PERPINDAHAN PANAS KONVEKSI PAKSA PADA SELINDER ELLIP DALAM UDARA : PENGARUH *ASPECT RATIO*

Kaprawi Sahim[a]

[a] *Jurusan Teknik Mesin, Fakultas Teknik, Universitas Sriwijaya*
Jl. Raya Palembang-Inderalaya km. 32 580062 Inderalaya, Indonesia

Abstract

Forced convection heat transfer between air and an elliptical cylinder is given by solving the boundary layer equations. The aime of this study is to know the effect of aspect ratio of elliptical cylinder to forced convective heat transfer from surrounding. The boundary equation is solved numerically by finte volume method. The variation of aspect ratio of elliptical cylinder from the smallest ratio, ε = 0 to the largest one ε = 1. This variations is by reducing the minor axis of cylinder (majpr axis constant). The results show that at low aspect ratio, Nusselt number is small and when the ratio increase, Nusselt number increase significantly. The maximum local Nusselt number is occurred near the stagnation point of elliptical cylinder at low aspect ratios and when the aspect ratio increase the position of maximum local Nusselt number keeps away from stagnation point.

Keywords : *convection,heat transfer,flow,elliptical cylinder,aspect ratio*

1. PENDAHULUAN

Pada sebagian tube penukar panas pada alat-alat teknik yang mana tube berbentuk selinder bulat sering digunakan. Keuntungan dari tube tersebut diantaranya karena mudah dibuat dan mempunyai perpindahan panas yang baik. Pada alat penukar panas lainnya kadang ditemukan tube penukar panas dengan panampang yang tidak bulat yang diantaranya mempunyai koefisien perpindahan panas yang lebih baik dari selinder bulat. Diantara bentuk selinder tidak bulat adalah selinder segiempat [1] yang mana perpindahan panas lebih baik dari selinder bulat. Boubekri dan Afrid [2] memberikan hasil studi bahwa distribusi kecepatan dalam lapisan batas, tebal lapisan batas dan separasi tergantung dengan distribusi kecepatan di daerah aliran potensial. Selain itu penulis diatas memberikan studi aliran disekitar ellip yang mana aliran potensial pada permukaan silinder ellip pejal dengan *aspect ratio* ($\varepsilon = b/a$, b dan a masing-masing sumbu terpendek dan terpanjang dari ellip) 3,5 digunakan untuk mengetahui stabilitas vorteks secara numerik yang terbentuk pada angka Reynolds yang rendah $0 \leq Re \leq 210$. Tegangan tekanan dihitung pada sekeliling selinder ellip yang fungsi dari Reynolds. Dengan menggunakan aliran potensial dan persamaan aliran dimodelkan dalam dua dimensi maka dari persamaan konservasi masa dan momen, hasil menunjukkan bahwa vorteks yang terbentuk dibelakang selinder ellip berubah-ubah terhadap waktu untuk Re = 210.

Bharti et al [3] mempelajari secara numerik pengaruh indeks dari *power law* kecepatan fluida terhadap bilangan Nusselt. Bilangan Nusselt tidak hanya tergantung kepada bilangan Reynolds dan Prandtl tetapi juga dengan indeks *power law* dari profil kecepatan. Selanjutnya aliran panas secara konveksi bebas dari suatu selinder ellip diberikan oleh Ahmad et al [4]. Dengan asumsi *heat flux* konstan pada selinder ellip dengan *aspect ratio* $0{,}1 \leq \varepsilon \leq 0{,}75$. Hasil menunjukkan bahwa temperatur pada dinding selinder fungsi dari *aspect ratio* dan temperatur turun dengan turunnya angka Prandtl.

Johnson et al [5] telah mempelajari terbentuknya vorteks dibelakang selinder ellip secara dua dimensi yang dijelaskan secara numerik untuk angka Reynolds yang rendah 30

Corresponding author
email : kaprawis@yahoo.com

s.d 200. Dengan memvariasikan *aspect ratio* dari ellip maka apabila *aspect ratio* turun dibelakang ellip terjadi perubahan dari vorteks Karman yang *steady* ke bentuk aliran yang mempunyai dua daerah yang berbeda.

