjadwalan produksi (Zulfikarijah, 2004).

Metode transportasi yang dapat digunakan untuk mencari solusi optimal adalah Metode Batu Loncatan (*Stepping Stone Method*) dan Metode Potensial. Metode Batu Loncatan (*Stepping Stone Method*) Salah satu metode transportasi adalah metode batu loncatan (*stepping stone method*) yang digunakan untuk menghasilkan pemecahan layak bagi masalah dengan biaya-biaya operasi (biaya pabrik dan biaya transportasi), sehingga mendapatkan biaya pengiriman relatif minimal.

Jumlah rute atau sel yang mendapat alokasi harus sebanyak, langkah penyelesaian adalah:

1. Pemecahan fisibel yang pertama dengan menggunakan metode sudut barat laut.

2. Kotak yang terisi disebut kotak basis, nilainya diberi tanda kurung buka dan tutup seperti (X_{ij}) , i melambangkan baris dan j untuk kolom.
3. Kotak yang tidak terisi disebut kotak bukan basis (*non-basis cell*).
4. Semua kotak memuat biaya angkut per unit barang sebesar c_{ij} di mana 1 unit barang diangkut dari sumber m ke tujuan n .
5. a_{im} = supply atau persediaan barang di sumber m , dan b_{jn} = permintaan barang dari tujuan n dan c_{ij} jumlah biaya angkut yang harus dibuat minimal.
6. Agar tabel tidak rumit, nilai yang menunjukkan biaya angkut tidak dicantumkan dalam tabel.
7. Dibuat loop tertutup bagi setiap variabel non-basis di mana loop tersebut berawal dan berakhir pada variabel non-basis, dan setiap titik sudut loop tersebut harus merupakan titik-titik yang ditempati oleh variabel-variabel basis dalam tabel transportasi.
8. Dihitung Z_{ij} - C_{ij} = jumlah c_{ij} pada loop dengan koefisien (+) dan (-) secara bergantian.
9. Menentukan variabel yang masuk menjadi basis (entering variable) dengan cara memilih nilai Z_{ij} - C_{ij} yang terbesar atau $\max Z_{ij}$ - C_{ij}
10. Menentukan variabel yang keluar dari basis dengan cara: 1) Dibuat loop yang memuat Z_{ij} - C_{ij} yang terbesar. 2) Diadakan pengamatan pada a_{ij} dalam loop yang mempunyai koefisien (+). 3) Variabel X_{ij} yang keluar basis bila dan hanya bila minimal dari jalur loop
11. Menentukan harga variabel basis (yang berada di dalam loop yang baru) di mana nilai untuk variabel

yang baru masuk basis diambil dari nilai variabel minimal dalam loop

12. Untuk variabel-variabel basis yang lain yang juga berada dalam *loop* yaitu: 1) $X_{ij} \text{ baru} = X_{ij} \text{ lama} - X_{\text{minimal}}$ 2) $X_{ij} \text{ baru} = X_{ij} + X_{\text{minimal}}$
13. Untuk variabel-variabel basis yang lain di luar loop harganya tetap dan hitung kembali nilai $Z_{ij} - C_{ij}$ untuk variabel non-basis
14. Diperoleh tabel optimal jika semua $Z_{ij} - C_{ij} < 0$
15. Jika masih ada nilai $Z_{ij} - C_{ij} > 0$, maka dapat ditentukan kembali entering *variable* dan *leaving* (variabel yang masuk dan yang keluar).

B. Persoalan Transportasi

Agustini dan Rahmadi (2004) mengemukakan bahwa kasus transportasi timbul ketika dicoba menentukan cara pengiriman (distribusi) suatu jenis barang (item) dari beberapa sumber (lokasi penawaran) ke beberapa tujuan (lokasi permintaan) yang dapat meminimumkan biaya. Biasanya jumlah barang yang dapat disalurkan dari setiap lokasi penawaran adalah tetap atau terbatas, namun jumlah permintaan pada setiap lokasi permintaan adalah bervariasi.

Permasalahan transportasi termasuk permasalahan program linier yang khusus yang dapat diselesaikan dengan metode transportasi. Persoalan dasar transportasi pada mulanya dikembangkan oleh F. L. Hitchcock pada tahun 1941 dalam studinya yang berjudul: *The distribution of a product from several source to numerous locations*. Pada awal 1947, T. C. Koopmans secara terpisah menerbitkan suatu hasil studi mengenai: Optimal utilization of the

transportation system. Selanjutnya, perumusan persoalan linear programming, dan cara pemecahan yang sistematis dikembangkan oleh Prof. George Dantzig yang sering disebut bapak *linear programming* (Rangkuti, 2013).

C. Keseimbangan Transportasi

Problema transportasi seimbang adalah problema biaya angkutan barang di mana jumlah barang yang dipasok dari tempat asal sama dengan jumlah barang yang diminta di tempat tujuan. Problema transportasi tidak seimbang adalah suatu problema transportasi di mana jumlah permintaan lebih besar daripada pemasokan atau jumlah pemasokan lebih besar daripada permintaan (Sitorus, 1997).

Model yang selama ini sering dibahas adalah menyiratkan bahwa penawaran total harus setidaknya sama dengan permintaan total. Ketika penawaran total sama dengan permintaan total, formulasi yang dihasilkan disebut model transportasi berimbang (*balanced transportation model*). Formulasi ini berbeda dengan formulasi sebelumnya hanya terletak pada batasannya yaitu bahwa semua batasan adalah persamaan.

Dalam kehidupan nyata, tidak selalu dapat dipastikan bahwa penawaran sama dengan permintaan atau melebihinya. Tetapi, sebuah model transportasi dapat selalu berimbang. Pengimbangan ini, di samping kegunaannya dalam pemodelan situasi praktis tertentu, adalah penting untuk pengembangan sebuah metode pemecahan yang sepenuhnya memanfaatkan struktur khusus dari model transportasi ini (Taha, 1996).

Dalam persoalan transportasi yang sebenarnya, jumlah *supply* yang tersedia tidak selalu sama dengan

jumlah demand atau dengan kata lain jumlah *supply* yang tersedia mungkin lebih besar atau lebih kecil daripada jumlah demand. Jika hal ini terjadi, maka model persoalan disebut sebagai model transportasi tidak seimbang (*unbalanced transportation model*). Setiap persoalan transportasi dapat dibuat seimbang dengan memasukkan kolom dummy atau baris dummy.

D. Penyelesaian Kasus Menggunakan Bentuk Transportasi

Suatu perusahaan mempunyai 3 pabrik di W, H, P, perusahaan menghadapi masalah alokasi hasil produksinya dari pabrik-pabrik tersebut ke gudang-gudang penjualan di A,B,C. Bagaimana distribusi sumber daya yang paling optimal dari ketiga kota tersebut dan berapakah biaya optimal yang harus dikeluarkan perusahaan dalam memenuhi kebutuhan ketiga kota tersebut?

Tabel 3. 1 Kapasitas Pabrik

Pabrik	Kapasitas produksi tiap bulan
W	90 ton
H	60 ton
P	50 ton
jumlah	200 ton

Tabel 3. 2 Kebutuhan Gudang

Gudang	kebutuhan tiap bulan
A	50 ton
B	1100 ton
C	40 ton
jumlah	200 ton

Tabel 3. 3 Biaya Pengangkutan Pabrik

	Biaya tiap ton	(dalam ribuan R)	
Dari	Ke gudang A	Ke gudang B	Ke gudang C
Pabrik W	20	5	8
Pabrik H	15	20	10
Pabrik P	25	10	19

Langkah Penyelesaian

Pemecahan fisibel yang pertama dengan menggunakan Metode Sudut Barat Laut, hasilnya adalah sebagai berikut :

1. Metode North West Corner

Metode ini selalu dimulai dari pojok kiri atas (*north west*) dari tabel transfortasi.

Tabel 3. 4 Iterasi 1 Metode North West Corner

	1	2	3	supply
W	20 50	5 40	8 90	
H	15	20 60	10 60	
P	25	10 10	19 40	50
Demand	50	110	40	200

- L1= penuhi kebutuhan kota A (50) dengan kapasitas dari pabrik 1 (50, sisa 40)
- L11= lanjutkan dengan memenuhi kebutuhan kota B(110) dengan kapasitas pabrik 10 sisa 70
- L111= lanjutkan memenuhi kebutuhan kota B menggunakan kapasitas pabrik H (60) sisa 10

- L1v= penuhi kekurangan kota B (kurang 10) dengan kapasitas pabrik P 10 sisa 40
- Lv = penuhi kekurangan kota C sebesar 40

Dari tabel tersebut alokasi atau pendistribusian terjadi

- Pabrik W akan melayani atau mengirim ke kota a sebanyak 50 ton dan kota B 40 ton
- Pabrik H akan melayani atau mengirim ke kota B sebanyak 60 ton
- Pabrik P akan melayani atau mengirim ke kota B sebanyak 10 ton dan kota c 40 ton.

Dari pendistribusian produk perusahaan tersebut dapat dihitung biaya transportasi yang di keluarkan:

$$Z = (50 \times 20) + (40 \times 5) + (60 \times 20) + (10 \times 10) + (40 \times 19) = 2060$$

Namun dari biaya tersebut kita belum dapat mengambil keputusan apakah biaya pendistribusian sudah optimal atau belum, maka dari itu perlu pengujian alokasi distribusi berikut ini:

2. Metode Stepping Stone

Tabel 3. 5 Iterasi 1 Metode Stepping Stone

		1	2	3	supply
1	W	50	40	5	8
2	H	15	60	20	10
3	P	25	10	1	19
	Demand	50	110	40	200

Tabel 3. 6 Iterasi 2 Metode *Stepping Stone*

		1	2	3	supply
1	W	50 20	40	5 8	90
2	H	-20 15	60	20 10	60
3	P	0 25	10	10 19	50
	Demand	50	110	40	200

Pengujian dari pabrik H kekota 1

- Loop yang digunakan, bergerak dari biaya pabrik H kekota 1, pabrik W kekota 1, pabrik H kekota 2 = $15 - 20 + 20 - 20 = -20$
- Pengujian II dari pabrik P ke kota 1 = $25 - 20 + 15 - 10 = 0$
- Pengujian dari pabrik W ke kota 3 = $8 - 19 + 10 - 5 = -6$
- Pengujian dari pabrik H ke kota 3 = $10 - 19 + 10 - 20 = -19$

Dari iterasi 0 didapatkan nilai minus yaitu -20, -6, -19 maka pabrik yang akan menghasilkan negatif terbesar yaitu pabrik H kekota 1, artinya jika kita mengerjakan pengiriman ke sel tersebut biaya akan dihitung sebesar Rp 20 karena (-20) pertonnya maka dilanjutkan dengan iterasi 1.

Tabel 3. 7 Iterasi 3 Metode *Stepping Stone*

		1	2	3	supply
1	W		90	5 8	90
2	H	50	10	20 10	60
3	P		10	10 19	50

The diagram illustrates the stepping stone process for iteration 3. It shows the same table as above but with arrows indicating the path of adjustments. A red arrow points from cell (2,1) to (1,1), then to (1,2), then to (2,2), and finally back to (2,1). A blue arrow points from cell (1,2) to (1,3), then to (2,3), then to (2,2), and finally back to (1,2). A green arrow points from cell (2,2) to (2,3), then to (3,3), then to (3,2), and finally back to (2,2). An orange arrow points from cell (2,3) to (3,3), then to (3,4), then to (2,4), and finally back to (2,3). A red arrow also points from cell (3,3) to (3,4), then to (2,4), then to (2,3), and finally back to (3,3). A blue arrow points from cell (3,4) to (3,3), then to (2,3), then to (2,2), and finally back to (3,4). A red arrow points from cell (3,4) to (3,3), then to (2,3), then to (2,2), and finally back to (3,4).

	Demand	50	110	40	200
--	--------	----	-----	----	-----

Tabel 3. 8 Iterasi 4 Metode Stepping Stone

		1	2	3	supply
1	W	+1 20	90 5	-6 8	90
2	H	50 15	+19 20	10 10	60
3	P	+1 25	20 10	30 19	50
	Demand	50	110	40	200

Pengujian

- Pengujian pabrik W ke kota 1 = $20-5+10-19+10-15 = +1$
- Pengujian pabrik P ke kota 1 = $25-15+10-19 = +1$
- Pengujian pabrik W ke kota 3 = $20-19+10-5 = -6$

Dari iterasi 2 di dapatkan nilai negatif terbesar -6 pada pabrik W ke kota 3, maka dari pada menggeserkan pengiriman ke sel tersebut dengan penurunan biaya sebesar 6 ton. Maka dilanjutkan iterasi ke 3.

Tabel 3. 9 Iterasi 5 Metode Stepping Stone

		1	2	3	supply
1	W	20	5	8	90
2	H	15	20	10	60
3	P	25	10	1	50
	Demand	50	110	40	200

Tabel 3. 10 Iterasi 6 Metode *Stepping Stone*

		1	2	3	supply		
1	W	+7	20	5	8	90	
2	H	50	15	+13	20	10	60
3	P	+7	25	10	1	50	
	Demand	50	110	40		200	

Pengujian

- Pengujian pabrik W ke kota 1 = $20 - 8 + 10 - 15 = +9$
- Pengujian pabrik P ke kota 1 = $25 - 15 + 5 - 8 + 10 - 10 = +7$
- Pengujian pabrik H ke kota 2 = $20 - 5 + 8 - 10 = +13$

Dari hasil pengujian tersebut ternyata semua sudah tidak ada yang bernilai negatif atau dengan kata lain semua sel sudah tidak memberikan penurunan biaya lagi, sehingga dengan demikian dapat dikatakan kasus telah optimal dan total biaya

$$Z = (60 \times 5) + (30 \times 8) + (50 \times 15) + (10 \times 10) + (50 \times 10) \\ = 1890$$

BAB 4

STRATEGI PENUGASAN

A. Pengenalan Strategi Penugasan

Masalah penugasan berkaitan dengan keinginan perusahaan dalam mendapatkan pembagian atau alokasi tugas (penugasan) yang optimal, dalam arti apabila penugasan tersebut berkaitan dengan keuntungan maka bagaimana alokasi tugas atau penugasan tersebut dapat memberikan keuntungan yang maksimal, begitu pula sebaliknya bila menyangkut biaya. Contoh kegiatan yang termasuk masalah penugasan antara lain yaitu: penempatan karyawan pada suatu posisi jabatan di perusahaan, pembagian wilayah tugas salesman, pembagian tugas dalam suatu tim renang estafet.

Pada bagian terdahulu telah disebutkan bahwa pada masalah penugasan disyaratkan suatu penugasan satu-satu, sehingga jumlah assignee dan assignment harus sama. Bila dalam suatu masalah ditemui jumlah assignee dan assignment berbeda, maka perlu ditambahkan suatu assignee/assignment dummy untuk menyamakan jumlahnya. Setelah data terpresentasi dalam bentuk tabel penugasan, maka kita dapat langsung menyelesaikan menggunakan metode Hungarian. Dalam penyelesaiannya, masalah penugasan terbagi menjadi dua, yaitu masalah minimalisasi dan masalah maksimalisasi.

Secara umum langkah-langkah penyelesaian masalah penugasan adalah:

1. Identifikasi dan penyederhanaan masalah dalam bentuk tabel penugasan.
2. Untuk kasus minimalisasi, mencari biaya terkecil untuk setiap baris, dan kemudian menggunakan biaya terkecil tersebut untuk mengurangi semua biaya yang ada pada baris yang sama. Sedangkan untuk kasus maksimalisasi, mencari nilai tertinggi untuk setiap baris yang kemudian nilai tertinggi tersebut dikurangi dengan semua nilai yang ada dalam baris tersebut.
3. Memastikan semua baris dan kolom sudah memiliki nilai nol. Apabila masih ada kolom yang belum memiliki nilai nol, maka dicari nilai terkecil pada kolom tersebut untuk selanjutnya digunakan untuk mengurangi semua nilai yang ada pada kolom tersebut.
4. Setelah semua baris dan kolom memiliki nilai nol, maka langkah selanjutnya adalah memastikan atau mengecek apakah dalam tabel penugasan tersebut, telah berhasil ditemukan nilai nol, sebanyak sumber daya (bisa karyawan, mesin, alat transportasi, atau sumber daya lainnya) yang juga tercermin dengan jumlah barisnya. Misalnya bila yang akan ditugaskan adalah 4 karyawan, maka harus ditemukan nilai nol sebanyak 4 buah yang terletak di baris dan kolom yang berbeda. Sebaiknya dimulai dari baris yang hanya memiliki 1 nilai nol. Langkah ini menganduk arti bahwa setiap karyawan hanya dapan ditugaskan pada satu pekerjaan saja.
5. Apabila belum, maka langkah selanjutnya adalah menarik garis yang menghubungkan minimal dua buah nilai nol dalam tabel penugasan tersebut.

6. Selanjutnya, perhatikan nilai-nilai yang belum terkena garis. Pilih nilai yang paling kecil, kemudian pergunkan untuk mengurangi nilai-nilai lain yang belum terkena garis, dan gunakan untuk menambah nilai-nilai yang terkena garis dua kali.
7. Dari hasil langkah ke-6 tersebut, apakah sekarang telah berhasil ditemukan nilai nol sejumlah atau sebanyak sumber daya (bisa karyawan, mesin, alat transportasi, atau sumber daya lainnya) yang juga tercermin dengan jumlah barisnya.
8. Jika sudah, maka masalah penugasan telah optimal, dan apabila belum maka perlu diulangi langkah penyelesaian ke-5 di atas.

