

**ANALISIS MODEL KESETIMBANGAN
PENYEBARAN PENYAKIT TUBERKULOSIS
MENGUNAKAN STRATEGI *DIRECTLY OBSERVE TREATMENT SHORTCOURSE*
TIPE SEITR**

SKRIPSI

**Sebagai Salah Satu Syarat Untuk Memperoleh
Gelar Sarjana Matematika**



Oleh :

Anton

NIM 08011381621071

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS SRIWIJAYA

September 2020

LEMBAR PENGESAHAN

**ANALISIS MODEL KESETIMBANGAN
PENYEBARAN PENYAKIT TUBERKULOSIS
MENGUNAKAN STRATEGI *DIRECTLY OBSERVE TREATMENT SHORTCOURSE*
TIPE SEITR**

SKRIPSI

**Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh Gelar
Sarjana Matematika**

Oleh

Anton

NIM. 08011381621071

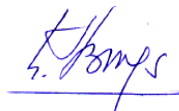
Indralaya, 30 September 2020

Pembimbing Pembantu



Drs. Endro Setyo Cahyono, M.Si.
NIP. 196409261990021002


Pembimbing Utama



Dr. Bambang Suprihatin, S.Si., M.Si.
NIP. 197101261994121001



**Mengetahui
Ketua Jurusan Matematika**


Drs. Sugandi Yahdin, M.M
NIP. 195807271986031003

LEMBAR PERSEMBAHAN

MOTTO :

“Ilmu terbaik dalam hidup adalah yang bercahaya didalam cahaya, yang bercahaya didalam kegelapan dan cahaya dalam hati, sehingga didapati wajah pemiliknya lebih indah dari pada bulan purnama”.

“ Maha suci Allah yang ditangannya kerajaan dan berkuasa atas segala sesuatu. Yang menciptakan mati dan hidup, untuk menguji kamu, siapa diantara kamu yang lebih baik amalnya, dan Dia maha perkasa, maha pengampun “.

(Q.S.al-Mulk : ayat 1-2).

Kupersembahkan

ALLAH SWT

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Wr. Wb

Pertama-tama kami panjatkan puji syukur kepada Allah SWT, semua kehendak ada ditanganNYA dan semua Kerajaan hanya milikNYA. Atas kehendak dan izinNYA penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul **Analisis Model Keseimbangan Penyebaran Penyakit Tuberkulosis Menggunakan Strategi *Directly Observe Treatment Shortcourse Tipe SEITR***. Shollowat serta salam senantiasa kami curahkan, rindukan dan cinta atas Baginda Muhammad SAW beserta keluarga, sahabat, pemimpin yang adil dan seluruh Makhluk yang mengikuti beliau hingga akhir zaman.

Penyusunan Skripsi ini merupakan salah satu syarat mendapatkan gelar sarjana Matematika di Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Sriwijaya dan sarana penulis dalam rangka untuk menuangkan ilmu yang diperoleh selama mengikuti pendidikan di perguruan tinggi. Penulis menyadari sepenuhnya bahwa di dalam laporan tugas akhir ini masih terdapat kekurangan, baik dalam bentuk tulisan maupun tehnik penyampaian. Hal ini disebabkan keterbatasan pengetahuan dan pengalaman yang dimiliki penulis. Oleh karena itu penulis membuka kritik dan saran yang bersifat membangun demi kesempurnaan tulisan ini dan agar penulis dapat menyelesaikan hasil karya yang lebih baik lagi.

Pada kesempatan ini dengan kerendahan hati, rasa hormat dan segala cinta, penulis mengucapkan banyak terimakasih yang tak terhingga kepada bapak, ibu

kandung dan ibu pengganti penulis. Dengan segenap pengorbanan, cinta, dukungan, didikan dan doa beliau yang tak pernah terhenti demi kebaikan dan keberhasilan penulis dalam menyelesaikan skripsi ini. Keberhasilan dalam menyelesaikan skripsi ini juga tak lepas dari bantuan pembimbing dan semua pihak yang telah membantu penulis baik secara langsung ataupun tidak langsung.