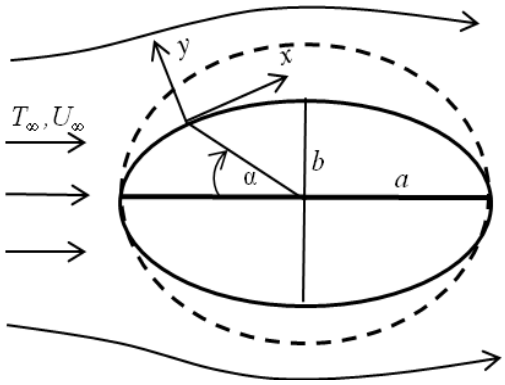
Apabila *aspect ratio* $\varepsilon = 0$ maka selinder ellip menjadi suatu plat datar oleh karena $b = 0$ dan apabila $\varepsilon = 1$ menjadi selinder bulat. Dalam hal ini untuk merubah bentuk selinder ellip yaitu dengan merubah salah satu sumbu ellip. Khan et al [6] mempelajari perpindahan panas pada selinder ellip secara pendekatan analitik dengan variasi *aspect ratio* yaitu dengan menaikkan *major axis* dari selinder bulat. Studi menunjukkan bahwa dengan kenaikan *aspect ratio* maka angka Nusselt naik dan tegangan geser menurun.

Aliran potensial disekitar selinder bulat dan ellip telah dipejari oleh Wang et al [7] yang memberikan pengaruh kepada tegangan normal pada dinding dan kontribusinya kepada inersia, pengaruh viskos dan viskoelastik. Dinding aliran mempengaruhi perpindahan panas pada selinder ellip yang dipasangkan diantara kedua dinding aliran. Hal ini telah diberikan oleh Mohsen et al [8] yang mempelajari jarak yang berpengaruh kepada perpindahan panas. Hasil studi tersebut menunjukkan bahwa perpindahan panas pada selinder ellip akan maksimum apabila jarak dinding dengan selinder ellip adalah tiga kali lebih besar dari *minor axis* dari ellip tersebut.

Tulisan adalah untuk investigasi aliran udara dan perpindahan panas secara konveksi paksi disekitar suatu selinder ellip yaitu studi aliran dan perpindahan panas pada dinding selinder ellip dengan variasi nilai *aspect ratio* $0 \le \varepsilon \le 1$ dengan memperkecil *minor axis* dari selinder bulat dengan diameter $2a$ (a adalah *major axis*) secara numerik. Aliran datang menabrak selinder ellip dalam arah memanjang dari sumbu ellip a dan dengan demikian terbentuk lapisan batas aliran disekitar selinder ellip, gesekan aliran dengan dinding, separasi aliran. Asumsi dalam studi ini adalah perpindahan panas dengan temperatur konstan dan panjang selinder ellip arah transversal sangat panjang. Tujuan dari tulisan ini adalah untuk mengetahui karakteristik aliran dan perpindahan panas konveksi paksa sekitar selinder ellip dengan *aspect ratio* bervariasi.

2. PERSAMAAN LAPISAN BATAS

Skema aliran fluida menabrak selinder ellip ditunjukkan oleh Gbr 1. Diasumsikan panjang selinder arah lateral adalah sangat panjang, aliran adalah laminar dan tak-mampu mampat serta *steady*.



U_∞ dan T_∞ adalah kecepatan dan temperatur aliran datang, α adalah sudut antara titik yang ditinjau dan titik stagnasi, x dan y adalah sumbu arah tangensial dan normal. a,b adalah masing-masing panjang sumbu selinder ellip. *Aspect ratio* dari ellip adalah $\varepsilon = b/a$. Selinder ellip menjadi bulat apabila $b = a$ atau $\varepsilon = 1$, dengan menjaga a konstan dan merubah nilai b maka akan didapatkan $0 \le \varepsilon \le 1$.

