Pengaruh Semester Pendek Terhadap Perubahan Indeks Prestasi Kumulatif (IPK) Mahasiswa dengan Menggunakan Model Markov (Studi kasus mahasiswa Jurusan Matematika FMIPA UNSRI angkatan 2006)

Irmeilyana[1], Putra BJ Bangun[1], dan Efrina Sari Dewi[1]

[1]*Jurusan Matematika, Universitas Sriwijaya, Palembang*
Email: imel_unsri@yahoo.co.id

Abstrak. Dalam penelitian ini, dibahas mengenai perbandingan perubahan Indeks Prestasi Kumulatif (IPK) akibat adanya semester pendek dengan menggunakan model Markov pada data mahasiswa angkatan 2006. Matriks peluang transisi disusun berdasarkan perubahan jumlah mahasiswa pada kategori-kategori IPK pada setiap akhir tahun akademik 2006 sampai 2012. IPK pada satu tahun akademik dibandingkan dengan IPK dalam satu tahun akademik yang digabung dengan IP semester pendek pada tahun akdemik yang sama (IPK*). Berdasarkan perbandingan matriks peluang transisi dari kategori-kategori IPK dan IPK*, maka transisi ke kategori IPK yang lebih tinggi cenderung terjadi pada matriks peluang transisi dari IPK*. Hal ini menunjukkan bahwa dengan mengikuti semester pendek dapat mempengaruhi perubahan IPK menjadi lebih baik.

Kata kunci: pengaruh semester pendek, peluang transisi kategori IPK.

1. Pendahuluan

Rantai Markov telah banyak diterapkan untuk menganalisis tentang perputaran merek dalam pemasaran, perhitungan rekening-rekening, jasa-jasa persewaan mobil, masalah-masalah persediaan suatu produk, perencanaan penjualan, pemeliharaan mesin, antrian, perubahan harga saham, maupun administrasi rumah sakit. Rantai Markov juga dapat diaplikasikan untuk memodelkan perubahan Indeks Prestasi Kumulatif (IPK) mahasiswa FMIPA UNSRI Jurusan Matematika, seperti yang dibahas dalam Irmeilyana, dkk. (2010).

Perubahan IPK mahasiswa berdasarkan dari Indeks Prestasi yang terjadi per jenjang (per semester), dan harus melalui proses yang ideal yaitu mahasiswa harus menyelesaikan proses belajar mengajar dalam waktu lebih kurang 6 bulan (per semester) dan perubahan ini tidak bisa lompat semester.

Setiap mahasiswa cenderung mempunyai IPK yang berbeda-beda setiap tahunnya, baik atau tidaknya IPK dari setiap mahasiswa dipengaruhi oleh beberapa hal, diantaranya: dukungan yang efektif dari sistem pendidikan, kurikulum yang terorganisir dan waktu pembelajaran yang cukup (Edward dalam Yansen (2009). Selain itu adanya Semester Pendek pada masa liburan akademik dapat membantu mahasiswa mengulang Mata Kuliah yang telah diambil maupun mengambil Mata Kuliah di semester selanjutnya. Hal-hal tersebut diatas dapat berpengaruh terhadap perubahan IPK mahasiswa pada setiap tahunnya dan juga berpengaruh terhadap waktu yang dibutuhkan mahasiswa untuk menyelesaikan studinya. IPK dan lama skripsi berhubungan secara signifikan terhadap lama studi, karena mahasiswa yang memiliki masa studi yang relatif lama cenderung memiliki IPK yang rendah dengan masa penulisan skripsi yang relatif lebih tinggi, demikian sebaliknya (Andarini, 2009).

Dalam tulisan ini, permasalahan yang dibahas adalah bagaimana pengaruh Semester Pendek (SP) terhadap perubahan Indeks Prestasi Kumulatif (IPK) dalam satu tahun akademik pada mahasiswa Jurusan Matematika FMIPA UNSRI Angkatan 2006, dengan menggunakan Model Markov. Data yang digunakan adalah Indeks Prestasi (IP) dari setiap semester dan semester pendek pada mahasiswa Angkatan 2006 Jurusan Matematika FMIPA UNSRI dari semester satu sampai mahasiswa tersebut menyelesaikan studinya. Data mahasiswa yang Stop Out (SO) dan Drop Out (DO) tidak termasuk karena tidak melalui proses belajar mengajar yang ideal. IPK dalam satu tahun akademik yaitu berdasarkan gabungan dari nilai-nilai Mata Kuliah semester ganjil dan semester genap, sedangkan IPK dalam satu tahun akademik yang digabung dengan IP semester pendek pada tahun akademik yang sama didefinisikan sebagai IPK*. Kategori IPK dibagi menjadi 7 kategori, yaitu IPK < 2, IPK [2 , 2.5), IPK [2.5 , 2.75), IPK [2.75 , 3), IPK [3 , 3.25), IPK [3.25 , 3.5), dan IPK ≥ 3.5.