Penulis ingin mengucapkan terimakasih yang tak terhingga kepada :

1. Bapak Drs. Sugandi Yahdin, M.M selaku ketua jurusan Matematika dan Ibu Des Alwine Zayanti, M.Si selaku sekretaris jurusan Matematika, yang telah memberikan pelayanan terbaik dalam hal akademik dan pendidikan kepada penulis.
2. Bapak Dr. Bambang Suprihatin S.Si, M.Si, selaku dosen pembimbing utama yang telah mengarahkan dan meluangkan waktunya untuk memberikan banyak ide pemikiran, bimbingan, kesabaran, arahan, saran, nasehat, serta motivasi terbaik dan sangat berarti dalam membimbing penulis menyelesaikan skripsi.
3. Bapak Endro Setyo Cahyono S.Si, M.Si selaku dosen pembimbing kedua yang telah mengarahkan dan meluangkan waktu untuk memberikan banyak ide-ide pemikiran, bimbingan, kesabaran, arahan, dorongan, saran, nasehat, serta motivasi yang terbaik dan sangat berarti dalam membimbing penulis dalam menyelesaikan skripsi.
4. Ibu Dr. Herlina Hanum, M.Si, Novi Rustiana Dewi M.Si, Evi Yuliza M.Si, selaku dosen pembahas telah memberikan masukan dan saran demi perbaikan skripsi penulis.

5. Ibu Dr. Fitri Maya Puspita, M.Sc, selaku dosen pembimbing akademik telah memberikan arahan terbaik dalam hal akademik dan dukungan serta dorongan kepada penulis dalam menyelesaikan skripsi.
6. Keluarga besarku dan saudara lainnya yang telah memberikan dukungannya, nasehat dan doanya kepada penulis.
7. Keluarga besar The warrior 2016, Lingkaran, LDF Kosmik, Kemusolahan Kosmik, COIN, BEM, Himastik, LDK Nadwah, Kestari Nadwah, BEM Unsri, ZISQ, Kandang AWS dan Kandang Magdis, terimakasih atas kebersamaannya dan telah memberikan banyak dukungan kepada penulis.
8. Pasukan Kopasus dan Kapten perang badar LDF Kosmik FMIPA trimakasih telah memberikan dorongan kepada penulis.
9. Sahabat-sahabatku yang telah memberikan motivasi, dorongan dan dukungan sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi.
10. Bapak Irwansyah dan Ibu Khamidah yang telah banyak membantu dalam proses administrasi.
11. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu yang telah memberikan bantuan dalam menyelesaikan skripsi ini.



Indralaya, 30 September 2020

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'Anton', written over a horizontal line.

Anton

**ANALISIS MODEL KESETIMBANGAN
PENYEBARAN PENYAKIT TUBERKULOSIS
MENGUNAKAN STRATEGI *DIRECTLY OBSERVE TREATMENT SHORTCOURSE*
TIPE SEITR**

By :

Anton

08011381621071

ABSTRACT

The spread of the tuberculosis virus (TB) has become an endemic for countries in the world. This study discusses the mathematical modeling analysis of TB spread when the system applies the Directly Observe Treatment Shortcourse (DOTS) strategy. The DOTS strategy is a treatment system that is carried out by which patients take medication regularly and under supervision, as an effort to increase the cure rate. The aim of this research is to analyze the stability properties, get a graphic representation, get the best proportion of treatment and get the number of patients who need to recover. The reproduction number (R_0) is the expected number of infected individuals (infectious individuals) in the susceptible subpopulation. If ($R_0 > 1$) indicates endemic, it will become epidemic and ($R_0 < 1$) indicates that it is not endemic. R_0 is formulated when the proportion of treatment class approaches 100%. Estimating the proportion of treatment classes can provide information that at least the number of infect and symptom individuals must recover after undergoing treatment so that the spread of TB remains in a stable state.

Keywords: TB spread, Individual, DOTS strategy.

**ANALISIS MODEL KESETIMBANGAN
PENYEBARAN PENYAKIT TUBERKULOSIS
MENGUNAKAN STRATEGI *DIRECTLY OBSERVE TREATMENT SHORTCOURSE*
TIPE SEITR**

By :