Sebagai catatan, kasus penugasan dianggap normal apabila jumlah sumber daya yang akan ditugaskan dan jumlah pekerjaan atau tujuan adalah sama.

B. Contoh Penyelesaian Strategi Penugasan

a. Masalah Maksimisasi

PT PUSRI merupakan perusahaan yang menyediakan pasokan pupuk. Perusahaan ini memiliki 4 cabang kantor perwakilan yang terletak di Sumatera, Jawa, Kalimantan dan Sulawesi. PT PUSRI bermaksud untuk meningkatkan jumlah penjualan produknya. Perusahaan tersebut mempunyai 4 orang terpercaya yang mengepalai dan memantau penjualan, yaitu A, B, C, dan D.

Pemilik ini menugaskan keempat orang tersebut untuk bertugas di masing-masing cabang secara bergantian setiap bulannya, misalnya 1 bulan di kantor Sumatera, bulan berikutnya pindah ke kantor di kota lainnya. Hasil dari penugasan dimasing-masing cabang itu adalah data

jumlah penjualan pupuk di masing-masing cabang seperti pada tabel berikut:

Tabel 4. 1 Jumlah Penjualan Pupuk Di Masing-Masing Cabang

Wilayah	A	B	C	D
Sumatera	20	22	15	24
Jawa	25	30	15	16
Kalimantan	30	50	45	40
Sulawesi	35	45	25	50

Tentukan kemanakah masing-masing pemantau sebaiknya ditempatkan, agar didapatkan hasil yang maksimal?

Perhitungan Secara Manual

Oleh karena semakin besar jumlah penjualan pupuk akan semakin baik untuk perusahaan (perusahaan bisa meningkatkan laba dengan jumlah penjualan pupuk yang meningkat), maka problem di atas termasuk problem penugasan maksimisasi, dimana langkah-langkah tersebut dijelaskan sebagai berikut:

Langkah 1 : Setiap elemen dikurangi dengan angka terbesar pada baris yang bersangkutan. Jadi berbeda dengan problem minimisasi, dimana tiap elemen dikurangi dengan angka terkecil. Hasilnya dinyatakan dalam harga mutlak, yaitu positif.

Tabel 4. 2 Jumlah Penjualan Pupuk

Wilayah	A	B	C	D
Sumatera	20	22	15	24
Jawa	25	30	15	16
Kalimantan	30	50	45	40
Sulawesi	35	45	25	50

Tabel 4. 3 Proses Pengolahan Data Langkah 1

Wilayah	A	B	C	D
Sumatera	20-24	22-24	15-24	24-24
Jawa	25-30	30-30	15-30	16-30
Kalimantan	30-50	50-50	45-50	40-50
Sulawesi	35-50	45-50	25-50	50-50

**Tabel 4. 4 Hasil Pengolahan Langkah 1
(dalam Nilai Mutlak)**

Wilayah	A	B	C	D
Sumatera	4	2	9	0
Jawa	5	0	15	14
Kalimantan	20	0	5	10
Sulawesi	15	5	25	0

Langkah II : Pada kolom yang belum ada angka nol, kurangi setiap elemen dengan elemen terkecil pada kolom tersebut. Matriks hasil langkah a dan b ini merupakan *matriks opportunity cost*. Pada tabel 3 (di atas) kita bisa melihat bahwa kolom yang belum memiliki angka nol (0) adalah kolom A dan C, untuk itu kolom A dan C harus melewati langkah II ini.

Tabel 4. 5 Proses Pengolahan Data Langkah 2

Wilayah	A	B	C	D
Sumatera	(04-04)	2	(09-05)	0
Jawa	(05-04)	0	(15-05)	14
Kalimantan	(20-04)	0	(05-05)	10
Sulawesi	(15-04)	5	(25-05)	0

Tabel 4. 6 Proses Pengolahan Data Langkah II

Wilayah	A	B	C	D
Sumatera	(04-04)	2	(09-05)	0
Jawa	(05-04)	0	(15-05)	14
Kalimantan	(20-04)	0	(05-05)	10
Sulawesi	(15-04)	5	(25-05)	0

Langkah III : Liput seluruh angka nol dengan garis horisontal dan vertikal, tapi dengan ketentuan banyaknya garis minimal. Penugasan sudah optimal apabila banyak garis liputan sama dengan banyak baris dan kolom. Apabila banyak garis kurang dari banyak baris atau kolom, berarti solusi belum optimal.

Tabel 4. 7 Hasil Pengolahan Langkah III

Wilayah	A	B	C	D
Sumatera	0	2	4	0
Jawa	1	0	10	14
Kalimantan	16	0	0	10
Sulawesi	11	5	20	0

Oleh karena, banyaknya garis liputan = 4 (2 buah garis horisontal + 2 buah garis vertikal) dan banyaknya baris = banyaknya kolom = 4, maka banyak garis liputan = banyak baris atau kolom = 4, sehingga solusi sudah optimal.

Catatan : Bila solusi belum optimal (banyak garis liputan kurang dari banyak garis atau kolom), maka yang dilakukan adalah kurangi seluruh angka yang tidak terkena garis dengan angka terkecil di antara yang tidak terkena garis. Selanjutnya tambahkan angka terkecil tadi ke tiap elemen pada garis silang (perpotongan garis horisontal dan vertikal), sedangkan angka lain tidak diubah. Setelah itu ulangi langkah III.

Langkah IV : Setelah solusi optimal tentukan penugasan, yaitu tugaskan sumber (misalnya karyawan) untuk tugas

dengan nilai *opportunity cost* nya nol. Untuk memudahkan penugasan, tugaskan terlebih dahulu ke kolom yang memiliki nilai 0 hanya 1 atau yang nilai nol nya paling sedikit, yaitu kolom A dan C (ditandai dengan lingkaran berwarna kuning). setelah itu baru tugaskan ke yang lainnya. contohnya, karena Sumatera ke A sudah berpasangan, maka Sumatera ke D tidak boleh dibentuk, karena Sumatera sudah memiliki pasangannya, yaitu A. untuk itu alternatif pasangan yang boleh dibentuk untuk D, yaitu Sulawesi-D.

Tabel 4. 8 Hasil Pengolahan Langkah IV

Wilayah	A	B	C	D
Sumatera	0	2	4	0 X
Jawa	1	0	10	14
Kalimantan	16	0 X	0	10
Sulawesi	11	5	20	0

Tabel 4. 9 Kesimpulan Penugasan

Wilayah	Karyawan yang ditugaskan	Jumlah Penjualan Pupuk
Sumatera	A	20
Jawa	B	30
Kalimantan	C	45
Sulawesi	D	50
TOTAL		145

b. Masalah Minimasi

PT. PUSRI memiliki cabang di 4 pulau besar di Indonesia. Selama tiga bulan terakhir ini, empat cabangnya yang terletak di negara Sumatera, Jawa, Kalimantan, dan Sulawesi, mengalami masalah. Untuk itu perusahaan memutuskan untuk mengirim empat manager handalnya

ke empat cabang tersebut. Akan tetapi, sebelum dikirim, masing-masing manager diuji mengenai perkiraan kemampuan mereka untuk menyelesaikan masalah di masing-masing cabang, dan sebagai hasil dari pengujian tersebut didapatkan data jumlah waktu (hari) yang dibutuhkan oleh masing-masing manager untuk menyelesaikan masalah di masing-masing cabang, yang diuraikan pada tabel dibawah ini.

Wilayah	A	B	C	D
Sumatera	12	19	14	17
Jawa	15	17	20	25
Kalimantan	9	8	7	15
Sulawesi	11	17	12	10

Bagaimanakah penugasan yang sebaiknya dilakukan perusahaan jika perusahaan jika perusahaan bermaksud untuk meminimalkan jumlah hari yang dibutuhkan untuk menyelesaikan masalah di ke empat cabang tersebut?

Perhitungan Secara Manual

Langkah I : Kurangi setiap elemen suatu baris dengan elemen terkecil pada baris tersebut.

Tabel 4. 10 Hasil Pengolahan Langkah Ia

Wilayah	A	B	C	D
Sumatera	(12-12)	(19-12)	(14-12)	(17-12)
Jawa	(15-5)	(17-15)	(20-15)	(25-15)
Kalimantan	(9-7)	(8-7)	(7-7)	(15-7)
Sulawesi	(11-10)	(17-0)	(12-10)	(10-10)

Tabel 4. 11 Hasil Pengolahan Langkah Ib

Wilayah	A	B	C	D
Sumatera	0	7	2	5
Jawa	0	2	5	10
Kalimantan	2	1	0	8

Sulawesi	1	7	2	0
----------	---	---	---	---

Langkah II : Pada kolom yang belum ada angka nol, kurangi setiap elemen dengan elemen terkecil pada kolom tersebut. Matriks hasil langkah a dan b ini merupakan *matriks opportunity cost*.

Tabel 4. 12 Hasil Pengolahan Langkah IIa

Wilayah	A	B	C	D
Sumatera	0	(7-1)	2	5
Jawa	0	(2-1)	5	10
Kalimantan	2	(1-1)	0	8
Sulawesi	1	(7-1)	2	0

Tabel 4. 13 Hasil Pengolahan Langkah IIb

Wilayah	A	B	C	D
Sumatera	0	6	2	5
Jawa	0	1	5	10
Kalimantan	2	0	0	8
Sulawesi	1	6	2	0

Langkah III : Liput seluruh angka nol dengan garis horizontal atau vertikal, tapi dengan ketentuan banyaknya garis minimal. Penugasan sudah optimal apabila banyak garis liputan = banyak baris atau kolom. Apabila banyak garis kurang dari banyak baris atau kolom, berarti solusi belum optimal, teruskan ke langkah IV.

Tabel 4. 14 Hasil Pengolahan Langkah III

Wilayah	A	B	C	D
Sumatera	0	6	2	5
Jawa	0	1	5	10
Kalimantan	2	0	0	8
Sulawesi	1	6	2	0

Banyaknya garis liputan = 3 (1 garis horizontal + 2 garis vertikal), sedangkan banyak baris = banyak kolom = 4, karena banyak garis liputan (3) < banyak baris atau kolom, maka solusi belum optimal.

Langkah IV : Kurangi seluruh angka yang tidak terkena garis dengan angka terkecil diantara yang tidak terkena garis. Selanjutnya tambahkan angka terkecil tadi ke tiap elemen pada garis silang (perpotongan garis datar dan tegak), sedangkan angka lain tidak diubah. Setelah itu, ulangi langkah III.

Tabel 4. 15 Hasil Pengolahan Langkah IV

Wilayah	A	B	C	D
Sumatera	0	(6-1)	(2-1)	5
Jawa	0	(1-1)	(5-1)	10
Kalimantan	(2+1)	0	0	(8+1)
Sulawesi	1	(6-1)	(2-1)	0

Wilayah	A	B	C	D
Sumatera	0	5	1	5
Jawa	0	0	4	10
Kalimantan	3	0	0	9
Sulawesi	1	5	1	0

Langkah V : Ulangi langkah III.

Tabel 4. 16 Hasil Pengolahan Langkah V

Wilayah	A	B	C	D
Sumatera	0	5	1	5
Jawa	0	0	4	10
Kalimantan	3	0	0	9
Sulawesi	1	5	1	0

Oleh karena banyaknya garis liputan = 4, dan banyaknya baris = banyaknya kolom = 4, sehingga solusi sudah optimal.

Langkah VI : Setelah solusi sudah optimal tentukan penugasan, yaitu tugaskan sumber (manager) untuk tugas (negara) dengan nilai *opportunity cost*-nya nol.

Tabel 4. 17 Hasil Pengolahan Langkah VI

Wilayah	A	B	C	D
Sumatera	0	5	1	5
Jawa	0 X	0	4	10
Kalimantan	3	0 X	0	9
Sulawesi	1	5	1	0

Tabel 4. 18 Kesimpulan Penugasan

Negara	Manager yang ditugaskan	Jumlah hari penyelesaian masalah
Sumatera	A	12
Jawa	B	17
Kalimantan	C	7
Sulawesi	D	10
Total		46

c. Masalah Dummy

PT PUSRI menugaskan pemantau yang ia miliki ke empat kantor yang terletak di empat kota yang berbeda. Permasalahannya adalah PT PUSRI hanya memiliki 3 orang pemantau yang akan dikirim. Untuk menugaskan ketiga orang, masing-masing membutuhkan biaya yang berbeda-beda pula. Berikut adalah jumlah biaya (dalam jutaan rupiah) yang harus dikeluarkan untuk menugaskan ketiga orang tersebut ke kota yang berbeda-beda.

OPERASIONAL APLIKASI QM FOR WINDOW

Karyawan/ Kota	Sumatera	Jawa	Kalimantan	Sulawesi
A	5	6	4	5
B	5	4	7	3
C	6	5	6	4

Tentukan bagaimana perusahaan harus menugaskan ketiga karyawan agar biaya yang harus dikeluarkan oleh perusahaan bernilai minimum? Lalu kota manakah yang nantinya tidak akan dikirim pemantau?

Perhitungan Secara Manual

Langkah I : Oleh karena jumlah baris (karyawan) tidak sama dengan kolom (jumlah tujuan penugasan/wilayah), maka harus dibentuk baris dummy dengan biaya masing-masing sebesar 0.

Tabel 4. 19 Hasil Pengolahan Langkah I

Karyawan /Kota	Sumatera	Jawa	Kalimantan	Sulawesi
A	5	6	4	5
B	5	4	7	3
C	6	5	6	4
Dummy	0	0	0	0

Langkah II : Kurangi setiap elemen suatu baris dengan elemen terkecil pada baris tersebut.

Tabel 4. 20 Hasil Pengolahan Langkah II

Karyawan /Kota	Sumatera	Jawa	Kalimantan	Sulawesi
A	5-4	6-4	4-4	5-4
B	5-3	4-3	7-3	3-3
C	6-4	5-4	6-4	4-4
Dummy	0-0	0-0	0-0	0-0

Tabel 4. 21 Hasil Pengolahan Langkah II

Karyawan /Kota	Sumatera	Jawa	Kalimantan	Sulawesi
A	1	2	0	1
B	2	1	4	0
C	2	1	2	0
Dummy	0	0	0	0

Langkah III : Pada kolom yang belum ada angka nol, kurangi dengan elemen terkecil pada kolom tersebut. Karena di setiap kolom sudah terdapat angka nol, maka langkah III tidak diperlukan lagi.

Langkah IV : Liput seluruh angka nol dengan garis horizontal atau vertikal, tapi dengan ketentuan banyaknya garis minimal. Penugasan sudah optimal apabila banyak garis liputan = banyak garis atau kolom.

Tabel 4. 22 Hasil Pengolahan Langkah Ila

Karyawan /Kota	Sumatera	Jawa	Kalimantan	Sulawesi
A	1	2	0	1
B	2	1	4	0
C	2	1	2	0
Dummy	0	0	0	0

Apabila banyak garis liputan kurang dari banyak baris atau kolom, berarti solusi belum optimal, teruskan ke langkah V.

Langkah V : Kurangi setiap angka yang tidak terkena garis dengan angka terkecil di antara yang tidak terkena garis. Selanjutnya tambahkan angka terkecil tadi ke tiap elemen pada garis silang, sedangkan angka lain tidak diubah. Setelah itu, ulangi langkah IV.

Tabel 4. 23 Hasil Pengolahan Langkah V

Karyawan /Kota	Sumatera	Jawa	Kalimantan	Sulawesi
A	1	2	0	1+1
B	2-1	1-1	4-1	0
C	2-1	1-1	2-1	0
Dummy	0	0	0	0+1

Karyawan /Kota	Sumatera	Jawa	Kalimantan	Sulawesi
A	1	2	0	2
B	1	0	3	0
C	1	0	1	0
Dummy	0	0	0	1

Ulangi lagi langkah IV :

Tabel 4. 24 Hasil Pengolahan Langkah V

Karyawan /Kota	Sumatera	Jawa	Kalimantan	Sulawesi
A	1	2	0	2
B	1	0	3	0
C	1	0	1	0
Dummy	0	0	0	1

Jumlah baris = jumlah kolom = jumlah garis liputan = 4, maka solusi sudah optimal.

Langkah VI : Setelah solusi sudah optimal tentukan penugasan, yaitu tugaskan sumber untuk tugas dengan nilai opportunity cost-nya nol. Utamakan pada tugas yang terletak pada kolom yang memiliki angka nol paling sedikit.