2. Tinjauan Pustaka

2.1 Proses Markov

Proses Markov adalah proses stokastik yang mempunyai sifat bahwa jika nilai X_t telah diketahui, maka X_s ; $s > t$ tidak dipengaruhi oleh X_u ; $u < t$ (Taylor & Karlin, 1994).

2.2 Rantai Markov

Rantai Markov diskret adalah sebuah proses Markov yang ruang statenya adalah bilangan yang dapat dihitung, dan bilangan indeksnya adalah $T = \{0, 1, 2, ...\}$. Dalam bentuk formal, sifat Markov dinyatakan sebagai :

$$P(X_{n+1} = j \mid X_0 = i_0, X_1 = i_1, X_2 = i_2, \ldots, X_n = i_n) = P(X_{n+1} = j \mid X_n = i_n)$$

untuk semua titik waktu n dan semua *state* $i_1, \ldots, i_{n-1}$; i, j.

2.3 Peluang Transisi

Peluang X_{n+1} berada pada state j jika X_n berada pada state i dilambangkan dengan P_{ij}. Peluang ini dinamakan peluang transisi satu langkah (*one-step transition probability*) dan secara matematis dapat dinyatakan sebagai :

$$P(X_{n+1} = j \mid X_n = i).$$

Jika peluang transisi satu langkah bebas terhadap peubah waktu n, maka rantai Markov mempunyai peluang transisi yang stasioner.

Secara umum, peluang transisi diatur dalam suatu matriks yang dinamakan matriks peluang transisi.

$P = (P_{ij})$; dengan nilai P_{ij} memenuhi kondisi:

$0 \le P_{ij} \le 1$ untuk semua i dan j.

$\sum_{j=0}^{\infty} P_{ij} = 1$ untuk $i = 0, 1, 2, \ldots$

3. Metode

Langkah-langkah yang dilakukan pada penelitian ini adalah:

1. Mengumpulkan data KHS Mahasiswa Jurusan Matematika FMIPA UNSRI Angkatan 2006.
2. Menghitung Indeks Prestasi Kumulatif (IPK) dalam satu tahun akademik berdasarkan gabungan nilai-nilai Mata Kuliah pada semester ganjil dan semester genap.
3. Menghitung Indeks Prestasi Kumulatif* (IPK*) dalam satu tahun akademik berdasarkan gabungan dari nilai-nilai Mata Kuliah semester ganjil, semester genap, dan SP.
4. Mendefinisikan beberapa notasi parameter untuk menerangkan sistem yaitu :
   T = periode tahun akademik (dari tahun akademik 2006/2007 sampai 2011/2012) ; dengan T = 1, 2, 3, 4, 5, 6.
   $P(T)$ = matriks peluang transisi berdasarkan IPK pada tahun akademik T.
   $P^*(T)$ = matriks peluang transisi berdasarkan IPK* pada tahun akademik T.
5. Menuliskan asumsi-asumsi yang harus dipenuhi oleh sistem sehingga merupakan proses Markov.

6. Menghitung jumlah mahasiswa yang mempunyai kategori IPK-*i* dan IPK*-*i*, yaitu: IPK-1 untuk < 2, IPK-2 untuk [2 , 2.5), IPK-3 untuk [2.5 , 2.75), IPK-4 untuk [2.75 , 3), IPK-5 untuk [3 , 3.25), IPK-6 untuk [3.25 , 3.5), dan IPK-7 untuk ≥ 3.5. Berlaku juga pada IPK*-*i*.
7. Menentukan matriks peluang transisi $P(T)$ untuk setiap periode T.
8. Menentukan matriks peluang transisi $P^*(T)$ untuk setiap periode T.
9. Menggambarkan graf $P(T)$ dan $P^*(T)$.
10. Menganalisis pengaruh adanya SP dengan membandingkan hasil Langkah 7 sampai Langkah 9.
11. Menentukan matriks ”peluang transisi total” berdasarkan IPK.
12. Menentukan matriks ”peluang transisi total” berdasarkan IPK*.
13. Menganalisis pengaruh adanya SP dengan membandingkan hasil Langkah 11 dan Langkah 12.