Persamaan momentum aliran sekitar selinder ellip diberikan sebagai berikut :

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dx} + \upsilon\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \qquad (1)$$

Dengan kondisi batas berikut (Gbr 1) :

a. $u = v = 0$ pada $y = 0$
b. $u = U$ pada $y = \infty$
c. $u = 0$ pada $x = 0$

Dimana U adalah kecepatan aliran potensial.
Persamaan kontinuitas berikut :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \qquad (2)$$

u dan v adalah kecepatan masing-masing dalam arah x dan y. Gradient tekanan dalam persamaan (1) diberikan oleh hubungan berikut :

$$-\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dx} = U(x)\frac{dU}{dx} \qquad (3)$$

Persamaan lapisan batas termal diberikan sebagai berikut :

$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \lambda\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \qquad (4)$$

dimana T : Temperatur fluida

λ : Difusivitas termal fluida

Dengan kondisi batas berikut :

a. $T = T_s$ pada $y = 0$

b. $T = T_\infty$ pada $y = \infty$

Persamaan-persamaan diatas ditransformasi ke bentuk variabel tak-berdimensi sebagai berikut :

$$y^+ = \frac{y}{d}\sqrt{Re}, \qquad x^+ = \frac{x}{d}, \qquad u^+ = \frac{u}{U_\infty},$$

$$Re = \frac{U_\infty d}{\upsilon}, \qquad v^+ = \frac{v}{U_\infty}\sqrt{Re},$$

$$p^+ = \frac{p}{\rho U_\infty{}^2}, \qquad (5)$$

$$U^+ = \frac{U}{U_\infty}, \qquad T^+ = \frac{T - T_S}{T_\infty - T_S}$$

Dimana d adalah diameter selinder bulat (pada $\varepsilon = 1$), T adalah temperatur, p adalah tekanan statik, u dan v adalah kecepatan masing-masing arah x dan y.

Persamaan (1),(2) dan (4) dalam bentuk tak-berdimensi menjadi :

$$u^+\frac{\partial u^+}{\partial x^+} + v^+\frac{\partial u^+}{\partial y^+} = U^+\frac{dU^+}{dx^+} + \frac{\partial^2 u^+}{\partial y^{+2}} \qquad (6)$$

$$\frac{\partial u^+}{\partial x^+} + \frac{\partial v^+}{\partial y^+} = 0 \qquad (7)$$

dan dengan kondisi batas sebagai berikut :

$u^+ = v^+ = 0$ pada $y^+ = 0$

$u^+ = U^+$ pada $y^+ = \infty$

$$u^+\frac{\partial T^+}{\partial x^+} + v^+\frac{\partial T^+}{\partial y^+} = \frac{1}{\Pr}\frac{\partial^2 T^+}{\partial y^{+2}} \qquad (8)$$

dimana Pr adalah angka Prandtl

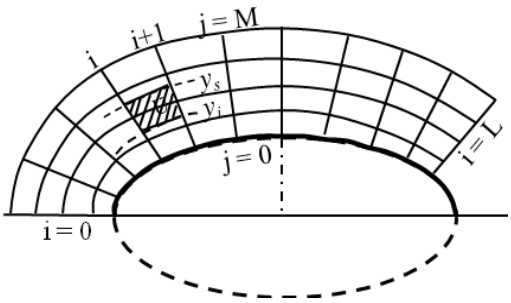
Kondisi batas : $T^+ = 0$ pada $y^+ = 0$

$T^+ = 1$ pada $y^+ = \infty$

$T^+ = 1$ pada $x^+ = 0$

3. METODE PENYELESAIAN

Metode penyelesaian persamaan (6),(7) dan (8) adalah metode volume hingga yang mana persamaan lapisan batas diatas diintegralkan dalam suatu volume elementer U (Gbr. 2) yang terletak diantara garis-garis diskretisasi arah i dan j. Oleh karena selinder ellip simetris terhadap aliran datang maka diskretisasi dilakukan hanya bagian atas.



Gambar 2 : Diskretisasi Bidang

Integral persamaan lapisan batas adalah sebagai berikut [14] :

$$\int_{y_i}^{y_s}[uu]_{x_i}^{x_{i+1}}dy + \int_{x_i}^{x_{i+1}}[uv]_{y_i}^{y_s}dx = \iint_V S dxdy + \int_{x_i}^{x_{i+1}}\left[\frac{\partial u}{\partial y}\right]_{y_i}^{y_s}dx$$