Tabel 4. 25 Hasil Langkah VI*Alternatif 1*

Karyawan /Kota	Sumatera	Jawa	Kalimantan	Sulawesi
A	1	2	0	2
B	1	0	3	0 X
C	1	0	1	0
Dummy	0	0 X	0 X	1

Alternatif 2

Karyawan /Kota	Sumatera	Jawa	Kalimantan	Sulawesi
A	1	2	0	2
B	1	0	3	0
C	1	0	1	0
Dummy	0	0 X	0 X	1

Tabel 4. 26 Kesimpulan Penugasan*Alternatif 1*

Pekerjaan (Wilayah)	Karyawan yang ditugaskan	Biaya (jutaan Rupiah)
Sumatera	-	0
Jawa	B	4
Kalimantan	A	4
Sulawesi	C	4
Total		12

Alternatif 2

Pekerjaan (Wilayah)	Karyawan yang ditugaskan	Biaya (jutaan Rupiah)
Sumatera	-	0
Jawa	C	5

OPERASIONAL APLIKASI QM FOR WINDOW

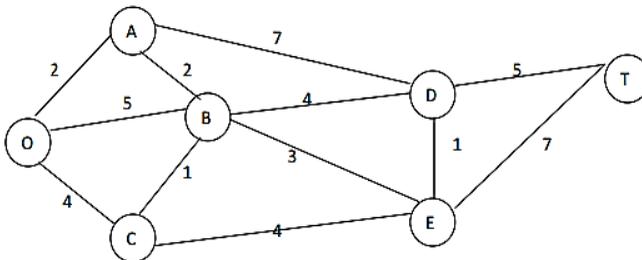
Kalimantan	A	4
Sulawesi	B	3
Total		12

BAB 5

STRATEGI JARINGAN

Analisis jaringan (*network analysis*) merupakan suatu sistem kontrol proyek dengan cara menguraikan pekerjaan menjadi komponen-komponen yang dinamakan kegiatan (*activity*) yang selanjutnya disusun dan diatur sedemikian rupa sehingga memungkinkan proyek dilaksanakan dan diselesaikan dengan ekonomis, dalam waktu sesingkat mungkin dan jumlah tenaga kerja minimum. Proyek yang dimaksud disini, dikutip dari Istimawan Dipohusodo dalam buku Manajemen Proyek dan Konstruksi (1996), diartikan sebagai upaya yang diorganisasikan untuk mencapai tujuan, sasaran dan harapan-harapan penting dengan menggunakan anggaran dana serta sumber daya yang tersedia yang harus diselesaikan dalam jangka waktu tertentu (Istimawan, 1996).

Untuk lebih jelasnya kita bahas sebuah contoh permasalahan:



Gambar 5. 1 Sebuah contoh sebagai prototype permasalahan

Masalah yang pertama disebut sebagai masalah lintasan terpendek, masalah kedua disebut masalah diagram pohon terpendek, dan masalah ke tiga disebut masalah aliran maksimum dan yang dibahas pada makalah ini yaitu masalah lintasan terpendek.

1. Masalah Lintasan Terpendek

Jalur terpendek diasumsikan untuk menentukan lintasan terpendek berarah dari asal ke tujuan di dalam suatu distribusi aliran berarah. Jalur terpendek (*Shortest Path*) antara dua *event* dalam jaringan adalah lintasan berarah sederhana dengan sifat dimana tidak ada lintasan lain yang memiliki nilai terendah. Pada persoalan ini akan terdorong untuk menyelesaikan suatu persoalan untuk menentukan jalur terpendek dan biaya termurah dalam suatu jaringan dengan mengimplemen-tasikannya ke dalam kasus (Ibnu, 2014).

Banyak bidang penerapan mensyaratkan untuk Algoritma yang diberikan dapat dimodifikasi dengan mudah untuk menghadapi lintasan berarah pada setiap iterasinya. Suatu versi yang lebih umum dari masalah lintasan terpendek adalah menentukan lintasan terpendek dari sembarang *verteks* menuju ke setiap *verteks* lainnya. Pilihan lain adalah membuang kendala tak negatif bagi "jarak". Suatu kendala lain dapat juga diberlakukan dalam suatu masalah lintasan terpendek (Ibnu, 2014).

Masalah lintasan terpendek adalah masalah yang menyangkut node, panjang jalur, arah lintasan. Dalam lintasan ini perlu diperhatikan khusus yaitu node *supply* (node awal) dan node *demand* (node akhir). Dalam hal masalah di atas, node supply adalah node 0, dan node demand adalah node T. Untuk menyelesaikan masalah

lintasan terpendek ada algoritma yang bisa dipakai yaitu Algoritma masalah lintasan terpendek.

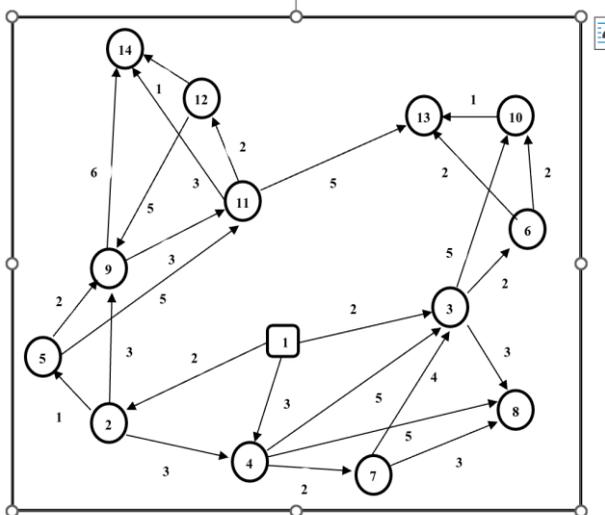
- 1) Tujuan pada iterasi ke-n: Tentukan node terdekat dari titik awal (node awal).
- 2) Input pada iterasi ke-n: node terdekat ke n-1 ke node awal, termasuk di dalamnya lintasan terpendek dan jarak dari node awal. (node-node ini ditambah dengan node awal disebut node terselesaikan, yang lain node belum terselesaikan).
- 3) Kandidat untuk node terdekat ke-n: Setiap node terselesaikan yang langsung berhubungan dengan satu atau lebih node belum terselesaikan sebagai kandidat-node belum terselesaikan yang mempunyai hubungan terpendek.
- 4) Perhitungan node terdekat ke-n: Untuk setiap node terselesaikan dan node kandidat, ditambah dengan jarak diantaranya. Kandidat yang mempunyai total jarak terpendek ke-n.

Penyelesaian Masalah Lintasan Terpendek, contohnya Perusahaan Daerah Air Minum (PDAM) Tirta Musi berpusat di Jalan Rambutan Kecamatan Ilir Barat 2

Lintasan terpendek dapat dipandang sebagai transportasi dimana titik awal hanya keluar satu kali dan titik tujuan hanya masuk satu kali. Titik-titik yang hanya mungkin dilalui, jadi jika dilalui maka satu masuk dan satu keluar (Ibnu, 2014).



Gambar 5. 2 Peta Jalur Pipa PDAM



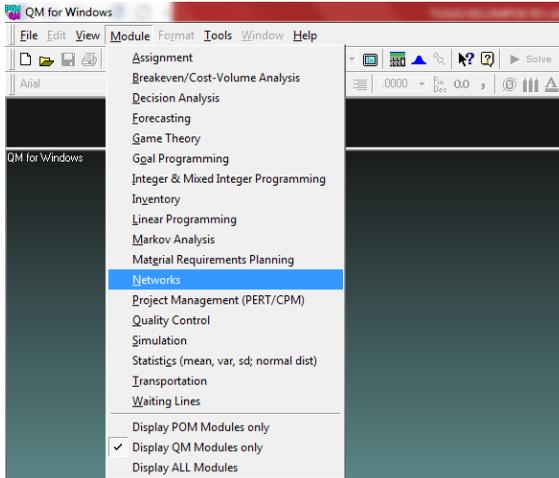
Gambar 5. 3 Peta Jalur Pipa PDAM dalam bentuk Jaringan

Dimana :

- 1 = Ilir Barat 2 (Pusat PDAM Tirta Musi)
- 2 = Karanganyar
- 3 = 3 Ilir
- 4 = Kertapati
- 5 = Poligon
- 6 = Kalidoni
- 7 = Seberang Ulu 1
- 8 = Plaju
- 9 = Rambutan
- 10 = Sematang Borang
- 11 = Kemuning
- 12 = Pundi Kayu
- 13 = Sako Kenten
- 14 = Alang-Alang Lebar

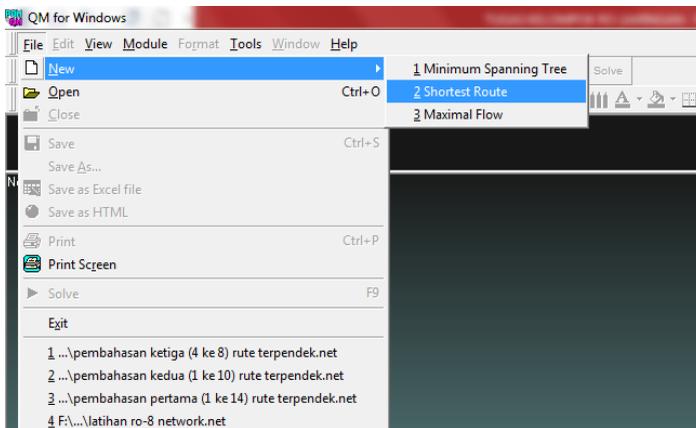
Adapun langkah-langkah menggunakan aplikasi *QM For Windows* untuk penggunaan “Rute Terpendek” yaitu :

1. Buka aplikasi QM For Windows yang terdapat di komputer
2. Pilih Modul pada Menu Bar, lalu pilih Network



Gambar 5. 4 Modul pada Menu Bar

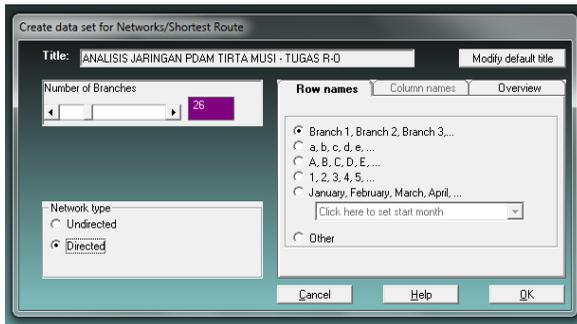
3. Selanjutnya pilih menu *File* pada *Menu Bar* lalu pilih *New* → *2. Shortest Route*,



Gambar 5. 5 Pemilihan Menu Rute Terpendek

4. Selanjutnya akan tampil jendela baru pada *QM For Windows*. Buatlah judul untuk memulai penggunaannya ini dengan mengisi pada bagian *Title*.

5. Masukkan jumlah jalur (*Number of Branches*) dengan 26 *Branches*, hal ini karena keseluruhan rute pipa PDAM Tirta Musi dalam hal ini berjumlah 26 rute.
6. Pilih pada bagian *Row Names Branch* sesuai kebutuhan, dalam hal ini boleh menggunakan pengaturan awal yaitu *Branch 1, Branch 2, etc.*
7. Pilih pada bagian *Network type* pilih *Directed*.



Gambar 5. 6 Pengisian Data Jaringan

8. Setelah pengaturan awal telah ditetapkan. lanjutkan dengan meng-klik tombol *OK*, sehingga akan menghasilkan tampilan seperti pada gambar sebagai berikut:

	Start node	End node	Distance
Branch 1	0	0	0
Branch 2	0	0	0
Branch 3	0	0	0
Branch 4	0	0	0
Branch 5	0	0	0
Branch 6	0	0	0
Branch 7	0	0	0
Branch 8	0	0	0
Branch 9	0	0	0
Branch 10	0	0	0
Branch 11	0	0	0
Branch 12	0	0	0
Branch 13	0	0	0
Branch 14	0	0	0
Branch 15	0	0	0
Branch 16	0	0	0
Branch 17	0	0	0
Branch 18	0	0	0
Branch 19	0	0	0
Branch 20	0	0	0
Branch 21	0	0	0
Branch 22	0	0	0
Branch 23	0	0	0
Branch 24	0	0	0
Branch 25	0	0	0
Branch 26	0	0	0

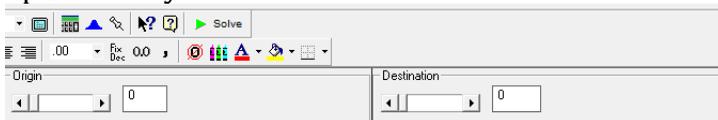
Gambar 5. 7 Informasi Jaringan yang Belum Diisi

9. Isilah angka-angka yang sesuai pada kolom-kolom yang telah ditentukan antarlain jalur (*Branch name*), titik awal (*Start Node*), Titik Akhir (*End Node*), dan Jarak (*Distance*), yaitu sebagai berikut:

	Start node	End node	Distance
Branch 1	1	2	2
Branch 2	1	3	2
Branch 3	1	4	3
Branch 4	2	4	3
Branch 5	2	5	1
Branch 6	2	9	3
Branch 7	3	6	2
Branch 8	3	8	3
Branch 9	3	10	5
Branch 10	4	3	5
Branch 11	4	7	2
Branch 12	4	8	5
Branch 13	5	9	2
Branch 14	5	11	5
Branch 15	6	10	2
Branch 16	6	13	2
Branch 17	7	3	4
Branch 18	7	8	3
Branch 19	9	11	3
Branch 20	9	14	6
Branch 21	10	13	1
Branch 22	11	12	2
Branch 23	11	13	5
Branch 24	11	14	3
Branch 25	12	9	5
Branch 26	12	14	1

Gambar 5. 8 Informasi Jaringan yang Telah Diisi

10. Setelah semua titik-titik node yang membentuk jalur pipa PDAM Tirta Musi diinput ke dalam *QM For Windows*, maka untuk memecahkan ketiga masalah tersebut akan dibahas susai kebutuhan dengan mengisi node awal bergerak (*Origin*) serta node akhir (*Destination*) seperti sebagai berikut. dan akan dibahas tiap subbabnya.



Gambar 5. 9 Pengisian Node Origin dan Destination

Untuk memenuhi kebutuhan puluhan masyarakat di tiga daerah dikota Palembang yaitu Kecamatan Alang-Alang Lebar, Kelurahan Sematang Borang dan dari Booster

Kecamatan Kertapati ke Kecamatan Plaju. Jalur rute terpendek dari pusat menuju kecamatan-kecamatan tersebut akan dibahas secara manual satu persatu sebagai berikut:

1. Berikut ini jalur pipa rute terpendek dari pusat PDAM Tirta Musi menuju Kecamatan Alang-Alang Lebar.

Iterasi	Titik	Label	Status
0	1	(0, -)	Permanen
1	2	(2, 1)	Permanen
	3	(2, 1)	Sementara ⁽¹⁾
	4	(3, 1)	Sementara
2	4	(5, 2)	Sementara ⁽²⁾
	5	(3, 2)	Sementara
	9	(5, 2)	Permanen
3	11	(8, 9)	Sementara
	12	(10, 9)	Sementara
	14	(11, 9)	Permanen

Dengan rute terpendek : 1, 2, 9, 14

$$= 2 + 3 + 6 = 11$$

Jarak dari titik 1 (Ilir Barat 1) menuju titik 14 (Alang-Alang Lebar) adalah 11.

Keterangan :

- (1) Dalam pemilihan rute jalur pipa PDAM Tirta Musi dari pusat menuju kecamatan alang-alang lebar tidak melalui titik 3 (3 Ilir) karena apabila melalui titik 3 maka hanya akan sampai pada titik 13 (Sako Kenten) ini berarti tidak bisa sampai ke titik tujuan yaitu titik 14 (Alang-Alang Lebar). Berikut iterasi apabila melalui titik 3 .

Tabel 5. 1 Hasil Iterasi Apabila Melalui Titik 3

Iterasi	Titik	Label	Status
0	1	(0, -)	Permanen
1	2	(2, 1)	Sementara
	3	(2, 1)	Permanen
	4	(3, 1)	Sementara
2	6	(4, 3)	Permanen
	8	(5, 3)	Sementara
	10	(7, 3)	Sementara
3	10	(6, 6)	Permanen*
	13	(6, 6)	Permanen

*) Apabila dilanjutkan pada titik 10 maka akan terhenti juga pada titik 13

Tabel 5. 2 Titik terakhir untuk Iterasi Melalui Titik 3

Iterasi	Titik	Label	Status
4	13	(7, 10)	Permanen

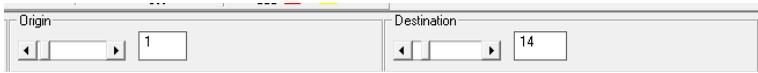
(2) Dalam pemilihan rute jalur pipa PDAM Tirta Musi dari pusat menuju kecamatan alang-alang lebar tidak melalui titik 4 (kertapati) karena apabila melalui titik 4 maka hanya akan sampai pada titik 8 (Plaju) ini berarti tidak bisa sampai ke titik tujuan yaitu titik 14 (Alang-Alang Lebar). Berikut iterasi apabila melalui titik 4 :

Tabel 5. 3 Hasil Iterasi Apabila Melalui Titik 4

Iterasi	Titik	Label	Status
0	1	(0, -)	Permanen
1	2	(2, 1)	Permanen
	3	(2, 1)	Sementara
	4	(3, 1)	Sementara
2	4	(5, 2)	Permanen
	5	(3, 2)	Sementara
	9	(5, 2)	Sementara

3	3	(10, 4)	Sementara
	7	(7, 4)	Permanen
	8	(10, 4)	Sementara
4	3	(11, 7)	Sementara
	8	(10, 7)	Permanen

Untuk menyelesaikan analisis jaringan pipa PDAM Tirta Musi dari pusat yaitu node 1 menuju node 14 (Alang-Alang Lebar) dengan menentukan titik mulainya jalur dan tujuan, maka masukkan angka titik awal pada origin dan angka titik tujuan pada destination seperti pada gambar berikut.