4. Hasil dan pembahasan

4.1 Pendefinisian Parameter dan Asumsi

Data nilai IPK dalam satu tahun akademik dihitung berdasarkan gabungan nilai-nilai Mata Kuliah pada semester ganjil dan genap, sedangkan IPK* dalam satu tahun akademik dihitung berdasarkan IPK dalam satu tahun akademik yang digabung dengan IP semester pendek.

State : IPK per satu tahun akademik yang terdiri dari 7 kategori state yaitu IPK < 2, IPK [2 , 2.5), IPK [2.5 , 2.75), IPK [2.75 , 3), IPK [3 , 3.25), IPK [3.25 , 3.5) dan IPK ≥ 3.5.

i, j : State yang menyatakan kategori IPK.

T : Periode waktu (tahun akademik) terdiri dari 6 tahun akademik.

IPK-*i* : Kategori IPK dengan state *i*.

IPK*-*i* : Kategori IPK* dengan state *i*.

$n_i(T)$: Banyaknya mahasiswa ber-IPK-*i* atau ber-IPK*-*i* pada saat T.

$n_{ij}(T)$: Banyaknya mahasiswa yang IPK atau IPK*-nya *j* bertransisi dari state *i* ke state *j* selama selang waktu T sampai $T+1$.

$n_{ii}(T)$: Banyaknya mahasiswa yang kategori IPK atau IPK*-nya tetap pada state *i* selama selang waktu T sampai $T+1$.

$N(T)$: Jumlah total mahasiswa pada tahun akademik T.

$$N(T) = \sum_{j=1}^{k} n_{ij}(T) = \sum_{i=1}^{k} n_{ij}(T) : i, j = 1, 2, \ldots, k.$$

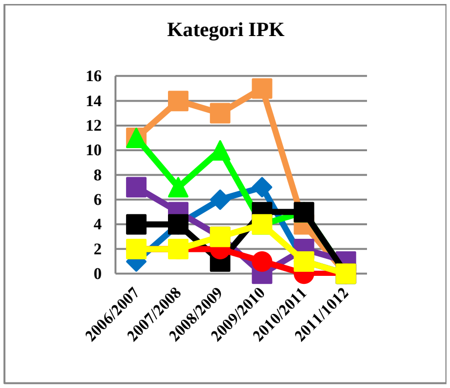
dengan k adalah jumlah state (jumlah kategori IPK dan IPK*).

Berikut ini adalah asumsi-asumsi yang digunakan :

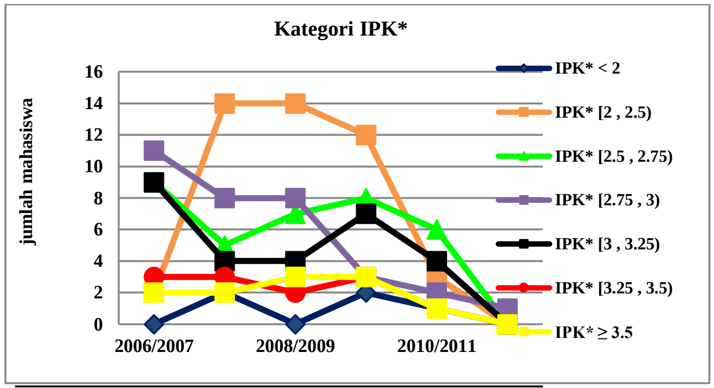
1. Ruang state dibagi dalam *k* tingkatan (kategori) IPK dangan urutan yang menaik sehingga menunjukan hierarki. Seorang mahasiswa pada suatu tahun akademik hanya mempunyai satu tingkatan IPK.
2. Ukuran ruang state berhingga.
3. Individu berprilaku secara bebas (*independently*), maksudnya adalah peluang seorang individu untuk ber-IPK-*i* tidak dipengaruhi oleh individu lain.
4. Seorang mahasiswa yang ber-IPK-*i* memiliki peluang untuk pindah ke IPK-*j* antara satu tahun akademik dengan satu tahun akademik berikutnya dengan peluang yang dianggap konstan. Setiap individu memiliki peluang yang sama, artinya yaitu telah dilakukan sebelum kedatangannya di IPK-*i* atau prediksi di masa yang akan datang hanya tergantung pada informasi yang diperoleh pada keadaan sekarang dan tidak pada keadaan yang lalu sehingga proses dalam sistem merupakan suatu proses Markov.
5. Perhitungan IPK* didasarkan pada gabungan nilai IPK dengan SP pada satu tahun akademik. Perhitungan IPK* tersebut untuk semua mahasiswa, walaupun mahasiswa tersebut tidak mengikuti SP.