Dimana $S = U^+\dfrac{dU^+}{dx^+}$

Dalam perhitungan ini digunakan aliran potensial disekitar ellip yang diberikan oleh Khan et al. [7]. Setelah dilakukan proses integral maka didapatkan persamaan diskretisasi sebagai berikut :

$$a_{i,j}u^+_{i+1,j-1} + b_{i,j}u^+_{i+1,j} + c_{i,j}u^+_{i+1,j+1} = d_{i,j} \qquad (9)$$

$$e_{i,j}T^+_{i+1,j-1} + f_{i,j}T^+_{i+1,j} + g_{i,j}T^+_{i+1,j+1} = h_{i,j} \qquad (10)$$

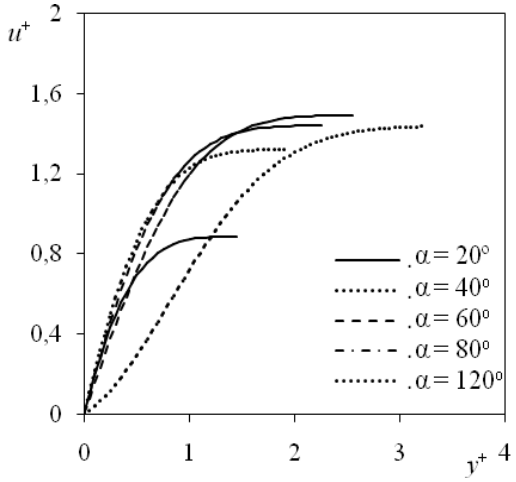
dengan $a_{i,j}$, $b_{i,j}$, $c_{i,j}$, $d_{i,j}$, $e_{i,j}$, $f_{i,j}$, $g_{i,j}$, dan $h_{i,j}$ adalah tegangan persamaan.

Corresponding author
email : kaprawis@yahoo.com

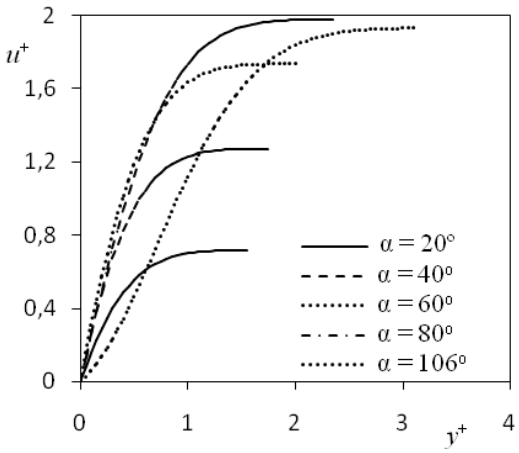
Persamaan (9), (10) diselesaikan dengan metode choleski oleh karena persamaan-persamaan tersebut membentuk matriks tigadiogonal. Perhitungan dimulai dengan memasang i = 0 dan kemudian dihitung $u^{+}_{i+1,j}$ dan $T^{+}_{i+1,j}$ dengan j = 0,1,2,...,M masing-masing dari persamaan (9) dan (10). Dengan cara yang sama perhitungan dilanjutkan untuk i = 1,2,...,L dan pada akhirnya didapatkan $u^{+}_{i,j}$ dan $T^{+}_{i,j}$ untuk i =1,2,...,L dan j = 1,2,...,M. Pada studi inni hanya dilakukan untuk angka Prandtl yang konstan.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Beberapa contoh distribusi kecepatan diberikan pada oleh Gbr. 3 dan 4 untuk ε = 0,5 dan 1. Dari kedua gambar dapat diamati bahwa dengan kenaikan *aspect ratio* kecepatan semakin naik dan tebal lapisan batas semakin turun. Pada posisi yang sama α = 80° untuk ε = 0,5 dan ε = 1 yang berbeda maka perbedaan kecepatan cukup besar namun profilnya identik. Perbedaan tebal lapisan batas dapat diamati sebagai contoh pada α = 20° didapatkan bahwa pada $u^+ \approx U^+$ tebal lapisan batas y^+ = 0,85 untuk ε = 0,5 dan y^+ = 0,80 untuk ε =1. Perbedaan profil kecepatan sangat signifikan didekat titik separasi aliran yang mana dekat dinding selinder profil kecepatan tidak linier. Hal ini ditunjukkan oleh profil pada α = 120° untuk ε = 0,5 dan α = 106° untuk ε = 1. Semakin mendekati titik separasi maka gradient kecepatan pada dinding semakin mendekati nol dan pada titik separasi gradient ini sama dengan nol.