Gambar 5. 10 Angka Titik Awal Pada Origin dan Angka Titik Tujuan Pada Destination

Setelah menginput titik-titik tersebut, selanjutnya dengan meng-klik tombol *solve* pada *toolbar* atau dari menu *File – Solve*, atau dengan menekan tombol F9 pada keyboard dengan hasil sebagai berikut. Dari langkah-langkah diatas maka didapatkan hasil dari PDAM Tirta Musi menuju Kecamatan Alang-Alang Lebar :

Networks Results				
(untitled) Solution				
Total distance = 11	Start node	End node	Distance	Cumulative Distance
Branch 1	1	2	2	2
Branch 6	2	9	3	5
Branch 20	9	14	6	11

Gambar 5. 11 Hasil Akhir

Dimana total jarak adalah 11, dengan rute yaitu 1, 2, 9, 14. Dimulai dari titik 1 (Pusat PDAM Tirta Musi) ke titik 2

(Karanganyar), lalu ke titik 9 (Rambutan) kemudian ke titik tujuan 14 (Alang-Alang Lebar).

2. Berikut ini jalur pipa rute terpendek dari pusat PDAM Tirta Musi menuju Kelurahan Sematang Borang

Tabel 5. 4 Jalur Pipa Rute Terpendek dari Pusat PDAM

Iterasi	Titik	Label	Status
0	1	(0, -)	Permanen
1	2	(2, 1)	Sementara ⁽³⁾
	3	(2, 1)	Permanen
	4	(3, 1)	Sementara
2	6	(4, 3)	Permanen
	8	(5, 3)	Sementara
	10	(7, 3)	Sementara
3	10	(6, 6)	Permanen
	13	(6, 6)	Sementara

Dengan rute terpendek : 1, 3, 6, 10 = 2 + 2 + 2 = 6

Jarak dari titik 1 (Ilir Barat 1) menuju titik 10 (Sematang Borang) adalah 6.

Keterangan :

- (3) Dalam pemilihan rute jalur pipa PDAM Tirta Musi dari pusat menuju kelurahan sematang borang tidak melalui titik 2 (Karanganyar) karena apabila melalui titik 2 maka tidak bisa sampai ketitik tujuan dan akan berakhir pada titik 14 (alang-alang lebar) seperti halnya pada pem-bahasan sebelumnya pada 3.4.1.

Dengan menggunakan cara yang sama seperti pada rute PDAM Tirta Musi menuju Alang-Alang Lebar, berikut hasil dari aplikasi QM untuk rute terpendek dari titik 1 (Pusat PDAM Tirta Musi) menuju titik 10 (Sematang Borang). Dimana pada toolbar origin diisi nilai 1 dan pada

toolbar destination diisi nilai 10 untuk titik 10, seperti berikut:



Gambar 5. 12 Toolbar Origin dan Destination

Adapun hasil yang diperoleh yaitu :

The screenshot shows a window titled 'Networks Results' with a sub-header '(untitled) Solution'. It contains a table with the following data:

Total distance = 6	Start node	End node	Distance	Cumulative Distance
Branch 2	1	3	2	2
Branch 7	3	6	2	4
Branch 15	6	10	2	6

Gambar 5. 13 Hasil Akhir

Total jarak adalah 6, dengan rute yaitu 1, 3, 6, 10. Dimulai dari titik 1 (Pusat PDAM Tirta Musi) ke titik 3 (3 Ilir), lalu ke titik 6 (Kalidoni) kemudian ke titik tujuan 10 (Sematang Borang).

3. Berikut ini jalur pipa rute terpendek dari Booster Kertapati menuju Plaju

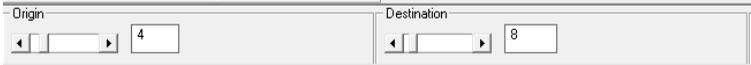
Iterasi	Titik	Label	Status
0	4	(0, -)	Permanen
1	3	(5, 4)	Sementara
	7	(2, 4)	Sementara
	8	(5, 4)	Permanen

Dengan rute terpendek : 4, 8 = 5

Jarak dari titik 4 (Kertapati) menuju titik 8 (Plaju) adalah 5.

Dengan menggunakan cara yang sama seperti pada rute PDAM Tirta Musi menuju Alang-Alang Lebar dan Sematang

Borang, berikut hasil dari aplikasi QM untuk rute terpendek dari titik 4 (Booster Kertapati) menuju titik 8 (Plaju). Dimana pada toolbar origin diisi nilai 4 dan pada toolbar destination diisi nilai 8 untuk titik 8, seperti berikut :



Gambar 5. 14 *Toolbar Origin dan Destination*

Diperoleh hasil sebagai berikut :

The screenshot shows a window titled 'Networks Results' with a sub-header '(untitled) Solution'. Below the header is a table with the following data:

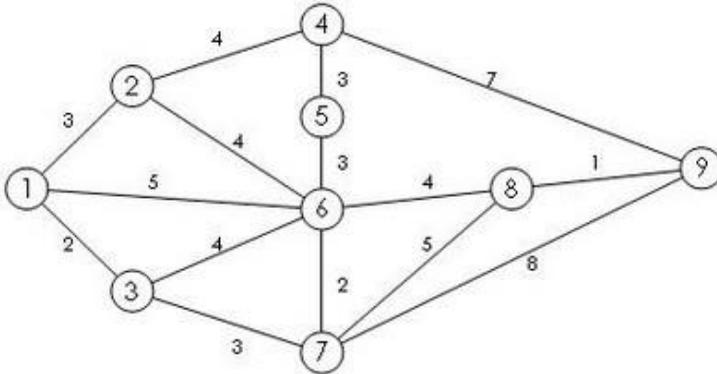
Total distance = 5	Start node	End node	Distance	Cumulative Distance
Branch 12	4	8	5	5

Tabel 5. 5 Hasil Akhir

Adapun total jarak adalah 5, dengan rute yaitu 4, 8. Dimulai dari titik 4 (Kertapati) langsung ke titik 8 (Plaju).

2. Pohon Rentang Minimum (*MinimumSpanning Tree*)

Gedung Istec Corporation yang baru memiliki beberapa ruangan dan tiap ruangan membutuhkan 1 lubang aliran listrik (steker). Teknisi listrik akan menyalurkan listrik dari ruang bagian depan sampai keseluruhan ruangan dengan total panjang kabel yang seefisien mungkin. Adapun jarak antar ruangan dapat digambarkan dalam gambar jaringan berikut ini, sedangkan bagian depan digambarkan sebagai node-1.

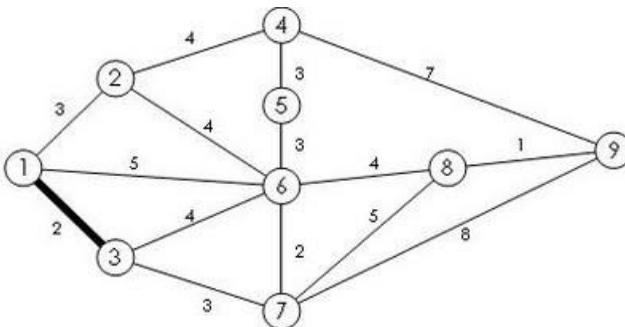


Gambar 5. 15 Aliran Listril Gedung Istec Corporation

Manual Solver

- Karena node-1 adalah ruangan terdepan yang menjadi sumber aliran listrik utama, maka node-1 akan dijadikan sebagai patokan dalam jaringan. Node yang paling dekat dengan node-1 adalah node dengan jarak 2 meter, sehingga kita hubungkan node 1 dengan node-3.

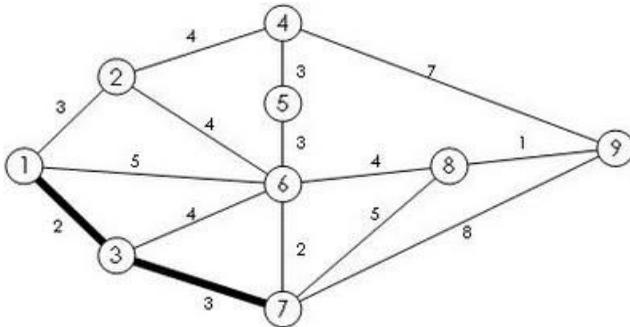
Langkah 1



- Kemudian kita lihat node-node terdekat yang belum terhubung dengan node 1 dan 3, yaitu node 7, 6 dan 2.

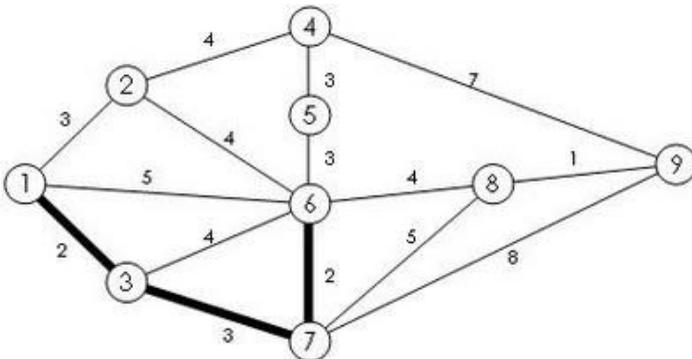
Yang terdekat dengan node 3 adalah node 7 dengan jarak 3 meter. Kemudian node 3 dan node 7 dapat dihubungkan.

Langkah 2



- Node yang belum terhubung terdekat dengan node 1, 3 dan 7 adalah node 6 dengan panjang 2 meter.

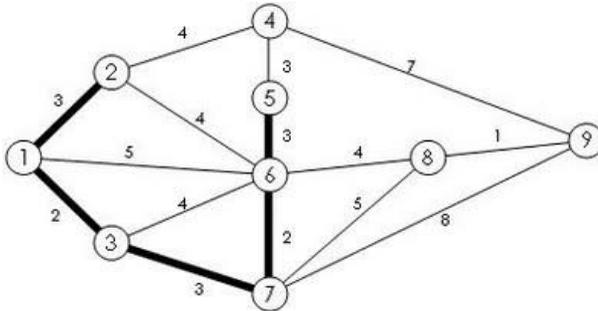
Langkah 3



- Node yang belum terhubung dan dekat dengan node 1,3,7 dan 6 adalah 5 dan 2. Node 5 dapat terhubung dengan node 6 dengan jarak 3 meter, sedangkan node 2

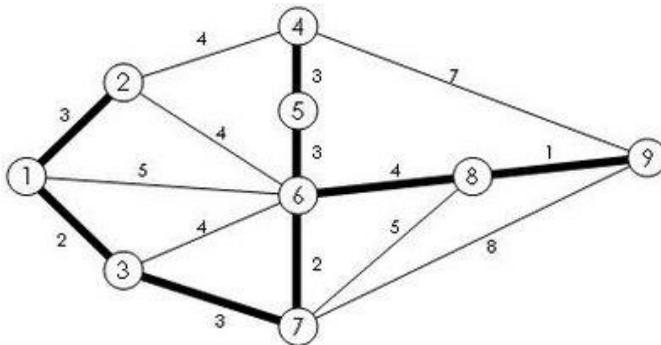
dapat dihubungkan dengan node-1 dengan jarak 3 meter.

Langkah 4



- Sisa node yang belum terhubung adalah node 8, 4 dan 9. Node 4 dapat dihubungkan dengan node 5 dengan jarak 3 meter, dan untuk mencapai node 9 total jarak terdekat lebih pendek jika ditempuh dari node 8 ke 9 dari pada melalui node 4.

Langkah 5



- Karena seluruh node telah terhubung atau telah terkait dalam satu jaringan, maka solusi di atas telah optimum.

Jadi teknisi listrik dapat memulai merentangkan kabelnya dengan menghubungkan node 1 - 2, 1 - 3, 3 - 7, 6 - 7, 5 - 6, 4 - 5, 6 - 8, 8 - 9. Panjang kabel yang dibutuhkan adalah : 21 meter.

Kondisi 1 ; $C = \{ 1 \}$, $\hat{C} = \{ 2,3,4,5,6,7,8,9 \}$
 Iterasi 2 ; $C = \{ 1,3 \}$, $\hat{C} = \{ 2,4,5,6,7,8,9 \}$
 Iterasi 3 ; $C = \{ 1,3,7 \}$, $\hat{C} = \{ 2,4,5,6,8,9 \}$
 Iterasi 4 ; $C = \{ 1,3,7,6 \}$, $\hat{C} = \{ 2,4,5,8,9 \}$
 Iterasi 5 ; $C = \{ 1,3,7,6 \}$, $\hat{C} = \{ 4,8,9 \}$
 Iterasi 6 ; $C = \{ 1,3,7,6,5,2,4 \}$, $\hat{C} = \{ 8,9 \}$

Iterasi 7 ; $C = \{ 1,3,7,6,5,2,4,8,9 \}$, $\hat{C} = \{ 0 \}$

Iterasi Optimum ; $C = [1,3,7,6,5,2,4,8,9]$, $\hat{C} = [0]$

Jumlah Kabel untuk mencapai keseluruhan ruangan di Gedung Istec ;

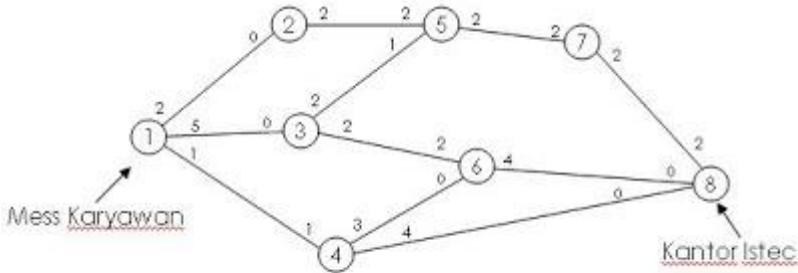
- 1 - 2 = 3 meter 6 - 7 = 2 meter
- 1 - 3 = 2 meter 5 - 6 = 3 meter
- 3 - 7 = 3 meter 4 - 5 = 3 meter
- 6 - 8 = 4 meter 8 - 9 = 1 meter
- 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 3 + 4 + 1 = 21 meter

Sehingga total panjang kabel terefisien yang digunakan untuk keseluruhan ruangan dalam gedung adalah 21 meter .

Maximal flow (Arus Maksimal)

Arus kendaraan maksimum dari Mess Karyawan ke Kantor Istec

Kali ini masalah yang diangkat adalah masalah maximum flow of cars (arus kendaraan maksimum) yang melewati jalan penghubung antara Mess karyawan dengan kantor baru. Jalan penghubung tersebut dapat digambarkan dalam gambar jaringan di bawah ini:



Note : arus kendaraan dalam ratusan mobil per jam

Gambar 5. 16 Arus Kendaraan Perjam

Sebelum menjelaskan ke pemecahan masalah, maka perlu dijelaskan terlebih dahulu arti dari angka-angka yang terdapat pada tiap cabang. Cabang yang menghubungkan antara node-1 dengan node-2 memuat angka 2 dan 0, maksudnya adalah :

- Arus maksimal kendaraan yang dapat melintasi jalan dari node-1 ke node-2 adalah 200 mobil per jam
- Arus dari node-2 ke node-1 adalah 0 mobil per jam, artinya tidak ada arus dari node-2 ke node-1 (arus hanya searah dari node-1 ke node-2)

Interpretasi di atas juga dapat diterapkan pada cabang-cabang lain yang menghubungkan antar node. Permasalahannya adalah berapakah arus maksimum dari jalan yang menghubungkan mess karyawan dengan kantor?

Untuk menjawab permasalahan ini, maka diambil langkah-langkah penyelesaian yang dibuat oleh L.R. Ford Jr dan D.R. Fulkerson sebagai berikut :

1. Pilihlah secara arbitrer garis edar dalam jaringan tersebut dari titik awal ke tujuan

2. Sesuaikan kapasitas pada setiap node dengan mengurangi arus maksimal untuk garis edar yang dipilih pada langkah pertama
3. Tambahkan arus maksimal sepanjang garis edar ke arus berlawanan arah pada setiap node
4. Ulangi langkah 1,2 dan 3 sampai tidak ada lagi garis edar dengan kapasitas arus yang tersedia.

BAB 6

PERSEDIAAN

A. Definisi Persediaan

Persediaan didefinisikan sebagai barang jadi yang disimpan atau digunakan untuk dijual pada periode mendatang, yang dapat berbentuk bahan baku yang disimpan untuk diproses, barang dalam proses manufaktur dan barang jadi yang disimpan untuk dijual maupun diproses. Untuk lebih jelasnya mengenai persediaan, maka akan dipaparkan pengertian persediaan. Pengertian persediaan akan dijelaskan dari beberapa defenisi berikut.

1. Starr dan Miller (1997) menjelaskan bahwa *inventory is theory hardly enquires education and inventory immediately brings to minds a stock of some kind of physical commodity*.
2. Rangkuti (2007) menyatakan bahwa persediaan adalah bahan-bahan, bagian yang disediakan, dan bahan-bahan dalam proses yang terdapat dalam perusahaan untuk proses produksi, serta barang-barang jadi atau produk yang disediakan untuk memenuhi permintaan dari konsumen atau pelanggan setiap waktu.
3. Baroto (dalam Riggs, 1976) menyatakan bahwa persediaan adalah bahan mentah, barang dalam proses (*work in process*), barang jadi, bahan pembantu, bahan pelengkap, komponen yang disimpan dalam antisipasinya terhadap pemenuhan permintaan.