4.2 Grafik Keadaan IPK Mahasiswa Matematika Angkatan 2006

Gambar 1 berikut ini merupakan grafik jumlah mahasiswa pada setiap kategori IPK dan IPK* setiap tahun akademik



a. IPK setiap akhir tahun akademik



b. IPK* setiap akhir tahun akademik

Gambar 1. Grafik jumlah mahasiswa pada setiap kategori IPK dan IPK* setiap tahun akademik

Berdasarkan kedua grafik pada Gambar 1,

- Pada akhir tahun akademik 2006/2007 sampai 2009/2010, pada kategori IPK < 2, IPK [2 , 2.5), dan IPK [2.5 , 2.75) mengalami penurunan jumlah mahasiswa setelah mengikuti semester pendek dan pada kategori IPK [2.75 , 3), IPK [3 , 3.25), dan IPK [3.25 , 3.5) terjadi peningkatan jumlah mahasiswa. Dalam hal ini, setelah mengikuti SP, jumlah mahasiswa yang mempunyai IPK < 2.75 mengalami penurunan, sedangkan jumlah mahasiswa yang mempunyai IPK [2.75 , 3.5) mengalami peningkatan.
- Setelah akhir tahun akademik 2009/2010 terjadi penurunan jumlah mahasiswa dikarenakan sebagian besar mahasiswa sudah banyak yang lulus.

4.3 Pembentukan Matriks Peluang Transisi untuk Selang Waktu *T* sampai *T* + 1.

Matriks peluang transisi untuk setiap selang waktu T sampai $T + 1$ yaitu:

$$P(T) = \left(\frac{n_{ij}\,(T)}{r_i\,(T)}\right);\ i, j = 1, 2, \ldots, 7 \text{ dan } T = 1, 2, \ldots, 5; \text{ dengan } r_i(T) = \sum_{j=1}^{7} n_{ij}(T)$$

Nilai P_{ij} pada $P(T)$ merupakan nilai peluang transisi IPK dari state i ke state j untuk setiap selang waktu T dan $T + 1$.

Berikut ini ditampilkan matriks $P(1)$ sampai $P(5)$ dan $P^*(1)$ sampai $P^*(5)$.

$$P(1) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{3}{11} & \frac{5}{11} & \frac{2}{11} & 0 & \frac{1}{11} & 0 & 0 \\ \frac{1}{11} & \frac{5}{11} & \frac{2}{11} & \frac{2}{11} & \frac{1}{11} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{7} & \frac{2}{7} & \frac{2}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & 0 \\ 0 & \frac{2}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.27 & 0.46 & 0.18 & 0 & 0.09 & 0 & 0 \\ 0.09 & 0.46 & 0.18 & 0.18 & 0.09 & 0 & 0 \\ 0 & 0.14 & 0.29 & 0.29 & 0.14 & 0.14 & 0 \\ 0 & 0.50 & 0.25 & 0.25 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$P(2) = \begin{bmatrix} \frac{3}{4} & \frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{3}{14} & \frac{7}{14} & \frac{4}{14} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{7} & \frac{3}{7} & \frac{1}{7} & 0 & \frac{1}{7} & 0 \\ 0 & \frac{1}{5} & \frac{3}{5} & 0 & 0 & \frac{1}{5} & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{2} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.75 & 0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.21 & 0.50 & 0.29 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.29 & 0.43 & 0.14 & 0 & 0.14 & 0 \\ 0 & 0.20 & 0.60 & 0 & 0 & 0.20 & 0 \\ 0 & 0.25 & 0.25 & 0.25 & 0.25 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.50 & 0 & 0 & 0.50 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$P(3) = \begin{bmatrix} \frac{4}{6} & \frac{2}{6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{3}{13} & \frac{8}{13} & \frac{1}{13} & 0 & 0 & \frac{1}{13} & 0 \\ 0 & \frac{3}{9} & \frac{3}{9} & 0 & \frac{3}{9} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.67 & 0.33 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.23 & 0.61 & 0.08 & 0 & 0 & 0.08 & 0 \\ 0 & 0.33 & 0.33 & 0 & 0.33 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.33 & 0 & 0.33 & 0 & 0.33 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.50 & 0.50 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.50 & 0 & 0.50 \end{bmatrix}$$

$$P(4)=\begin{bmatrix} 0 & \frac{3}{7} & \frac{2}{7} & \frac{2}{7} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{10} & \frac{1}{10} & \frac{3}{10} & 0 & \frac{4}{10} & 0 & \frac{1}{10} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} 0 & 0.42 & 0.29 & 0.29 & 0 & 0 & 0 \\ 0.10 & 0.10 & 0.30 & 0 & 0.40 & 0 & 0.10 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$P(5)=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