Anton

08011381621071

ABSTRAK

Penyebaran virus tuberkulosis (TB) telah menjadi wabah bagi negara-negara di dunia. Penelitian ini membahas analisa pemodelan matematika penyebaran TB pada saat sistem menerapkan strategi *Directly Observe Treatment Shortcourse* (DOTS). Strategi DOTS merupakan sistem pengobatan yang dilakukan yaitu pasien menelan obat secara rutin dan dalam pengawasan, sebagai upaya menaikkan angka kesembuhan. Tujuan peneliti ini yaitu menganalisis sifat kesetabilan, mendapatkan interpresentasi grafik, mendapatkan proporsi treatment terbaik dan mendapatkan jumlah pasien yang harus sembuh. Bilangan reproduksi (R_0) merupakan ekspektasi banyaknya individu tertular (individu *infect*) dalam subpopulasi *susceptible*. Jika ($R_0 > 1$) menunjukkan endemik akan menjadi wabah dan ($R_0 < 1$) menunjukkan tidak terjadi endemik. R_0 diformulasikan pada saat proporsi kelas *treatment* mendekati 100%. Dengan menaksir proporsi kelas *treatment* dapat memberikan informasi bahwa minimal banyaknya individu *infect* dan gejala yang harus sembuh setelah menjalani pengobatan sehingga penyebaran TB tetap berada dalam keadaan stabil.

Kata kunci: penyebaran TB, Individu, strategi DOTS.

DAFTAR ISI

	Halaman
Halaman Judul	i
Lembar Pengesahan	ii
LEMBAR PERSEMBAHAN	iii
KATA PENGANTAR	iv
ABSTRACT	vii
ABSTRAK	viii
DAFTAR ISI	ix
DAFTAR TABEL	xii
DAFTAR GRAFIK	xiii
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Perumusan Masalah	3
1.3 Pembatasan Masalah	3
1.4 Tujuan	3
1.5 Manfaat	4
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	5
2.1 Tuberkulosis	5
2.2 Strategi DOTS	6
2.3 Model Matematika Strategi DOTS Menggunakan Tipa SEITR	6
2.4 Bilangan Reproduksi	9
2.5 Matriks	9

2.6 Persamaan Diferensial	9
2.7 Aproksimasi Fungsi	10
2.8 Nilai Eign, Vektor Eigen, dan Polinomial Eigen	11
2.9 Matriks Jacobi	11
3.10 Routh-Hurwitz	12
3.11 Kesetimbangan	13
3.12 Sistem Polar Bilangan Kompleks	13
3.13 Sistem Persamaan Diferensial Autonomus	14
BAB III METODELOGI PENELITIAN	15
3.1 Tempat	15
3.2 Waktu	15
3.3 Metode Penelitian	15
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN	16
4.1 Model Penyebaran Penyakit Tuberkulosis	16
4.2 Melinierisasi Model Persamaan Tuberkulosis	17
4.3 Analisis Menentukan Titik Kesetimbangan	19
4.4 Analisis Kestabilan di Sekitar Titik Kesetimbangan	26
4.5 Analisis Routh-Hurwitz Menentukan Kestabilan	33
4.6 Analisis Menentukan Bilangan Reproduksi	41
HASIL	47
1. Simulasi Data	47
2. Data Lapangan	52
BAB V KESIMPULAN DAN SARAN	53

5.1 Kesimpulan	53
5.2 Saran	53
DAFTAR PUSTAKA	64
LAMPIRAN	66

DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel 1. Data insiden TB menurut Regional Benua tahun 2016	5
Tabel 2. Data insiden tuberkulosis 2010-2016	5
Tabel 3. Pendefinisi variabel-variabel	8
Tabel 4. Pendefinisian parameter-parameter	8

DAFTAR GRAFIK

	Halaman
Grafik 4.1. Arah vektor	36
Grafik 4.2. Arah vektor	37
Grafik 4.3. Polinomial $Q(x)$	48
Grafik 4.4. Polinomial $Q(x)$	49
Grafik 4.5. Polinomial $Q(x)$	50
Grafik 4.6. Polinomial $Q(x)$	51
Grafik 4.7. Polinomial $Q(x)$	53
Grafik 4.8. Polinomial $Q(x)$	54
Grafik 4.9. Polinomial $Q(x)$	55
Grafik 4.10. Polinomial $Q(x)$	57
Grafik 4.11. Polinomial $Q(x)$	58
Grafik 4.12. Polinomial $Q(x)$	59
Grafik 4.13. Polinomial $Q(x)$	60
Grafik 4.14. Fungsi <i>infect</i> atau laten	61
Grafik 4.15. Fungsi <i>infect</i> atau laten	61
Grafik 4.16. Fungsi <i>infect</i> atau laten	72
Grafik 4.17. Fungsi <i>infect</i> atau laten	72