Dari definisi di atas, dapat disimpulkan bahwa persediaan adalah material yang berupa bahan baku, barang setengah jadi, atau barang jadi yang disimpan dalam suatu tempat atau gudang dimana barang tersebut menunggu untuk diproses atau diproduksi lebih lanjut. Setiap perusahaan perlu mengadakan persediaan untuk menjamin kelangsungan hidup usahanya. Adapun alasan perlunya mengadakan persediaan, antara lain:

- a) Adanya unsur ketidakpastian permintaan (permintaan yang mendadak)
- b) Adanya unsur ketidakpastian pasokan dari para supplier
- c) Adanya unsur ketidakpastian tenggang waktu pemesanan

1. Fungsi Persediaan

Pengendalian persediaan mempunyai beberapa fungsi, antara lain:

1) Siklus Persediaan (*Inventory Cycle*)

Pengendalian persediaan mempunyai fungsi sebagai siklus persediaan yang artinya berkaitan dengan membeli atau menyediakan dalam jumlah lebih besar dari yang dibutuhkan. Alasannya karena faktor ekonomis, dengan jumlah yang besar akan mendapatkan diskon besar pula.

2) Persediaan pengaman (*Safety Stock*)

Persediaan mempunyai fungsi mencegah terhadap ketidakpastian (*uncertainties*) persediaan. Artinya sebelum persediaan habis maka perusahaan harus mempersiapkan sejumlah persediaan, jika di suatu saat ternyata persediaan habis sedang pemesanan kembali tidak bisa tersedia seketika itu.

2. Tujuan Persediaan

Suatu perusahaan mengadakan pengendalian persediaan mempunyai tujuan, antara lain:

1) Layanan pelanggan

Persediaan barang merupakan salah satu layanan kepada pelanggan apabila ada permintaan mendadak dari pelanggan.

2) Memperlancar proses produksi

Pengendalian persediaan dalam suatu perusahaan akan memperlancar proses produksi karena kebutuhan barang atau bahan baku dalam proses produksi tidak mengalami kekurangan.

3) Mengantisipasi *stockout*

Pengendalian persediaan bertujuan untuk mengantisipasi adanya kekosongan barang atau *stockout*.

4) Fluktuasi harga

Adanya kenaikan penurunan harga akan dapat diantisipasi apabila adanya persediaan yang lebih dalam suatu perusahaan.

3. Komponen Biaya Persediaan

Dalam pengendalian persediaan, persoalan utama yang ingin dicapai adalah meminimumkan total biaya operasi perusahaan. Dalam menentukan jumlah yang dipesan pada setiap kali pemesanan, pada dasarnya harus dipertemukan dua titik ekstrim yaitu memesan dalam jumlah sebesar-besarnya dan memesan dalam jumlah yang sekecil-kecilnya. Jenis-jenis biaya yang perlu diperhitungkan dalam mengevaluasi persoalan persediaan adalah:

1) *Ordering cost* dan *Procurement cost*

Merupakan total biaya pemesanan dan pengadaan komoditas hingga siap untuk dipergunakan. Biaya ini contohnya biaya pengangkutan, pengumpulan, penempatan di gudang dan lainnya. Total biaya pemesanan dikelompokkan menjadi dua, yaitu kelompok biaya pemesanan yang bersifat tetap (*fixed*) atau *ordering cost* dan kelompok biaya pemesanan yang bersifat berubah-ubah (*variable*) atau *procurement cost*.

2) *Holding cost* atau *carryng cost*

Biaya ini timbul karena perusahaan menyimpan persediaan. Sebagian besar merupakan biaya penyimpanan fisik, asuransi dan pajak.

3) *Shortage cost*

Biaya ini terjadi apabila ada permintaan terhadap barang yang kebetulan sedang tidak tersedia atau stok habis.

4. Macam-macam Model Persediaan

Pada dasarnya model persediaan dibagi menjadi 2 kelompok utama, yaitu:

1) Model deterministik

Semua parameter-parameternya diasumsikan diketahui dengan pasti.

2) Model stokastik

Nilai-nilai parameternya tidak diketahui dengan pasti, berupa nilai-nilai acak.

5. Berikut adalah jenis-jenis model persediaan deterministik

- 1) Model kuantitas pesanan ekonomis (EOQ) Klasik
- 2) Model EOQ *Back Order*
- 3) Model EOQ *Fixed Production Rate*
- 4) Model EOQ *Quantity Discount*
- 5) Analisis ABC

B. EQQ Klasik atau Sederhana

Model kuantitas pesanan ekonomis ini merupakan salah satu teknik pengendalian yang paling tua dan paling dikenal secara luas. Teknik ini relative mudah digunakan namun didasarkan pada beberapa asumsi, yaitu :

- Barang yang dipesan dan disimpan hanya barang sejenis (homogen).
- Permintaan per periode diketahui dan konstan
- *Ordering cost* konstan
- *holding cost* berdasarkan rata-rata persediaan
- harga per unit barang konstan
- barang yang dipesan segera tersedia (tidak diijinkan *back order*).

Sedangkan parameter-parameter yang digunakan adalah:

k = *ordering cost* per pemesanan atau biaya setiap kali pesan

A = jumlah barang yang dibutuhkan dalam 1 periode (misal 1 tahun)

c = *procurement cost* per unit barang yang dipesan.

h = *holding cost* per unit nilai persediaan

T = waktu antara pemesanan

Q = merupakan jumlah barang yang dipesan secara periodik

TAC = Total *annual cost* (total biaya persediaan tahunan)

Model Matematika EOQ:

$$TAC = \text{ordering cost } (k) + \text{holding cost } (h)$$

Dalam model persoalan persediaan akan dicari berapa jumlah pemesanan (Q) sehingga total biaya persediaan tahunan (TAC) mencapai minimum.

- Lamanya T (waktu antara pemesanan) sama dengan proporsi kebutuhan selama satu periode (A):

$$T = \frac{Q}{A}$$

- Menghitung frekuensi pemesanan:

$$\text{Frekuensi pemesanan} = \frac{A}{Q}$$

- Jika frekuensi pemesanan dikali dengan biaya setiap pemesanan (k), akan diperoleh:

$$\text{Biaya pemesanan tahunan (Annual ordering cost)} = \left(\frac{A}{Q}\right)k$$

- Rata-rata persediaan untuk setiap siklus:

$$\text{Rata-rata persediaan} = \frac{Q}{2}$$

- Menghitung biaya penyimpanan (*holding cost*):

Biaya penyimpanan (*holding cost*) per unit barang = hc

Sehingga didapat biaya penyimpanan tahunan (*Annual holding cost*):

$$hc\left(\frac{Q}{2}\right)$$

- Dalam satu periode (tahun) dibutuhkan A unit barang untuk pengadaan (*procurement*) dan biaya pengadaan sebesar c setiap unit barang sehingga:

Biaya pengadaan tahunan (*Annual procurement cost*) = Ac

Dari semua rumus perhitungan di atas maka akan didapat rumus total biaya persediaan tahunan :

$$\text{Total Annual Cost (TAC)} = \left(\frac{A}{Q}\right)k + hc\left(\frac{Q}{2}\right)$$

Seperti yang dijelaskan di atas tujuan dari model persoalan persediaan adalah mencapai TAC yang minimum. TAC mencapai minimum jika antara fungsi *annual order cost* dan total *annual holding cost* mempunyai nilai yang sama:

$$hc\left(\frac{Q}{2}\right) = \left(\frac{A}{Q}\right)k$$

$$Q^2 = \frac{2Ak}{hc}$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2Ak}{hc}}$$

Contoh:

Sebuah supermarket mampu menjual 10400 galon susu setiap tahunnya. Setiap galon menanggung biaya \$2 untuk sampai ke gudang. Agen meminta bayaran \$40 untuk pemesanan (tidak tergantung pada berapa pun jumlah pesanan). Karena modal yang ada pada susu dipinjam dari bank, maka supermarket harus membayar bunga sebesar 10% per tahun, disamping itu harus membayar pajak atas barang-barang yang disimpannya sebesar 5% dan juga asuransi 5% dari nilai persediaan rata-rata.

Selama ini supermarket memesan 200 galon per minggunya. Dari sudut pandang biaya yang relevan apakah kebijakan supermarket mengenai pengendalian persediaan susu ini sudah benar (optimal)?

Penyelesaian

$$k = \$40/\text{pesanan}$$

$$A = 10400 \text{ galon/tahun}$$

$$c = \$2/\text{galon}$$

$h = 0,2\$/\text{nilai susu persediaan (jumlah dari bunga, pajak dan asuransi)}$

$$Q = 200 \text{ galon/minggu}$$

$$\begin{aligned} TAC &= \left(\frac{A}{Q}\right)k + hc\left(\frac{Q}{2}\right) \\ &= (10400/200)40 + (0,2)(2)(200/2) \\ &= 2080 + 40 \\ &= \$3120/\text{tahun} \end{aligned}$$

TC minimum dengan formula wilson:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2Ak}{hc}}$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2(10400)(40)}{(0,2)(2)}} = \sqrt{2080000} = 1442,22 \text{ galon}$$

Sedangkan waktu optimal antara dua pemesanan:

$$T^* = Q^*/A = 1442,22/10400 = 0,139 \text{ tahun } (\pm 50 \text{ hari})$$

Jadi Total minimum *annual cost relevant*:

$$\begin{aligned} TC &= \left(\frac{A}{Q}\right)k + hc\left(\frac{Q}{2}\right) \\ &= (10400/1442,22)40 + (0,2)(2)(1442,22/2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= 288,44 + 288,44 \\ &= \$576,88/\text{tahun} \end{aligned}$$

Terlihat bahwa total annual cost optimum jauh lebih kecil bila dibandingkan total annual cost yang selama ini diterapkan supermarket. Jadi kebijakan supermarket selama ini dalam pengendalian persediaan susu tidak benar. Akan lebih baik jika supermarket melakukan pemesanan dengan frekuensi setiap 7 minggu sekali dengan jumlah setiap kali pemesanan adalah 1442,22 galon.

1. Model EOQ *Back Order*

Pada model EQO sederhana sebelumnya sudah dijelaskan diasumsikan tidak ada *back order* yang berarti bahwa pelanggan akan mencari ke tempat lain untuk mendapatkan barang yang diinginkan jika stok habis. Model EOQ *back order* digunakan apabila suatu perusahaan mengizinkan tetap menjual barang kepada pelanggan meskipun barang tersebut tidak ada lagi persediaannya atau stok habis dengan cara pesanan dapat diambil kemudian atau yang disebut *back order*.

Sedangkan parameter-parameter yang digunakan adalah:

k = *ordering cost* per pemesanan atau biaya setiap kali pesan

A = jumlah barang yang dibutuhkan dalam 1 periode (misal 1 tahun)

c = *procurement cost* per unit barang yang dipesan.

h = *holding cost* per unit nilai persediaan

T = waktu antara pemesanan

S = jumlah persediaan barang pada setiap awal siklus persediaan

p = *shortage cost* atau biaya yang dikeluarkan karena stok habis

Q = merupakan jumlah barang yang dipesan secara periodik

TC = *Total annual relevant cost*

Model Matematika :

$$TC = \text{ordering cost (k)} + \text{holding cost (h)} + \text{shortage cost (p)}$$

- Mencari *Ordering cost* sama dengan model sebelumnya
- Menghitung biaya penyimpanan (*holding cost*):

$$\text{Biaya penyimpanan} = \frac{hcS^2}{2A}$$

Sehingga didapat biaya penyimpanan tahunan (*annual holding cost*) dengan mengalikan frekuensi pemesanan dalam setahun (A/Q):

$$\text{Annual holding cost} = \frac{hcS^2}{2Q}$$

- Menghitung biaya tahunan *shortage cost* :

$$\text{Annual shortage cost} = \frac{p(Q-S)^2}{2Q}$$

Sehingga didapat :

$$TC = \left(\frac{A}{Q}\right)k + \frac{hcS^2}{2Q} + \frac{p(Q-S)^2}{2Q}$$

Dengan menghitung turunan parsial fungsi TC terhadap Q dan S akan diperoleh kuantitas pesanan dan persediaan optimal:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2Ak}{hc}} \times \sqrt{\frac{p+hc}{p}}$$

$$S^* = \sqrt{\frac{2Ak}{hc}} \times \sqrt{\frac{p}{p+hc}}$$

Sedangkan tenggang waktu antara satu pemesanan dengan lainnya:

$$T^* = \frac{Q^*}{A}$$

Contoh:

Menyambung dari contoh sebelumnya, misal susu merk tersebut merupakan barang konsumsi yang sudah menjadi kesukaan dan cocok untuk pelanggan tertentu. Dan ia bersedia mememesannya bila persediaan sedang kosong. Andaikan untuk supermarket itu dibebani 0,1 sen dolar per galon per hari sebagai *shortage cost* karena persediaan susu sedang kosong, maka dalam setahun (365 hari) $p = \$0,365$ per galon, apabila:

$$k = \$40/\text{pesanan}$$

$$A = 10400 \text{ galon/tahun}$$

$$c = \$2/\text{galon}$$

$$h = 0,2/\$ \text{ nilai susu dalam persediaan}$$

maka:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2(10400)(40)}{(0,2)(2)}} \times \sqrt{\frac{0,365+(0,2)(2)}{0,365}}$$

$$= 2088 \text{ galon}$$

$$S^* = \sqrt{\frac{2(10400)(40)}{(0,2)(2)}} \times \sqrt{\frac{0,365}{0,365+(0,2)(2)}}$$

$$= 996 \text{ galon}$$

Dan

$$T^* = \frac{2088}{10400} = 0,2 \text{ tahun atau } 73 \text{ hari}$$

Penjelasan:

Dari perhitungan di atas maka kebijakan yang optimal adalah 2088 galon yang dipesan setiap 73 hari. $S^* = 996$ galon adalah merupakan persediaan yang disimpan dan selebihnya ($Q^* - S^* = 1092$ galon) dipergunakan untuk melayani permintaan yang belum terpenuhi (*back order*).

Sedangkan *total annual relevant cost* dalam kebijakan tersebut:

$$\begin{aligned} TC &= \left(\frac{A}{Q}\right)k + \frac{hcS^2}{2Q} + \frac{p(Q-S)^2}{2Q} \\ &= \left(\frac{10400}{2088}\right)40 + \frac{(0,2)(2)(996)^2}{2(2088)} \\ &= \$398,48 \text{ per tahun} \end{aligned}$$

Dengan adanya tambahan *shortage cost* tidak menyebabkan *total annual relevant cost* lebih besar.

2. Model EOQ *Fixed Production Rate*

Model ini harus dikaitkan dengan tingkat produksi dari perusahaan yang menjadi pemasok barang atau produsen. Model ini menggunakan asumsi-asumsi yang harus dipenuhi sebagai berikut:

- Tingkat permintaan konstan
- Tingkat produksi dari pemasok konstan
- Tingkat produksi lebih besar dari tingkat permintaan per tahun
- *Lead time* konstan
- tidak diijinkan adanya *back order*

Parameter-parameter yang digunakan:

k = *ordering cost* per pemesanan atau biaya setiap kali pesan

A = jumlah barang yang dibutuhkan dalam 1 periode (misal 1 tahun)

B = jumlah produksi dalam 1 periode (1 tahun)

h = *holding cost* per unit nilai persediaan

T = waktu antara pemesanan

Q = merupakan jumlah barang yang dipesan secara periodik

TC = *Total annual relevant cost*

Model matematika :

- untuk melaksanakan satu *production run (set up)* dibutuhkan biaya yang dikenal sebagai *set up cost*:

$$\text{Annual set up cost} = \left(\frac{A}{Q}\right)k$$

- Biaya penyimpanan tahunan atau *annual holding cost* dapat dicari dengan cara mengkalikan jumlah siklus persediaan per tahun terhadap *holding cost* tiap siklus:

$$\text{Annual holding cost} = hc \left(\frac{Q}{2}\right) \left(\frac{B-A}{B}\right)$$

Sehingga didapat *total annual relevant cost*:

$$TC = \left(\frac{A}{Q}\right)k + hc \left(\frac{Q}{2}\right) \left(\frac{B-A}{B}\right)$$

Jumlah produksi yang mengakibatkan setup cost dan holding cost mencapai minimum dikenal sebagai *economic production quantity* (EPQ). Untuk memperoleh jumlah produksi yang optimal :

$$Q^* = \sqrt{\frac{2Ak}{hc(1-\frac{A}{B})}}$$

Lama setiap *production run* (T_1^*):

$$T_1^* = Q^*/B$$

Production run berikutnya akan dimulai setiap:

$$T^* = Q^*/A$$

Contoh:

Misalkan permintaan suatu produk diketahui 24.000 unit per tahun. Anggap bahwa suatu mesin menghasilkan produk tersebut dengan tingkat produksi adalah 730.000 unit per tahun. Setiap *production run* menimbulkan biaya sebesar \$100 dan biaya produksi variabel per unit adalah \$20. Besar *holding cost* tahunan adalah 10% per dolar nilai persediaan, tentukan:

- a. Besar produksi optimal
- b. Lama setiap *production run* dan *production run* berikutnya
- c. *Total annual relevant cost*-nya

Penyelesaian

a. $EOQ = \sqrt{\frac{2Ak}{hc(1-\frac{A}{B})}} = \sqrt{\frac{2(24000)(100)}{0,10(20)(1-0,329)}} = 1891,23 \text{ unit}$

b. $T_1^* = Q^*/B = EPQ/B = 1891,23/73000 = 0,0259 \text{ tahun} = 9 \text{ hari}$

$T^* = Q^*/A = EPQ/A = 1891,23/24000 = 0,0788 \text{ tahun} = 29 \text{ hari}$

c. $TC = \left(\frac{A}{Q}\right)k + hc \left(\frac{Q}{2}\right) \left(\frac{B-A}{B}\right)$

$$\begin{aligned}
 &= \left(\frac{24000}{1891,23} \right) 100 + (0,1)(2) \left(\frac{1891,23}{2} \right) \left(\frac{73000-24000}{73000} \right) \\
 &= 1269,02 + 1269,02 \\
 &= 2538,04
 \end{aligned}$$

3. Model EOQ *Quantity Discount*

Model ini didasari adanya kemungkinan potongan pembelian baik itu secara kuantitas maupun potongan harga per unit barang apabila perusahaan membeli dalam kuantitas persediaan yang lebih besar.