P (4) dan *P* (5) tidak memenuhi syarat sebagai matriks peluang transisi.

$$P^*(1) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{5} & \frac{3}{5} & \frac{1}{5} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{8} & \frac{4}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{7}{11} & \frac{1}{11} & \frac{2}{11} & \frac{1}{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{9} & \frac{3}{9} & \frac{2}{9} & \frac{2}{9} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{2}{3} & 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{2} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.20 & 0.60 & 0.20 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.125 & 0.50 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0 & 0 \\ 0 & 0.64 & 0.09 & 0.18 & 0.09 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.22 & 0.33 & 0.22 & 0.22 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.67 & 0 & 0.33 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$P^*(2) = \begin{bmatrix} 0 & \frac{2}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{9}{14} & \frac{4}{14} & \frac{1}{14} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{5} & \frac{1}{5} & \frac{2}{5} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{5}{8} & \frac{1}{8} & \frac{2}{8} & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} & \frac{2}{4} & 0 & \frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{3} & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{2} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.64 & 0.29 & 0.07 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.40 & 0.20 & 0.40 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.63 & 0.12 & 0.25 & 0 \\ 0 & 0.25 & 0.50 & 0 & 0.25 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.67 & 0 & 0.33 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$P^*(3) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2}{14} & \frac{9}{14} & \frac{3}{14} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{7} & \frac{2}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{8} & \frac{2}{8} & \frac{4}{8} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{4} & \frac{2}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.143 & 0.643 & 0.214 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.43 & 0.29 & 0.14 & 0.14 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.25 & 0.25 & 0.50 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.25 & 0 & 0.25 & 0.50 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.50 & 0 & 0.50 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.33 & 0.67 \end{bmatrix}$$

$$P^*(4) = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{10} & \frac{2}{10} & \frac{5}{10} & \frac{1}{10} & \frac{1}{10} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{5} & 0 & \frac{2}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0.50 & 0 & 0.50 & 0 & 0 & 0 \\ 0.10 & 0.20 & 0.50 & 0.10 & 0.10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.20 & 0 & 0.40 & 0.20 & 0.20 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$P^*(5) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$P^*(1)$, $P^*(3)$, $P^*(4)$, dan $P^*(5)$ tidak memenuhi syarat sebagai matriks peluang transisi.

Berdasarkan transisi IPK dan IPK* mahasiswa Matematika angkatan 2006 serta peluang transisi yang terbentuk untuk setiap selang waktu T sampai $T + 1$, dapat juga dibuat graf untuk mengetahui kecenderungan perubahan IPK dan IPK* mahasiswa dari kategori IPK-*i* ke kategori IPK-*j* dan kategori IPK*-*i* ke kategori IPK*-*j* untuk setiap selang waktu T sampai $T + 1$.

Secara umum dapat dijelaskan bahwa pada akhir tahun akademik ke-1 sampai akhir tahun akademik ke-2, IPK mahasiswa cenderung menurun. Transisi IPK mahasiswa dari akhir tahun akademik ke-2 sampai akhir tahun akademik ke-4 cukup tinggi, dan sebagian cenderung menurun dan sebagian tetap dan meningkat, tetapi setelah akhir tahun akademik ke-4 IPK mahasiswa semuanya meningkat. Setelah akhir tahun akademik ke-4, transisi IPK mahasiswa menjadi rendah karena sebagian besar mahasiswa sudah banyak yang lulus. Hal ini dapat dilihat dari entri matriks peluang transisi yang bernilai nol.
Pada setiap peralihan tahun akademik, tidak ada mahasiswa yang mempunyai IPK < 2. Secara umum, transisi kategori IPK* mahasiswa pada akhir tahun akademik ke-1 sampai akhir tahun akademik ke-2, hanya sebagian kecil saja mengalami penurunan, sedangkan pada akhir tahun akademik ke-2 sampai akhir tahun akademik ke-5, hampir seluruh kategori IPK* meningkat.
Transisi IPK* mahasiswa masih cukup tinggi sampai dengan akhir tahun akademik ke-4, sedangkan setelah akhir tahun akademik ke-4, transisi IPK* mahasiswa menjadi rendah karena sebagian besar mahasiswa sudah banyak yang lulus. Hal ini dapat dilihat dari entri matriks peluang transisi yang bernilai nol.
Berikut dapat dibandingkan transisi IPK dengan IPK* mahasiswa angkatan 2006.