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar belakang

Pada tahun 1993, *World Health Organization* (WHO) mendeklarasikan kedaruratan global (*the global emergency*) penyakit tuberkulosis (TB). Menurut pernyataan WHO sebagian besar negara-negara di dunia tidak berhasil mengendalikan TB (Ramadhan, 2018). Hal ini disebabkan oleh tingginya angka penularan TB. Menurut laporan Kemenkes (2018), pada tahun 2016 terdapat sekitar 10,4 juta kasus TB di dunia. Menurut laporan WHO (2017) pada tahun 2013 Indonesia menempati peringkat ketiga kasus TB terbanyak di dunia setelah India dan China. Pada tahun 2010 sampai 2015 kasus TB di Indonesia cenderung mengalami peningkatan. Dari tahun 2010 sampai 2016 rata-rata kasus TB di Indonesia sebesar 256 penduduk per 100.000 penduduk (BPS, 2020).

Menurut Kenedayanti dan Sulistyorini (2017) TB merupakan infeksi menular yang paling sering menyerang jaringan paru-paru. Hal ini disebabkan oleh bakteri *Mycobacterium tuberculosis*. Penyakit ini dapat menyerang manusia dengan kondisi klinis yang berbeda-beda atau tanpa gejala hingga manifestasi berat. Gejala penderita TB diantaranya yaitu batuk-batuk, sakit dada, nafas pendek, hilang nafsu makan, berat badan turun, demam, kedinginan dan kelelahan (Raflesia, 2014). WHO merekomendasikan strategi *Directly Observed Treatment Shortcourse* (DOTS) sebagai upaya pendekatan kesehatan paling tepat dalam menanggulangi kasus TB di Indonesia (Hasri dkk, 2013). Menurut (Kemenkes, 2011) salah satu upaya pemerintah Indonesia dalam mengendalikan TB yaitu

menggunakan strategi DOTS. Strategi DOTS merupakan pengawasan langsung menelan obat dalam jangka waktu pendek dengan misi menurunkan angka kesakitan dan kematian akibat TB.

Pemodelan matematika merupakan salah satu cabang ilmu matematika, dapat diterapkan dalam membentuk model pada sistem penyebaran TB dengan cara mentransformasikan kedalam bentuk persamaan matematika. Proses pemodelan matematika yaitu mengetahui masalah di dunia nyata kemudian diinterpretasikan kedalam pernyataan matematik. Tujuan pemodelan matematika yaitu untuk memperoleh pemahaman kondisi di dunia nyata menjadi lebih tepat (Widiowati & Sutimin, 2007). Menurut Kalu dan Inyama (2012) sifat penyebaran TB dapat dijelaskan kedalam pemodelan matematika. Pemodelan matematika penyebaran TB dengan strategi DOTS dapat dimodelkan kedalam bentuk sistem persamaan diferensial *autonomous*. Menurut Ramadhan (2018) model penyebaran TB tipe SIR pada saat sistem menerapkan strategi DOTS dapat dikembangkan menjadi tipe SEITR.

Pada penelitian ini menambahkan satu parameter kedalam model penyebaran TB tipe SEITR. Parameter ini digunakan untuk menaksir proporsi kelas *treatment* sembuh. Penelitian ini penting dilakukan karena dapat memberikan informasi sifat penyebaran TB pada suatu sistem. Dapat memberikan penaksiran banyaknya individu *infect* dan gejala yang harus sembuh setelah menjalani pengobatan, sehingga penyebaran TB tetap berada dalam kondisi stabil.

1.2 Perumusan Masalah

1. Bentuk model penyebaran TB seperti apa dan apakah penyebaran TB stabil pada keadaan bebas penyakit atau tidak bebas penyakit?
2. Bagaimana cara memformulasikan bilangan reproduksi (R_0) pada saat menaksir proporsi kelas *treatment* ?

1.3 Pembatasan masalah

1. Diasumsikan bahwa individu yang menjalani pengobatan DOTS tidak akan putus obat.
2. Individu laten TB dapat menjadi sembuh tanpa menjadi individu aktif dan individu yang sembuh dapat kembali menjadi individu yang rentan infeksi.

1.4 Tujuan

1. Memperkirakan banyaknya individu yang telah menjalani pengobatan (mengobati individu infect dan laten TB dengan strategi DOTS) dan harus sembuh pada saat persentase proporsi kelas *treatment* sembuh kurang dari 100% , sehingga penyebaran TB tidak terjadi endemik.
2. Memberikan pendekatan solusi persamaan diferensial *autonomous* untuk menduga kestabilan penyebaran TB dengan memandang perilaku grafiknya.