Prosedur penentuan EOQ adalah sebagai berikut:

- 1) Untuk setiap potongan harga hitung EOQ-nya:

$$EOQ = \sqrt{\frac{2Ak}{hc}}$$

- 2) Jika EOQ di luar jangkauan pada tiap potongan harga (tidak *feasible*) maka sesuaikan nilai EOQ (naikkan pada kuantitas terendah sehingga *feasible*).
- 3) Hitung *total cost* tiap EOQ (setelah disesuaikan)

$$TC = \left(\frac{A}{Q} \right) k + hc \left(\frac{Q}{2} \right) + Ac$$

- 4) Pilih EOQ yang menghasilkan *total cost* terendah.

Contoh:

Sebuah medical center memesan peralatan kesehatan berupa *disposal sanitary*. Kebutuhan tahunan untuk alat ini adalah 400 boks. *Holding cost*-nya bervariasi tergantung pada harga dan kuantitas (20% dari harga per boks per tahun). *Ordering cost* \$12 per pemesanan. Daftar *holding cost* dapat dilihat pada tabel. Tentukan EOQ sehingga *total cost* minimum.

Tabel 6. 1 Data Perhitungan EOQ Metode *Quantity Discount*

Kuantitas (boks)	Harga P(\$/boks)	Holding cost (\$/boks/tahun)
1-49	28	5,6
50-99	26	5,2
100 atau lebih	24	4,8

Penyelesaian:

1) Hitung EOQ pada tiap diskon harga:

$$EOQ = \sqrt{\frac{2Ak}{hc}}$$

$$EOQ_1 = \sqrt{\frac{2(400)12}{5,6}} = 41,40 = 41 \text{ boks (feasible)}$$

$$EOQ_2 = \sqrt{\frac{2(400)12}{5,2}} = 42,96 = 43 \text{ boks (tidak feasible)}$$

$$EOQ_3 = \sqrt{\frac{2(400)12}{4,8}} = 44,7 = 45 \text{ boks (tidak feasible)}$$

2) EOQ disesuaikan:

$$EOQ_1 = 41 \text{ boks}$$

$$EOQ_2 = 50 \text{ boks (d disesuaikan)}$$

$$EOQ_3 = 100 \text{ boks (d disesuaikan)}$$

3) Hitung TC tiap-tiap EOQ (setelah disesuaikan)

$$TC = \left(\frac{A}{Q}\right)k + hc \left(\frac{Q}{2}\right) + Ac$$

$$TC_1 = \left(\frac{400}{41}\right) 12 + (0,2) (28) \left(\frac{41}{2}\right) + 400 (28) = 11431,87$$

$$TC_2 = \left(\frac{400}{50}\right) 12 + (0,2) (26) \left(\frac{41}{2}\right) + 400 (26) = 10626$$

$$TC_3 = \left(\frac{400}{100}\right) 12 + (0,2) (24) \left(\frac{41}{2}\right) + 400 (24) = 9884 \text{ (min)}$$

Dari hasil perhitungan langkah 3 ternyata nilai terendah total cost adalah \$9884 dicapai pada EOQ 100 boks

Analisis ABC

Dalam analisis ini, persediaan dibedakan berdasarkan nilai investasi yang terpakai dalam satu periode. Biasanya, persediaan dibedakan dalam tiga kelas, yaitu A, B, dan C berdasarkan atas nilai persediaan. Yang dimaksud dengan nilai dalam klasifikasi ABC bukan harga persediaan per unit, melainkan volume persediaan yang dibutuhkan dalam satu periode (biasanya satu tahun) dikalikan dengan harga per unit. Kriteria masing-masing kelas dalam klasifikasi ABC, sebagai berikut :

1. Kelas A – Persediaan yang memiliki volume tahunan rupiah yang tinggi. Kelas ini mewakili sekitar 70% dari total persediaan, meskipun jumlahnya hanya sedikit, biasa hanya 20% dari seluruh item. Persediaan yang termasuk dalam kelas ini memerlukan perhatian yang tinggi dalam pengadaannya karena dalam kelas ini memerlukan perhatian tinggi dalam pengadaannya karena berdampak biaya yang tinggi. Pengawasan harus dilakukan secara intensif.
2. Kelas B – Persediaan dengan nilai volume tahunan rupiah yang menengah. Kelompok ini mewakili sekitar 20% dari total nilai persediaan tahunan, dan sekitar 30% dari jumlah item. Di sini diperlukan teknik pengendalian yang moderat.
3. Kelas C – Barang yang nilai volume tahunan rupiahnya rendah, yang mewakili sekitar 10% dari total nilai persediaan, tetapi terdiri dari sekitar 50% dari jumlah item persediaan. Di sini diperlukan teknik

pengendalian yang sederhana, pengendalian hanya dilakukan sesekali saja.

Nilai persentase di atas tidak mutlak, namun tergantung dari kebijakan perusahaan. Demikian pula jumlah kelas, tidak terbatas pada tiga kelas, tetapi dapat dilakukan untuk lebih dari tiga kelas atau kurang.

Contoh Soal :

Suatu Rumah Sakit ingin melakukan perencanaan pengadaan obat, dengan melihat data penggunaan obat periode sebelumnya, data tersebut dapat dilihat pada gambar dibawah ini :

Tabel 6. 2 Data Pengadaan Obat

No	Nama Obat	Kemasan	Harga	Jumlah
1	Amoks kap 500	100	37.000	900
2	mg	kab/bt	38.275	400
3	Kloramf cap 250	250	4.579	3.000
4	mg	kabps/bt	20.681	20
5	RL	Bt 500 ml	30.456	162
6	Diphenhidramin	30	45.500	525
7	inj	amp/ktk	65.000	120
8	Garam Oralit	100	2.400	250
9	Paracetamol 500	scap/ktk	20.669	200
10	mg	1000	105.000	200
	Aminofilin 200	tab/bt		
	mg	1000		
	Mebendazol	tab/bt		
	sirup	30 ml		
	Vitamin B	1000		
	Kompleks	tab/bt		
	Tetrasiklin kaps	1000		
		cap/bt		

Penyelesaian:**Tabel 6. 3 Solusi Penggunaan Obat Berdasarkan Kategori**

(untitled) Solution						
Item name	Demand	Price	Dollar Volume	Percent of \$-Vol	Cumultv \$-vol %	Category
Amoks cap	900	37000	33300000	26,62	26,62	A
paracetamol	525	45500	23887500	19,09	45,71	A
tetrasiklin	200	105000	21000000	16,78	62,49	B
klora mf	400	38275	15310000	12,24	74,73	B
RL	3000	4579	13737000	10,98	85,71	B
aminofilin	120	65000	7800000	6,23	91,94	C
Garam oralit	162	30456	4933872	3,94	95,89	C
vitamin B	200	20669	4133800	3,3	99,19	C
mebendazol	250	2400	600000	,48	99,67	C
Diphen	20	20681	413620	,33	100	C
TOTAL	5777		125115800			

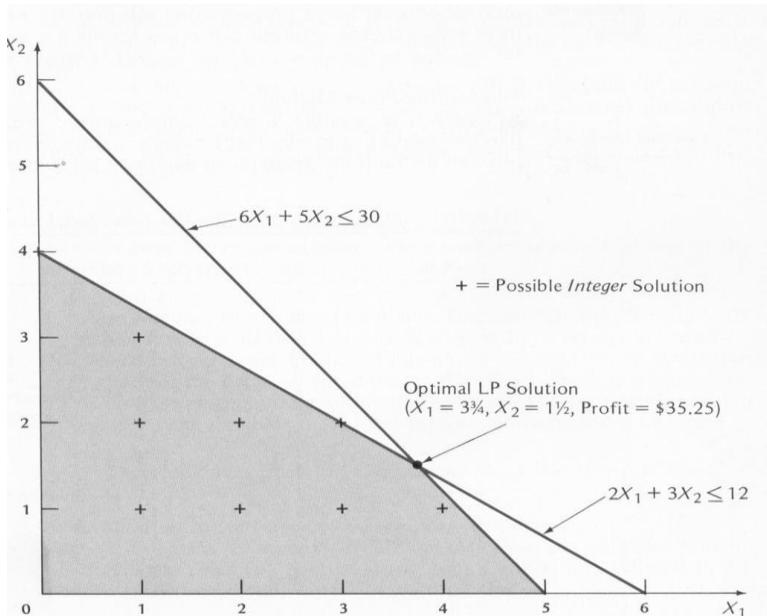
BAB 7

STRATEGI INTEGER

Sebuah perusahaan manufaktur elektronik “The Flash” memproduksi 2 buah produk kipas angin dan lampu gantung. Tiap-tiap produk tersebut membutuhkan 2 tahapan produksi, yaitu penyolderan (perakitan komponen elektronik) dan *assembling* (perakitan komponen non-elektronik) penyolderan membutuhkan waktu 2 jam untuk lampu dan 3 jam untuk kipas angin, sedangkan assembling membutuhkan waktu 6 jam untuk lampu dan 5 jam untuk kipas angin. Perusahaan tersebut hanya mempunyai waktu untuk penyolderan 12 jam dan assembling 30 jam kerja per minggu-nya. Bila lampu gantung memberikan keuntungan sebanyak Rp. 7000 dan Kipas angin memberikan keuntungan Rp. 6000 per unit, formulasi keputusan produksi perusahaan The Flash adalah sebagai berikut:

Tabel 7. 1 Maksimisasi Model dan Ketersediaan Sumberdaya

1	Maksimisasi profit =	$7X_1 + 6X_2$		
2	Ditujukan pada:	$2X_1 + 3X_2 \leq 12$	X_1	= Lampu
		$6X_1 + 5X_2 \leq 30$	X_2	=Kipas Angin



Gambar 7. 1 Grafik untuk *Integer Solution*

Dengan metode *linear programming* dapat kita hitung bahwa solusi optimal dari The Flash adalah memproduksi $3\frac{3}{4}$ Lampu dan $1\frac{1}{2}$ Kipas Angin. Kita menyadari bahwa perusahaan tidak bisa membuat dan menjual barang dalam bentuk pecahan, jadi kita memutuskan bahwa kita menghadapi permasalahan *integer programming* / pemrograman bulat.

Metode Pembulatan

Pemecahan paling mudah dari problem diatas adalah dengan melakukan pembulatan (round off) dari solusi optimal kita lakukan pembulatan menjadi $X_1 = 4$ dan $X_2 = 2$, tetapi pembulatan tersebut diluar area kemungkinan produksi (lihat grafik), jadi tidak bisa dilakukan. Pembulatan berikutnya adalah ke dalam area kemungkinan

produksi, yaitu $X_1 = 4$ dan $X_2 = 1$, produksi tersebut bisa dilakukan tetapi belum tentu merupakan solusi optimal.

Tabel 7.2 Perkiraan Keuntungan dengan Perhitungan Manual

Lampu (X_1)	Kipas Angin (X_2)	Profit (\$ $7X_1$, + \$ $6X_2$)	
0	0	0	
1	0	7	
2	0	14	
3	0	21	
4	0	28	
5	0	35	< Solusi optimal integer programming
0	1	6	
1	1	13	
2	1	20	
3	1	27	
4	1	34	< Solusi optimal <i>round off</i>
0	2	12	
1	2	19	
2	2	26	
3	2	33	
0	3	18	
1	3	25	
0	4	24	

Dari tabel diatas dapat kita ketahui bahwa solusi optimal dari permasalahan produksi tersebut adalah $X_1 = 5$ dan $X_2 = 0$ dengan total keuntungan 35. Perhatikan bahwa batasan integer ini menyebabkan keuntungan lebih rendah daripada solusi optimal dari linear programming. Hasil dari integer programming *tidak akan pernah* melebihi nilai keuntungan optimal dari solusi LP.

Tabel 7.3 Metode Branch and Bound

Metode Branch and Bound		
Dari kasus "The Flash" diatas, kita dapatkan:		
Maksimisasi profit =	$7X_1$	$+ 6X_2$
Ditujukan pada:	$2X_1$	$+ 3X_2 \leq 12$
	$6X_1$	$+ 5X_2 \leq 30$
	$X_1, X_2 \geq \text{integer } 0$	

Tabel 7.4 Model Optimasi Awal dengan Linier Programming

Dengan Linear Programming sederhana didapatkan:				
$2X_1 + 3X_2 = 12$	x3	$6X_1 + 9X_2 = 36$	$2X_1$	$+ 3X_2 = 12$
$6X_1 + 5X_2 = 30$	x1	$6X_1 + 5X_2 = 30$	$2X_1$	$+ 3(1.5) = 12$
		$4X_2 = 6$	$2X_1$	$= 7.5$
		$X_2 = 1.5$	X_1	$= 3.75$

Profit = $7(3.75) + 6(1.5) = 35.25$

Karena X_1 dan X_2 bukan bilangan bulat, maka solusi ini tidak valid, nilai keuntungan 35.25.

dijadikan batas atas awal.

Dengan metode pembulatan kebawah, kita dapatkan $X_1=3$ dan $X_2 = 1$, dengan keuntungan= 27, hasil ini feasible karena kedua variabel merupakan bilangan bulat, jadi nilai keuntungan dijadikan batas bawah.

Iterasi 1

Permasalahan diatas kemudian dibagi menjadi 2 sub problem, A dan B. kita dapat melakukan pencabangan (*branch*) pada hasil dengan variabel tidak bulat (*integer*)

Tabel 7. 5 Iterasi 1

A					
Maksimisasi:	$7X_1 + 6X_2$		Maksimisasi:	$7X_1 + 6X_2$	
Ditujukan pada:	$2X_1 + 3X_2 \leq 12$		Ditujukan pada:	$2X_1 + 3X_2$	≤ 12
	$6X_1 + 5X_2 \leq 30$			$6X_1 + 5X_2$	≤ 30
	$X_1 \geq 4$			X_1	≤ 3

Dengan metode LP sederhana didapatkan solusi:

Solusi optimal subproblem A: $X_1 = 4$, $X_2 = 1.2$, profit = 35.2

Solusi optimal subproblem B: $X_1 = 3$, $X_2 = 2$, profit = 33.0

Karena solusi subproblem B kedua variabelnya merupakan bilangan bulat, maka kita anggap sudah *feasible*, maka kita hentikan cabang tersebut dan nilai profitnya menjadi batas bawah baru. Subproblem A masih mempunyai variabel bukan bilangan bulat, maka masih diteruskan dan nilai profitnya (35.2) menjadi batas atas baru

Iterasi 2

Sub problem A kita cabangkan menjadi 2, menjadi subproblem C dan D dengan batasan tambahan untuk subproblem C adalah $X_2 \geq 2$ dan untuk subproblem D adalah $X_2 \leq 1$. Logika dari pengembangan subproblem ini adalah karena solusi optimal dari subproblem A $X_2 = 1.2$ tidak feasible, maka solusi integer haruslah berada dalam wilayah $X_2 \geq 2$ atau $X_2 \leq 1$.

Tabel 7. 6 Iterasi 2

	C		D	
Maksimisasi:	$7X_1 + 6X_2$		Maksimisasi:	$7X_1 + 6X_2$
Ditujukan pada:	$2X_1 + 3X_2$	≤ 12	Ditujukan pada:	$2X_1 + 3X_2 \leq 12$
	$6X_1 + 5X_2$	≤ 30		$6X_1 + 5X_2 \leq 30$
	X_1	≥ 3		$X_1 \leq 4,16$
	X_2	≥ 2		$X_2 \leq 1$

Subproblem C tidak mempunyai solusi karena dua batasan awal tidak terpenuhi bila ada batasan tambahan $X_1 \geq 4$ dan $X_2 \geq 2$, jadi cabang ini tidak digunakan. Solusi optimal dari cabang D adalah $X_1 = 4^{1/6}$ dan $X_2 = 1$, profit 35.16, jadi batas atas berubah menjadi 35.16.