1. Pada akhir tahun akademik ke-1 ke akhir tahun akademik ke-2, adanya persamaan antara transisi IPK dan IPK* mahasiswa angkatan 2006 yaitu IPK dan IPK* mahasiswa cenderung relatif stabil pada kategori IPK [2 , 2.5) dan ≥ 3.5 sedangkan pada kategori IPK yang lain terjadi penurunan.
2. Pada akhir tahun akademik ke-2 ke akhir tahun akademik ke-3, transisi IPK mahasiswa angkatan 2006 relatif stabil dan cenderung menurun sedangkan untuk transisi IPK* mahasiswa angkatan 2006 sebagian menurun dan sebagiannya lagi cenderung naik.
3. Pada akhir tahun akademik ke-3 ke akahir tahun akademik ke-4, transisi IPK mahasiswa angkatan 2006 pada kategori IPK [2.5 , 2.75), IPK [2.75 , 3), IPK [3 , 3.25) dan IPK [3.25 , 3.5) sebagian besar cenderung naik dan hanya sebagian mengalami penurunan dan tetap, sedangkan pada IPK* mahasiswa angkatan 2006 sebagian besar cenderung naik satu tingkat dari kategori sebelumnya.
4. Pada akhir tahun akademik ke-4 ke akhir tahun akademik ke-5, adanya persamaan antara transisi IPK dan IPK* mahasiswa angkatan 2006 yaitu semua kategori IPK dan IPK* pada akhir tahun akademik ke-4 mengalami kenaikan di akhir tahun akademik ke-5. Hal ini disebabkan karena ada sebagian besar mahasiswa telah menyelesaikan studinya..
5. Pada akhir tahun akademik ke-5 ke akhir tahun akademik ke-6, transisi IPK dan IPK* mengalami kenaikan IPK dan IPK* dari mahasiswa yang berkategori IPK dan IPK* [2 , 2.5) naik ke kategori IPK dan IPK* [2.75 , 3). Hal ini disebabkan karena hampir semua mahasiswa yang IPK-nya baik telah menyelesaikan studinya.

Secara umum bahwa transisi IPK dan IPK* mahasiswa masih cukup tinggi sampai dengan akhir tahun akademik ke-4 sedangkan untuk akhir tahun akademik ke-5 dan ke-6, transisi perubahan IPK dan IPK* mahasiswa menjadi rendah karena sebagian besar mahasiswa sudah banyak yang lulus.

4.4 Pembentukan Matriks '"Peluang Transisi Total" ($P(T)$) dan ($P^*(T)$)

Berdasarkan pembahasan pada bagian 4.3, tidak semua $P(T)$ dan $P^*(T)$ memenuhi syarat sebagai matriks peluang transisi pada rantai Markov. Berikut ini akan dibentuk matriks proporsi yang dianggap sebagai matriks "peluang transisi total", dengan mengasumsikan populasi dalam sistem yaitu jumlah mahasiswa pada perubahan tahun akademik. Entri-entri matriks $P(T)$ ini merupakan proporsi transisi dari kategori-kategori IPK.

Misalkan :

$n\ (T)$ = jumlah mahasiswa pada akhir tahun akademik ke-2 + ··· + jumlah mahasiswa pada akhir tahun akademik ke-6.

= $n(1) + n(2) + n(3) + n(4) + n(5) = 38 + 38 + 36 + 18 + 1 = 131$

Definisikan:

$$n_{ij} = \sum_{T=1}^{5} n_{ij}^{(T+1)} \qquad \text{dengan :}$$

$n_{ij}^{(T+1)}$: jumlah mahasiswa pada state i berpindah ke state j pada akhir tahun akademik T+1.

n_{ij} : jumlah mahasiswa pada kategori IPK-i bertransisi ke kategori IPK-j dari akhir tahun akademik ke-1 sampai akhir tahun akademik ke-6.

$$P(T) \text{ total} = (P_{ij}^{(r)}) = \left(\frac{n_{ij}}{\sum_{j=1}^{7} n_{ij}} \right); \ i, j = 1, 2, \ldots, 7.$$

dengan $P_{ij}^{(r)}$: proporsi jumlah mahasiswa berkategori IPK-i yang bertransisi ke kategori IPK-j dari tahun akademik ke-1 sampai tahun akademik ke-6.