1.5 Manfaat

1. Sebagai pertimbangan (penelitian penyebaran TB) dalam menaksir nilai (menaikkan atau menurunkan harga bilangan) satu parameter atau lebih pada model penyebaran TB, sehingga dapat menjustifikasikan kestabilan TB atau terjadi endemik .
2. Memberikan informasi dinamika sistem penyebaran TB.
3. Dapat diterapkan dalam menganalisa sifat penyebaran pandemi virus corona (*covid-19*).
4. Dapat dijadikan sebagai referensi oleh peneliti yang akan melakukan penelitian penyebaran TB dengan pendekatan tehnik pengobatan lain.

DAFTAR PUSTAKA

- Anton, Howard R .2000. *Aljabar Linier Elementer Edisi ketujuh Jilid ke 2*. Batam:Interaksara.
- Atkins, T.2008.*Modeling Transmission Dynamics of Tuberculosis Including Various Latent Periods*. Florida : Orlando.
- Ballman, R. T. 1964. *Mathematical Trends in Control Theory*. New York.
- BPS.go.id. (2020, 4 Maret). Insiden Tuberkulosis per 100.000 penduduk tahun 2011-2016. Diakses pada tanggal 4 maret 2020 pukul 8:15, dari: <https://www.bps.go.id/dynamictable/2018/06/06/1470/insiden-tuberkulosis-itb-per-100-000-penduduk-2011-2016.html>.
- Finizio, N dan Ladas, G.1988.*Persamaan Differensial Biasa Dengan Penerapan Modern Edisi Kedua*.Terjemahan Widiati Santso. Jakarta:Erlangga.
- Halim, N. BT. A. 2013. *Tuberculosis Model a Mathematical Analysis*. Thesis. Kuala Lumpur : University Of Malaya.
- Hadley, G.1998.*Aljabar linier*.Erlangga.Jakarta.
- Hasri, Fajriah. A. Dkk. 2013. Studi Mutu Pelayanan Sentra Directly Observed Treatment Shortcourse (DOT) di Balai Besar Kesehatan Paru Masyarakat Sulawesi Selatan Tahun 2013.
- Kalu, A. U dan Inyama, S.C. 2012. *Mathematical Model Of the Role of Vaccination and Treatment on the Transmission Dynamics of Tuberculosis*. Nigeria: Federal University of Technology, 11:1.
- Kementrian Kesehatan Republik Indonesia. 2011.*Strategi Nasional Pengendalian TB Direktorat Jendral Pengendalian Penyakit dan Penyehatan Lingkungan*. Jakarta.
- Kementrian Kesehatan RI, 2018. *Tuberkulosis*. Jakarta.
- Kenedayanti. E , Sulistyorini. L, 2017. Analisis mycobacterium tuberkulosis dan kondisi fisik rumah dengan kejadian tuberkulosis paru. *Jurnal Berkala Epidemiologi*. Volume 5 no 2: hal 152-162.
- Kocak, H&Hole J.K. 1991.*Dynamic and Bifurcation*. New York:Springer Verlag.
- Kundur, P. 1993.*Power System Stability and Control*. McGraw-Inc.
- Mishra, B. K. 2013. *Mathematical Model on Pulmonary and Multidrug resistant Tuberculosis Patient whit Vaccination*. India : Birla Institute of Technology.
- Paliouras, J. D.1975.*Peubah Kompleks Untuk Ilmuwan Dan Insinyur*. Jakarta:Erlangga.

- Ramadhan, M. R. Dkk. 2018. Pemodelan matematika penyebaran penyakit tuberkulosis dengan strategi DOTS. *Journal of Mathematics*. Semarang: UNNES.
- Raflesia, U.2014. Model Penyebaran Penyakit Tuberkulosis (TBC). *Jurnal Gradien*, 10:2.
- Ross, L. Shephley.1989.*Differential Equation 3th*. New York:University of New Hampshire.
- Setiawan. 2012. *Kontrol Optimal Penyebaran Tuberkulosis dengan Exogenous Reinfection*. Tesis.Depok : Universitas Indonesia.
- Varberg, Purcell dan Ringdon.2007.*Kalkulus Edisi Kesembilan Jilid 2*.Jakarta:Erlangga.
- WHO, 2017. *Global Tuberculosis Report 2017*, jenawa.
- Widiowati & Sutimin. 2007. *Bahan Ajar Pemodelan Matematika*. Semarang : Universitas Diponegoro.