Iterasi 3

Kita buat cabang baru E dengan batasan tambahan batasan $X_1 \leq 4$ dan F dengan batasan tambahan $X_1 \geq 5$.

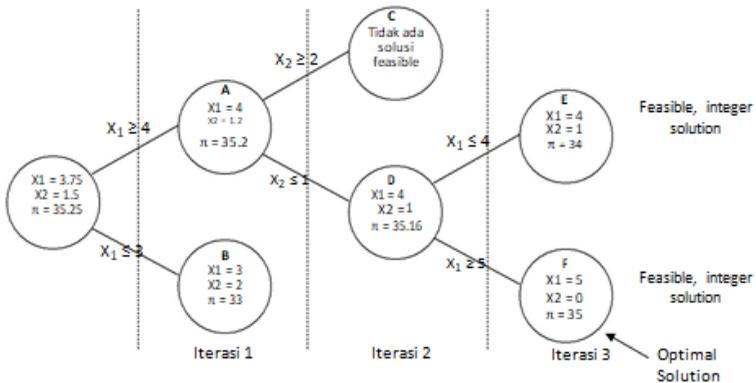
Tabel 7. 7 Iterasi 3

	E	
Maksimisasi:	$7X_1 + 6X_2$	
Ditujukan pada:	$2X_1 + 3X_2$	≤ 12
	$6X_1 + 5X_2$	≤ 30
	X_1	≤ 4
	X_2	≤ 1
Solusi optimal E adalah X_1 dengan profit 34	$= 4$ dan $X_2 = 1$	

Tabel 7. 8 Iterasi Optimal

F		
Maksimisasi:	$7X_1 + 6X_2$	
Ditujukan pada:	$2X_1 + 3X_2$	≤ 12
	$6X_1 + 5X_2$	≤ 30
	X_1	≥ 5
	X_2	≤ 0
Solusi optimal F adalah X_1		$= 5$ dan $X_2 = 0$
dengan profit 35		

Jadi solusi optimal untuk pemrograman bulat ini adalah $X_1 = 5$ dan $X_2 = 0$ dengan profit 35



Gambar 7. 2 Pohon Perentangan

BAB 8

GOAL PROGRAMMING

A. Definisi *Goal Programming*

Goal Programming merupakan bagian dari pemrograman matematis yang mirip sekali dengan linear programming. Jika pada linear programming hanya mempunyai satu fungsi tujuan, namun kenyataannya banyak persoalan yang melibatkan lebih dari satu fungsi tujuan. Selain itu, LP (*Linear Programming*) tidak selalu tepat dan layak bagi suatu permasalahan tertentu. Misalnya :

- a. Pertentangan tujuan. Manajemen mungkin menghadapi pertentangan tujuan antara meminimumkan biaya atau memaksimumkan pelayanan kepada pelanggan. Padahal tingginya tingkat pelayanan akan menjadikan biaya pelayanan semakin tinggi.
- b. Perbedaan fungsi tujuan. Misalnya, tujuannya adalah menentukan jumlah unit produksi yang akan memaksimumkan keuntungan atau memaksimumkan *marketshare*.
- c. Kesulitan mengukur tujuan. Misalnya, tujuannya adalah memaksimumkan tingkat pelayanan pada pelanggan. Hal tersebut tentunya sulit diukur.

Dalam kasus-kasus di atas, kadang tidak ada titik yang fisibel (solusi fisibel) yang bisa mengoptimalkan semua tujuan. Untuk mengatasi ini, teknik goal programming bisa digunakan. Goal programming adalah kelanjutan dari LP (*Linear Programming*) yang digunakan untuk menyelesaikan masalah program linier dengan fungsi

obyektif majemuk atau fungsi tujuan yang lebih dari satu. Adapun tiap fungsi tujuan dinyatakan sebagai goal.

Tujuan dari goal programing adalah untuk meminimumkan penyimpangan dalam mencapai tujuan suatu masalah. Oleh karena itu, setiap goal merupakan bagian dari fungsi tujuan. Jadi, pendekatan dasar yang digunakan dalam goal programing adalah meminimalkan deviasi antara sasaran yang ditetapkan dan usaha yang akan dilakukan dalam suatu himpunan kendala sistem. Dengan demikian, model program sasaran hanya melibatkan problema meminimalkan.

Model goal programing

Model goal programing merupakan perluasan dari model pemrograman linier, sehingga seluruh asumsi, notasi formulasi model matematis, prosedur perumusan model dan penyelesaiannya tidak berbeda. Perbedaannya hanya terletak pada kehadiran sepasang variabel deviasional yang akan muncul difungsi tujuan dan fungsi-fungsi kendala. goal programing adalah salah satu model matematis (empiris) yang dipakai sebagai dasar dalam pengambilan keputusan dan karenanya pendekatan goal programing ini disebut dengan pendekatan kuantitatif. goal programing dipakai untuk menjawab berbagai masalah yang pemecahannya sesuai dengan menggunakan goal programing daripada menggunakan teknik lainnya.

Di dalam goal programing, Charnes dan Cooper menghadirkan sepasang variable yang dinamakan "variable deviasional" dan berfungsi untuk menampung penyimpangan atau deviasi yang akan terjadi pada nilai ruas kiri suatu persamaan kendala terhadap nilai ruas kanannya. Agar deviasi itu minimum, artinya nilai ruas kiri suatu persamaan kendala "sebisa mungkin" mendekati nilai

ruas kanannya maka variable deviasional itu harus diminimumkan di dalam fungsi tujuan.

Pemanipulasian model pemrograman linier yang dilakukan oleh Charnr dan Cooper telah mengubah makna kendala fungsional. Bila pada model pemrograman linier, kendala-kendala fungsional menjadi pembatas bagi usaha pemaksimuman atau peminimuman fungsi tujuan, maka pada model goal programing kendala-kendala itu merupakan saran untuk mewujudkan sasaran yang hendak dicapai. Sasaran-sasaran, dalam hal ini dinyatakan sebagai nilai konstan pada ruas kanan kendala.

Sebagai contoh ; sasaran laba, anggaran yang tersedia, resiko investasi, ketersediaan bahan baku, ketersediaan jam kerja, kapasitas produksi dan lain-lain. Mewujudkan suatu sasaran, dengan demikian berarti mengusahakan agar nilai ruas kiri suatu persamaan kendala sama dengan nilai ruas kanannya. Itulah sebabnya kendala-kendala di dalam model goal programing selalu berupa persamaan dan dinamakan "kendala sasaran". Disamping itu, keberadaan sebuah kendala ditandai dengan kehadiran variable deviasional sehingga setiap kendala sasaran pasti memiliki variable deviasional.

Bentuk Umum *Goal Programming*

Bentuk umum *goalprogramming* memiliki struktur berikut:

Minimumkan :

Kendala Tujuan :

Kendala Sistem :

$k = 1, 2, \dots,$ p dan $j = 1, 2, \dots, n$

Dimana :

$d_i^- - d_i^+$ = Jumlah deviasi negatif (d_i^-) dan jumlah deviasi positif (d_i^+) terhadap jumlah tujuan b_i

A_{ij} = koefisien fungsi kendala tujuan yaitu berhubungan dengan variabel pengambilan keputusan

X_{ij} = variabel pengambilan keputusan

b_i = tujuan atau target yang ingin dicapai

g_{ij} = koefisien fungsi kendala sistem

C_k = sumber daya yang tersedia

B. Langkah-Langkah *Goal Programming*

Langkah yang harus dilakukan dalam pembentukan model *Goal Programming* antara lain:

1. Penentuan variabel keputusan, yaitu parameter-parameter yang berpengaruh terhadap keputusan.
2. Formulasi Fungsi Tujuan.
3. Menyusun persamaan matematis untuk tujuan yang telah ditetapkan. Tiap fungsi tujuan harus digambarkan sebagai fungsi variabel keputusan. $g_i = f_i(x)$, $f_i(x)$ = fungsi variabel keputusan pada tujuan ke i . Tiap fungsi harus memiliki ruas kanan dan ruas kiri. Harga menunjukkan besarnya deviasi negatif $f_i(x)$ dari b_i , sedangkan nilai d_i^+ menunjukkan besarnya nilai deviasi positif.

$$f_i(x) + d_i^- - d_i^+ = b_i \quad \text{dimana } i = 1, 2, 3, \dots, m.$$

4. Memilih tujuan absolut, yaitu tujuan yang harus dipenuhi dan ditetapkan sebagai prioritas membentuk suatu fungsi pencapaian.

5. Menetapkan tujuan pada tingkat prioritas yang tepat.
6. Menyederhanakan model, Langkah ini perlu dilakukan untuk mendapatkan model yang cukup besar sehingga model dapat mewakili semua tujuan.
7. Menyusun fungsi Pencapaian

Metode Pemecahan Masalah

Ada dua metode yang dapat digunakan dalam menyelesaikan Linier *Goal(Multi Objectives) Programming*.

1. Metode Grafis

Metode grafis digunakan untuk menyelesaikan masalah *multiobjective* dengan dua variabel. Langkah penyelesaian dengan metode grafis adalah:

- a. Menggambarkan fungsi kendala pada bidang kerja sehingga diperoleh daerah yang memenuhi kendala.
- b. Meminimumkan variabel deviasional agar sasaran-sasaran yang diinginkan tercapai dengan cara menggeser fungsi atau garis yang dibentuk oleh variabel deviasional terhadap daerah yang memenuhi kendala.

2. Metode Algoritma Simpleks

Algoritma simpleks digunakan untuk menyelesaikan masalah Linier *Goal(Multi Objectives) Programming* dengan menggunakan variabel keputusan yang lebih dari dua. Langkah-langkah penyelesaian *GoalProgramming* dengan metode algoritma simpleks adalah:

- a. Membentuk tabel simpleks awal.
- b. Pilih kolom kunci dimana $C_j - Z_j$ memiliki nilai negatif terbesar. Kolom kunci ini disebut kolom pivot.

- c. Pilih baris yang berpedoman pada bi/aij dengan rasio terkecil dimanabi adalah nilai sisi kanan dari setiap persamaan. Baris kunci ini disebut baris pivot.
- d. Mencari sistem kanonikal yaitu sistem dimana nilai elemen pivot bernilai 1 dan elemen lain bernilai nol dengan cara mengalikan baris pivot dengan -1 lalu menambahkannya dengan semua elemen dibaris pertama. Dengan demikian diperoleh tabel simpleks iterasi I.
- e. Pemeriksaan optimalitas, yaitu melihat apakah solusi sudah layak atau tidak. Solusi dikatakan layak bila variabel adalah positif atau nol.

C. Aplikasi *Goal Programming*

Dalam goal programming selalu diterapkan dalam problema pengambilan keputusan untuk alokasi sumber daya, perencanaan dan penjadwalan, dan analisis kebijaksanaan, baik di tingkat perusahaan publik atau instansi pemerintah maupun lembaga sosial nonkomersial, seperti perencanaan sumber daya manusia (tenaga kerja), perencanaan produksi dan pengendalian *inventory*, analisis kebijakan ekonomi, logistik transportasi dan lain-lainnya.

Metode goal programming telah banyak diterapkan dalam penelitian-penelitian terdahulu sebagai solusi pemecahan masalah dalam pengambilan masalah multi sasaran. Widandi Soetopo (1992), dalam jurnal "Penerapan Metode goal programming dalam Menyelesaikan Model Perencanaan pada Operasi Waduk", menggunakan metode goal programming dalam mengoperasikan waduk untuk mengetahui titik-titik kebutuhan sebaik mungkin. Hasilnya adalah pola operasi waduk dalam bentuk lepasan air bulanan waduk dan volume awal waduk. Dari penelitian

tersebut didapat bahwa kemampuan goal programming untuk memberikan level prioritas yang berbeda pada titik kebutuhan merupakan ciri tersendiri yang bisa dimanfaatkan.

Charles D & Timothy Simpson (2002), dalam paper "*goal programming Applications in Multidisciplinary Design Optimization*", mendapatkan bahwa goal programming sangat cocok digunakan untuk masalah-masalah multi tujuan karena melalui variabel deviasinya, goal programming secara otomatis menangkap informasi tentang pencapaian relatif dari tujuan-tujuan yang ada. Oleh karena itu, solusi optimal yang diberikan dapat dibatasi pada solusi feasibel yang menggabungkan ukuran-ukuran performansi yang diinginkan.

Boppana Chowdary & Jannes Slomp (2002), dalam paper "*Production Planning Under Dynamic Product Environment: A Multi-objective goal programming Approach*", memaparkan bahwa goal programming dapat diterapkan secara efektif dalam perencanaan produksi, karena metode goal programming potensial untuk menyelesaikan aspek-aspek yang bertentangan antara elemen-elemen dalam perencanaan produksi, yaitu konsumen, produk, dan proses manufaktur. Metode goal programming juga efektif bila digunakan untuk menentukan kombinasi produk yang optimal dan sekaligus mencapai sasaran-sasaran yang diinginkan perusahaan. Sementara itu, di dunia pertambangan, goal programming lebih banyak digunakan di industri hilir tambang, yakni pengolahan bahan galian dan metalurgi.

Contoh Penyelesaian dengan goal programing

Perusahaan Olympic Furniture yang bergerak di bidang mebel, memiliki dua produk yang paling di senangi masyarakat yaitu perabot tipe I (yang dibuat dari bahan kayu jati) dan perabot tipe II (yang dibuat dari kayu meranti). Masing-masing perabot diproduksi pada dua departemen, perabot tipe I memerlukan waktu 4 jam untuk diproduksi pada departemen I dan 2 jam pada departemen II, sedangkan perabot tipe II memerlukan waktu 3 jam pada departemen I dan 1 jam pada departemen II. Pada departemen I hanya tersedia 200 jam kerja tiap bulannya, sedangkan departemen II hanya tersedia 80 jam tiap bulannya. Untuk keuntungan bersih dari perabot tipe I dan tipe II, perusahaan mendapatkan masing-masing sebesar Rp30.000/set, dan Rp50.000/set.

Pemilik perusahaan Olympic Furniture menginginkan mendapatkan keuntungan sebesar Rp2.500.000 dari seluruh tipe, dan menjual 38 set perabot tipe II dan 25 set perabot tipe I.

Maka dari itu, permasalahan di atas dapat diselesaikan dengan menggunakan model Goal Programming, sebagai berikut :

Misalkan

X_1 = Perabot tipe I, dan X_2 = Perabot tipe II

Dari kasus permasalahan di atas dapat dirumuskan dengan menambah tiga peubah deviasional, di mana untuk setiap tujuan atau target harus memiliki pasangan (deviasi plus dan deviasi minus) sebagai berikut :

d_{1+} = Jumlah rupiah keuntungan yang didapatkan melebihi target yang ditentukan

$d1^-$ =Jumlah rupiah keuntungan yang didapatkan kurang dari target yang ditentukan

$d2^+$ =Jumlah penjualan perabot tipe II melebihi target yang ditetapkan

$d2^-$ =Jumlah penjualan perabot tipe II melebihi target yang ditetapkan

$d3^+$ =Jumlah penjualan perabot tipe I melebihi target yang ditetapkan

$d3^-$ =Jumlah penjualan perabot tipe I melebihi target yang ditetapkan

Maka model persoalan di atas menjadi :

Meminimumkan $Z = d1^- + d2^- + d3^-$

Dengan kendala:

$$30.000 X1 + 50.000 X2 + d1^+ - d1^- = 2.500.000$$

$$X2 + d2^+ - d2^- = 38$$

$$X1 + d3^+ - d3^- = 25$$

$$4X1 + 3X2 \leq 200$$

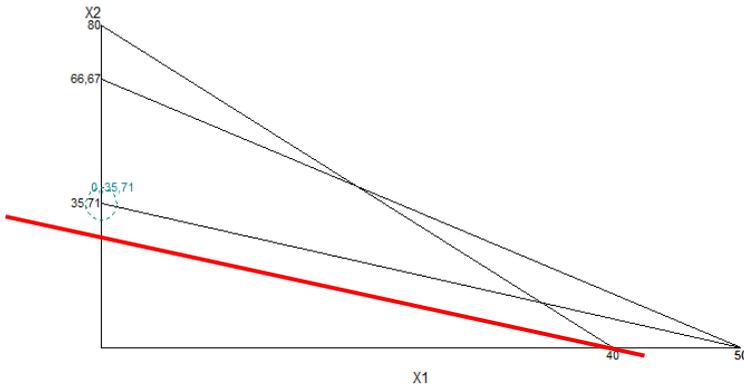
$$2X1 + X2 \leq 80$$

$X1, X2, d1^+, d1^-, d2^+, d2^-, d3^+, d3^- \geq 0$ (kendala non-negativity)

a. Tahap Penyelesaian Manual

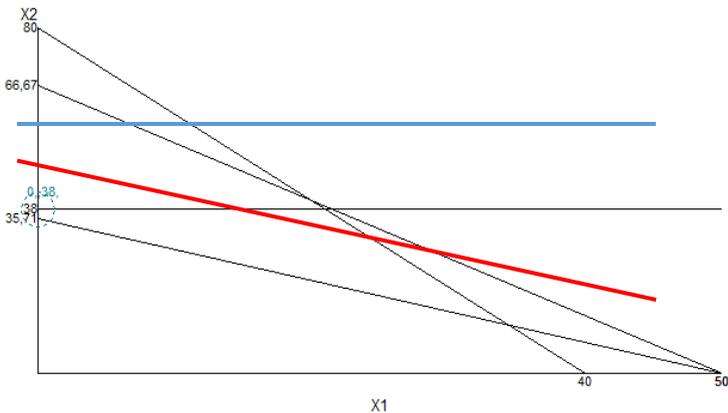
Jika diselesaikan dengan menggunakan metode grafik, maka hal yang pertama dilakukan adalah menggambarkan fungsi kendala pada bidang kerja sehingga diperoleh daerah yang memenuhi kendala.