Sehingga didapat matriks $P(T)$ total, sebagai berikut :

$$P(T) = \begin{bmatrix} \frac{7}{18} & \frac{7}{18} & \frac{2}{18} & \frac{2}{18} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{10}{49} & \frac{21}{49} & \frac{10}{49} & \frac{1}{49} & \frac{5}{49} & \frac{1}{49} & \frac{1}{49} \\ \frac{1}{28} & \frac{10}{28} & \frac{8}{28} & \frac{3}{28} & \frac{5}{28} & \frac{1}{28} & 0 \\ 0 & \frac{2}{15} & \frac{6}{15} & \frac{2}{15} & \frac{2}{15} & \frac{2}{15} & \frac{1}{15} \\ 0 & \frac{3}{9} & \frac{2}{9} & \frac{2}{9} & \frac{1}{9} & \frac{1}{9} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{2}{6} & \frac{2}{6} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{6} & 0 & \frac{5}{6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle 0{,}39 \rangle & \langle 0{,}39 \rangle & 0{,}11 & 0{,}11 & 0 & 0 & 0 \\ 0{,}20 & \langle 0{,}43 \rangle & 0{,}20 & 0{,}02 & 0{,}10 & 0{,}02 & 0{,}02 \\ 0{,}03 & \langle 0{,}36 \rangle & 0{,}29 & 0{,}11 & 0{,}18 & 0{,}03 & 0 \\ 0 & 0{,}13 & \langle 0{,}40 \rangle & 0{,}13 & 0{,}13 & 0{,}13 & 0{,}07 \\ 0 & 0{,}33 & 0{,}22 & 0{,}22 & 0{,}11 & 0{,}11 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}17 & 0{,}17 & \langle 0{,}33 \rangle & \langle 0{,}33 \rangle \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}17 & 0 & \langle 0{,}83 \rangle \end{bmatrix}$$

Keterangan :
Elemen dalam tanda < > menunjukan nilai P_{ij} yang lebih tinggi. Nilai P_{ij} merupakan nilai proporsi perpindahan IPK dari kategori i (state i) ke kategori j (state j).

Berdasarkan matriks P, transisi mahasiswa yang berkategori IPK < 2 sebagian cenderung tetap dan sebagian lagi cenderung naik ke kategori IPK [2 , 2.5). Transisi mahasiswa yang berkategori IPK [2 , 2.5) cenderung tetap berada pada kategori IPK [2 , 2.5). Transisi mahasiswa yang berkategori IPK [2.5 , 2.75) sebagian cenderung tetap dan sebagian lagi cenderung naik ke kategori IPK [2.75 , 3). Transisi mahasiswa yang berkategori IPK [2.75 , 3) cenderung menurun ke kategori IPK [2.5 , 2.75). Transisi mahasiswa yang berkategori IPK [3 , 3.25) cenderung menurun ke kategori IPK [2 , 2,5). Transisi mahasiswa yang berkategori IPK [3.25 , 3.5) sebagian cederung tetap dan sebagian lagi cenderung naik ke kategori IPK ≥ 3.5. Transisi mahasiswa yang berkategori IPK ≥ 3.5 cenderung mempunyai IPK yang stabil (tetap berada pada kategori IPK ≥ 3.5).

Dengan cara yang sama seperti $P(T)$ didapat matriks $P^*(T)$ yang didapat, sebagai berikut :

$$P^*(T) = \begin{bmatrix} 0 & \frac{3}{4} & 0 & \frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{4}{44} & \frac{23}{44} & \frac{13}{44} & \frac{3}{44} & \frac{1}{44} & 0 & 0 \\ \frac{1}{25} & \frac{9}{25} & \frac{5}{25} & \frac{4}{25} & \frac{4}{25} & \frac{1}{25} & \frac{1}{25} \\ 0 & \frac{7}{28} & \frac{3}{28} & \frac{9}{28} & \frac{7}{28} & \frac{2}{28} & 0 \\ 0 & \frac{1}{17} & \frac{5}{17} & \frac{3}{17} & \frac{4}{17} & \frac{4}{17} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{2}{8} & \frac{3}{8} & \frac{1}{8} & \frac{2}{8} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{7} & \frac{6}{7} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \langle 0{,}75\rangle & 0 & 0{,}25 & 0 & 0 & 0 \\ 0{,}09 & \langle 0{,}52\rangle & 0{,}30 & 0{,}07 & 0{,}02 & 0 & 0 \\ 0{,}04 & \langle 0{,}36\rangle & 0{,}20 & 0{,}16 & 0{,}16 & 0{,}04 & 0{,}04 \\ 0 & 0{,}25 & 0{,}11 & \langle 0{,}32\rangle & 0{,}25 & 0{,}07 & 0 \\ 0 & 0{,}05 & \langle 0{,}29\rangle & 0{,}18 & 0{,}24 & 0{,}24 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}25 & \langle 0{,}375\rangle & 0{,}125 & 0{,}25 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}14 & \langle 0{,}86\rangle \end{bmatrix}$$