Tabel 8. 1 Grafik Kendala Sumberdaya dan Kendala Tujuan 1



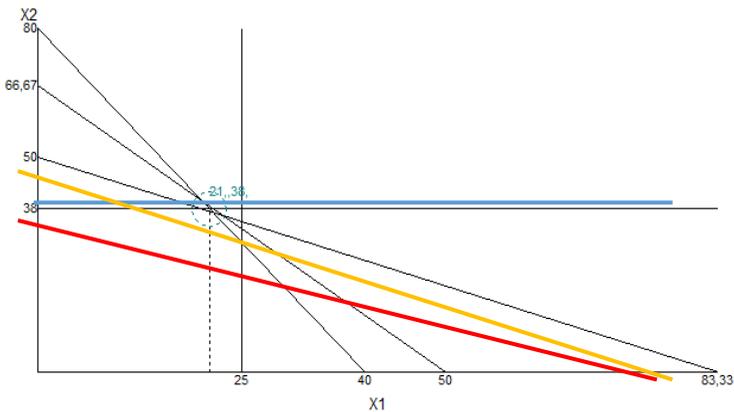
Grafik di atas merupakan grafik dari batasan fungsional, yang merupakan $4X_1+3X_2 \leq 200$ dan $2X_1+X_2 \leq 80$. Selanjutnya adalah memasukkan batasan dari fungsi kendala pertama yaitu $30 X_1+ 50 X_2+ d_1^+ - d_1^- = 2.500$ (dalam ribu), pada Grafik I masih ada *set of point* yang dapat memenuhi/melebihi fungsi kendala pertama, sehingga d_2^- bernilai sama dengan nol.

Tabel 8. 2 Grafik Kendala Sumberdaya, Kendala Tujuan 1 dan 2



Langkah selanjutnya adalah memasukkan persamaan dari fungsi kendala kedua yaitu $X_2 + d_2^+ - d_2^- = 38$ seperti pada grafik di atas. Pada grafik II juga masih ada *set of point* yang melebihi fungsi kendala pertama dan juga kedua, sehingga d_2^- juga sama dengan nol.

Tabel 8. 3 Grafik Kendala Sumberdaya, Kendala Tujuan 1, 2, dan 3



Grafik III di atas adalah grafik dengan menambahkan fungsi kendala ketiga yaitu $X_1 + d_3^+ - d_3^- = 25$, pada grafik di atas dapat dilihat tidak ada *set of point* yang dapat memenuhi batasan fungsi kendala ketiga, sehingga d_3^- akan bernilai lebih dari nol. Untuk titik yang memenuhi masing-masing dari batasan fungsi kendala adalah titik (20,50), (21,37) dan (21,38), tetapi titik yang memiliki *minimum deviasi* adalah titik (21,38) dengan deviasi yaitu 4.

Dari hasil di atas maka dapat ditarik kesimpulan bahwa perusahaan Olympic Furniture tidak dapat mencapai tujuannya yang ketiga yaitu memproduksi 25set perabot tipe I, tetapi perusahaan tersebut dapat mencapai

tujuan pertama yaitu mendapat keuntungan Rp2.500.000 dan tujuan kedua memproduksi 38set perabot tipe II.

a) Tahap Penyelesaian dengan Program QM

Langkah-langkah dalam menyelesaikan kasus perusahaan Olympic Furniture dengan program QM adalah:

1. Buka Program QM lalu pilih Module, dan pilih *Goal Programming*;
2. Masukkan input *constrain* dengan jumlah 3 dan *variablesnya* 2.
3. Masukkan data yang diperoleh dari perusahaan Olympic Furniture, pada baris *constrain* 3 sampai 4 di kolom *Prty (d-)* masukkan angka sesuai dengan prioritas yang telah ditentukan pimpinan perusahaan Olympic Furniture, seperti pada lampiran 1;
4. Pilih tombol *solve* dan akan keluar hasil *Final Tableau, summary*, dan *graph* seperti pada lampiran 2, lampiran 3 dan lampiran 4;

Pada kolom *summary* di hasil program QM, dapat kita ambil kesimpulan solusi untuk perusahaan bahwa perusahaan dapat memenuhi target 2 dengan menjual 38 unit Perabot tipe I, tetapi untuk perabot tipe II perusahaan hanya dapat menjual sebanyak 21 unit, yang artinya target ketiga tidak tercapai. Tetapi perusahaan juga dapat mencapai target pertama yaitu mendapat keuntungan Rp2.500.000, dan ternyata keuntungan yang didapatkan melebihi target sebesar Rp30.000. perusahaan juga dapat memanfaatkan waktu didepartemen satu dengan kelebihan 2 jam kerja, sedangkan waktu pada departemen dua mencukupi dengan batas waktu yang disediakan.

Kasus:

PT. Kosama Jaya memproduksi 2 jenis produk aksesoris yang berbeda, yaitu gelang dan kalung. Keuntungan penjualan kalung dan gelang yaitu Rp20.000, dan Rp10.000,. Dalam pembuatan satu unit kalung membutuhkan 1,5 jam tenaga kerja dan 15 gram material. Sedangkan pembuatan satu unit gelang membutuhkan 3 jam tenaga kerja dan 25 gram material. Jam kerja yang tersedia hanya 400 jam. Bahan material yang tersedia adalah 4000 gram. Dalam kasus ini, perusahaan menetapkan 4 macam sasaran, yaitu :

1. Keuntungan yang harus dicapai tidak boleh kurang dari Rp2.500.000.
2. Perusahaan tidak ingin menggunakan jam kerja kurang dari 400 jam.
3. Material yang disimpan perusahaan tidak lebih dari 4000 gram.
4. Perusahaan berusaha untuk meminimumkan jam lembur.

Manajer ingin mengetahui jumlah produksi optimum yang dapat diproduksi oleh perusahaan agar mencapai keuntungan maksimum.

Berikut ini langkah pemodelan perencanaan produksi dengan model *goal programming*:

- Variabel keputusan dari contoh kasus diatas adalah :
X1 = Jumlah kalung yang akan diproduksi
X2= Jumlah gelang yang akan diproduksi

- Tujuan-tujuan perusahaan:

1. Tujuan keuntungan
2. Tujuan tenaga kerja
3. Tujuan bahan baku

1. Tujuan keuntungan

$$Z = 20.000X_1 + 10.000X_2$$

$$\rightarrow 20.000X_1 + 10.000X_2 + d1^- - d1^+ = 2.500.000$$

2. Tujuan tenaga kerja

$$1,5X_1 + 3X_2 \leq 400 \rightarrow 1,5X_1 + 3X_2 + d2^- - d2^+ = 400$$

3. Tujuan material

$$15 X_1 + 25X_2 \leq 4000 \rightarrow 15 X_1 + 25X_2 + d3^- - d3^+ = 4.000$$

- Variabel deviasi:

$d1^+$ = Ketercapaian keuntungan lebih dari Rp2.500.000

$d1^-$ = Ketercapaian keuntungan kurang dari Rp2.500.000

$d2^+$ = Menggunakan jam kerja lebih dari 400 jam

$d2^-$ = Menggunakan jam kerja kurang dari 400 jam

$d3^+$ = Bahan material yang tersedia lebih dari 4.000gram

$d3^-$ = Bahan material yang tersedia kurang dari 4.000gram

Formulasi Model *Goal Programming*:

Dengan kendala:

$$20.000X_1 + 10.000X_2 + d1^- - d1^+ = 2.500.000$$

$$1,5X_1 + 3X_2 + d2^- - d2^+ = 400$$

$$15 X_1 + 25X_2 + d3^- - d3^+ = 4.000$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

$d1+, d1-, d2+, d2-, d3+, d3- \geq 0$

Output Produksi Optimal.

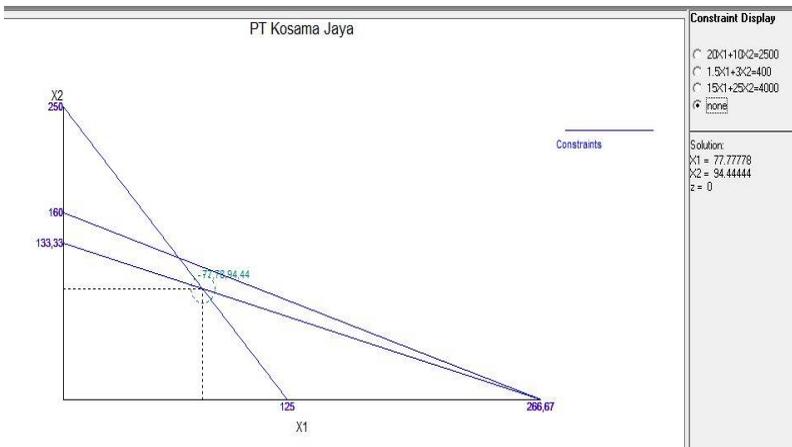
Model *Goal Programming*.

Minimalkan : $P_1d1^-, P_2d2^-, P_3d3^+$

Model Grafik:

Kami menggunakan *POM QM For Windows 3* untuk membuat grafik:

Tabel 8. 4 Grafik Optimalisasi dengan Metode QM



Berdasarkan hasil perhitungan grafik diatas PT Kosama Jaya dalam mencapai ke empat tujuan perusahaan disarankan untuk memproduksi kalung sebanyak 78 unit dan gelang sebanyak 94 unit.

Tabel 8. 5 Matrik Optimalisasi dengan Metode QM

Summary				
PT Kosama Jaya Solution				
Item				
X1	77,78			
X2	94,44			
Priority analysis	Nonachievement			
Priority 1	0			
Priority 2	0			
Priority 3	0			
Priority 4	0			
Constraint Analysis	RHS	d+ (row i)	d- (row i)	
keuntungan	2500	0	0	
jam kerja	400	0	0	
material	4000	0	472,22	

Berdasarkan prioritas yang telah ditetapkan perusahaan diketahui bahwa tidak ada prioritas yang tidak tercapai. Hal ini berarti semua penyimpangan yang dikhawatirkan dapat diatasi terlihat dari hasil “*nonachievement*” pada tabel *summary* dengan nilai 0. Sedangkan untuk analisis batasannya masih terdapat kelebihan material sebesar 472,22 gram.

BAB 9

PENUTUP

Riset Operasi adalah penerapan langkah-langkah ilmiah dalam menyelesaikan masalah-masalah kompleks yang timbul dalam pengelolaan sistem besar yang melibatkan manusia, mesin, material, dan sumber daya finansial, terutama di bidang industri, bisnis, pemerintahan, dan pertahanan. Pendekatan ini membentuk model ilmiah suatu sistem dengan mempertimbangkan berbagai faktor seperti peluang, risiko, serta sumber daya yang tersedia, guna meramalkan dan membandingkan hasil dari berbagai alternatif keputusan. Tujuannya adalah membantu pengambil keputusan menentukan kebijakan secara objektif dan efisien. Riset Operasi menggunakan beragam metode, seperti pemrograman linier, teori antrian, simulasi, jaringan kerja, transportasi, dan analisis keputusan, yang memungkinkan penyelesaian masalah secara terukur dan optimal.

Beberapa ahli juga menyatakan bahwa Riset Operasi merupakan alat bantu manajemen yang mengintegrasikan ilmu pengetahuan, matematika, dan logika untuk menyelesaikan permasalahan nyata secara sistematis. Seiring dengan perkembangan dunia industri dan didukung oleh kemajuan teknologi komputer, Riset Operasi semakin luas penggunaannya. Penerapannya mencakup berbagai bidang, seperti akuntansi dan keuangan (misalnya penentuan kelayakan kredit, alokasi investasi, dan efektivitas akuntansi biaya), pemasaran (seperti penentuan

kombinasi produk, alokasi iklan, dan penempatan gudang), serta operasi produksi (seperti pemilihan bahan baku ekonomis, pengurangan inventori, dan penyeimbangan jalur perakitan). Dengan pendekatan berbasis model dan data, Riset Operasi mampu memberikan solusi optimal atas permasalahan yang kompleks dan dinamis.

DAFTAR PUSTAKA

- Agus, B. (n.d.). *Dasar-dasar operation research* (Edisi ke-2). BPFE-Yogyakarta.
- Agustini, D. H., & Rahmadi, Y. E. (2004). *Riset operasional: Konsep-konsep dasar*. PT Rineka Cipta.
- Aminudin, S. (2005). *Prinsip-prinsip riset operasi*. Erlangga.
- Asmara, R. (2019). *Operation research: Model persediaan*.
<http://rosihan.web.id/wp-content/.../11/risetoperasi-9-model-persediaan.pptx>
[Diakses 19 Oktober 2019]
- Gondokusuma, A. A. (1980). *Komunikasi penugasan*. PT Gunung Agung.
- Hanani, N., & Asmara, R. (2012). *Metode kuantitatif: Bahan pelatihan Q.M for Windows*. Universitas Airlangga.
- Harsanto, B. (2011). *Naskah tutorial Q.M for Windows*. Institut Teknologi Bandung.
- Hendri, J. (2006). *Metode transportasi*.
<http://hendri.staff.gunadarma.ac.id/Downloads/files/15827/METODE+TRANSPORTASI.pdf> [Diakses 19 Oktober 2019]
- Hidayah, R. (2013). *Laporan praktikum riset operasi*. Universitas Respati.
- Megasari, K. (2010). *Goal programming untuk perencanaan produksi agregat dengan kendala sumber daya* (Skripsi tidak diterbitkan). Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- Mulyono, S. (2007). *Riset operasi*. Lembaga Penerbit FE-UI.
- Nachrowi, D., & Usman, H. (2005). *Teknik pengambilan keputusan*. Grasindo.
- Noer, B. A. (2010). *Belajar mudah riset operasional*. ANDI.

- Priyo Utomo, E. (2006). *Membuat aplikasi database dengan Visual Basic .Net*. Yrama Widya.
- Rangkuti, A. (2013). *7 model riset operasi & aplikasinya*. Brilian Internasional.
- Sitorus, P. (1997). *Program linier*. Penerbit Universitas Trisakti.
- Soemartojo. (1997). *Masalah penugasan*. PT Gramedia Pustaka Utama.
- Supranto, J. (1988). *Riset operasi untuk pengambilan keputusan*. UI-Press.
- Susanta, B. (1994). *Program linear*. Departemen Pendidikan dan Kebudayaan.
- Taha, H. A. (1996). *Riset operasi: Suatu pengantar* (Edisi ke-5, Jilid I). Binarupa Aksara.
- Tamin, O. Z. (2000). *Perencanaan dan permodelan transportasi*. Erlangga.
- Tampubolon, M. P. (2004). *Manajemen operasional*. Ghalia Indonesia.
- Thierauf, R. J. (n.d.). *An introductory approach to operation research*. John Wiley & Sons.
- Vinsensia, D. (2009). *Studi tentang goal programming dengan pendekatan optimasi robust* (Skripsi tidak diterbitkan). Universitas Sumatera Utara.
- Zulfikarijah, F. (2004). *Operations research*. Bayumedia Publishing.

BIODATA PENULIS



Dr. Dessy Adriani, S.P., M.Si.

Dosen Program Studi Agribisnis
Fakultas Pertanian Universitas Sriwijaya

Lahir di Palembang, 26 Desember 1974. Gelar Sarjana dari Program Agribisnis, Departemen Sosial Ekonomi Pertanian, Fakultas Pertanian, Universitas Sriwijaya pada tahun 1997. Gelar Sarjana dari Program Ekonomi Pertanian, Program Pascasarjana, IPB University pada tahun 2000. Gelar Doktor dari Program Ilmu Pertanian, Program Pascasarjana, Universitas Sriwijaya pada tahun 2012. Aktif sebagai peneliti sosial ekonomi pertanian, lahan gambut, dan lahan rendah di *Center of Excellence Peatland Conservation and Productivity Improvement (CoE Place)* Universitas Sriwijaya, *Center for International Forestry Research (CIFOR)*, Badan Restorasi Gambut dan Mangrove, dan National Institute of Forest Science (NIFoS). Aktif sebagai pengurus Masyarakat Ekonomi Pertanian Indonesia dari Komisariat Palembang, dan Masyarakat Pertanian Organik Indonesia Perwakilan Sumatera Selatan, Indonesia. Aktif mengikuti kursus dalam dan luar negeri seperti ToT. Kelayakan Proyek (Universitas Indonesia), ToT. Green Economics (Universitas Padjajaran), ToT. Green Economics (Temple University, Jepang), ToT. Perencanaan

dan Penganggaran (Universitas Gajah Mada) dan ToT. Penganggaran dan Perencanaan (GRIPS, Jepang), Circular Economist (Finland University)

Penulis dapat dihubungi melalui email:

dessyadriani@fp.unsri.ac.id

====0====