Berdasarkan matriks P^*, transisi mahasiswa yang berkategori IPK* < 2 semua naik ke kategori IPK* [2 , 2.5) dan IPK* [2.75 , 3). Transisi mahasiswa yang berkategori IPK* [2 , 2.5) cenderung tetap berada pada kategori IPK* [2 , 2.5). Transisi mahasiswa yang berkategori IPK* [2.5 , 2.75) sebagian cenderung menurun ke kategori IPK* [2 , 2.5) dan sebagian lagi cenderung naik ke kategori IPK* [2.5 , 2.75), IPK* [2.75 , 3), dan IPK* [3 , 3.25). Transisi mahasiswa yang berkategori IPK* [2.75 , 3) cenderung menurun ke kategori IPK* [2 , 2.5) dan sebagian besar cenderung naik ke kategori IPK* [2.75 , 3) dan IPK* [3 , 3.25). Transisi mahasiswa yang berkategori IPK* [3 , 3.25) sebagian cenderung menurun ke kategori IPK* [2.5 , 2.75) dan sebagian lagi cenderung naik ke kategori IPK* [3 , 3.25) dan IPK* [3.25 , 3.5). Transisi mahasiswa yang berkategori IPK* [3.25 , 3.5) cederung menurun ke kategori IPK* [3 , 3.25). Transisi mahasiswa yang berkategori IPK* ≥ 3.5 cenderung mempunyai IPK* yang stabil (tetap berada pada kategori IPK* ≥ 3.5).

Jika P dibandingkan dengan P^*, dengan memperhatikan nilai-nilai proporsi yang besar pada kedua matriks tersebut, maka dapat dilihat bahwa transisi kategori IPK*-3, IPK*-4, dan IPK*-5 (nilai IPK* dari 2.5 sampai 3.25) meningkat ke kategori IPK* yang lebih tinggi, sedangkan transisi kategori IPK-3, IPK-4, dan IPK-5 (nilai IPK dari 2.5 sampai 3.25) cenderung ke kategori IPK yang lebih rendah, untuk kategori IPK* < 2 meningkat ke kategori IPK* yang lebih tinggi, sedangkan pada matriks P, IPK < 2 sebagian cenderung tetap pada kategori IPK tersebut. Maka secara keseluruhan dapat disimpulkan bahwa pada P^* kategori IPK-nya lebih mengalami peningkatan ke kategori IPK yang lebih tinggi dibandingkan dengan P. Dengan demikian terlihat bahwa dengan adanya semester pendek (SP) dapat meningkatkan nilai IPK mahasiswa.

5. Kesimpulan

Berdasarkan perbandingan model matriks P dan P^*, pada matriks P transisi IPK < 2 sebagian cenderung tetap pada kategori IPK tersebut dan untuk transisi IPK [2.5 , 2.75), IPK [2.75 , 3), dan IPK [3 , 3.25) cenderung ke kategori IPK yang lebih rendah, sedangkan pada matriks P^* transisi IPK* < 2, IPK* [2.5 , 2.75), IPK* [2.75 , 3), dan IPK* [3 , 3.25) meningkat ke kategori IPK* yang lebih tinggi. Jadi pada matriks P^* kategori IPK-nya lebih mengalami peningkatan ke kategori IPK yang lebih tinggi dibandingkan dengan matriks P. Dengan demikian terlihat bahwa dengan adanya semester pendek (SP) dapat meningkatkan nilai IPK mahasiswa.

Daftar Pustaka

Andarini, Indri. (2009). Skripsi *Analisis Korespondensi untuk Mengetahui Hubungan Lama Studi dengan IPK dan Lama Skripsi Alumni Matematika FMIPA UNSRI Angkatan 2001-2002*. Palembang: Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Sriwijaya.

Irmeilyana, R. Sitepu, D. Yansen (2010). Penerapan model Markov untuk menghitung peluang perubahan Indeks Prestasi Semester (IPS) mahasiswa Jurusan Matematika FMIPA UNSRI. *Proseding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika*, Universitas Muhammadiyah Malang.

Taylor, H. M. & S. Karlin. (1994). *An Introduction to Stochastic Modelling.* 3nd Editions. Florida: Academic Press.

Yansen, Dedi (2010). *Penerapan Model Markov untuk menghitung Peluang Perubahan Indeks Prestasi Semester (IPS) Mahasiswa Jurusan Matematika FMIPA UNSRI*. Palembang: Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Sriwijaya.