Gambar 3 : Distribusi kecepatan (ε = 0,5)



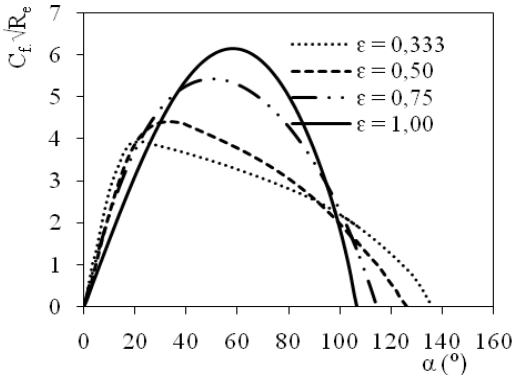
Gambar 4 : Distribusi kecepatan (ε = 1)

Lokasi titik separasi untuk beberapa nilai *aspect ratio* ditunjukkan dalam Tabel 1. Dari tabel memberikan bahwa dengan kenaikan ε maka α semakin menurun yang berarti lokasi separasi semakin mendekati titik stagnasi (α = 0°). Hal ini disebabkan oleh karena semakin bergesernya gradient tekanan positif dengan kearah stagnasi yang disertai dengan deselerasi aliran.

Tabel 1 : Titik separasi

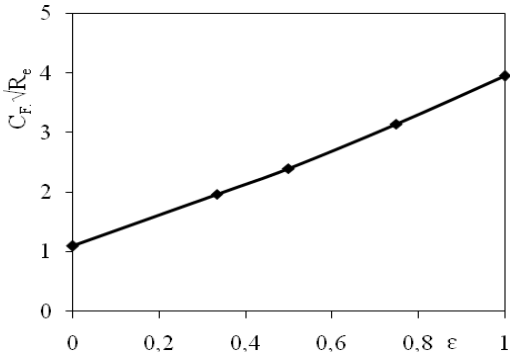
ε	α (^{o})
0,33	135,02
0,50	125,24
0,75	114,12
1,00	108,43

Variasi kecepatan pada dinding sekeliling selinder mempengaruhi tegangan geser pada dinding. Tegangan geser maksimum terjadi pada selinder bulat (ε = 1) pada α = 58,45^o dan profil tegangan geser lokal berevolusi dalam bentuk kurva parabol seperti ditunjukkan pada Gambar 5. Pada sudut yang sama kenaikan tegangan semakin besar dengan menurunnya *aspect ratio* dan nilai maksimum terjadi pada α = 17,98^o untuk ε = 0,33, α = 32,57^o untuk ε = 0,5 dan α = 58,45^o untuk ε = 1. Kenaikan tegangan geser disebabkan oleh deformasi profil kecepatan dalam lapisan batas, gradient kecepatan yang lebih tinggi pada dinding. Setelah mencapai nilai maksimum tegangan geser menurun. Penurunan ini semakin perlahan-lahan terhadap α dengan semakin menurunnya *aspect ratio* dan nilai tegangan sama dengan nol pada titik separasi aliran. Daerah dimana terjadi penurunan tegangan geser diikuti dengan menurunnya gradient tekanan.



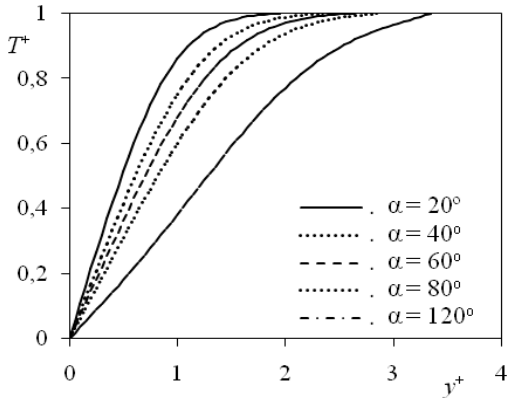
Gambar 5 : Distribusi tegangan geser lokal

Pengaruh tegangan geser rata-rata terhadap *aspect ratio* diberikan pada Gbr 6. Kita dapat amati bahwa tegangan naik dengan kenaikan ε. Kenaikan ini signifikan untuk semua *aspect ratio*.

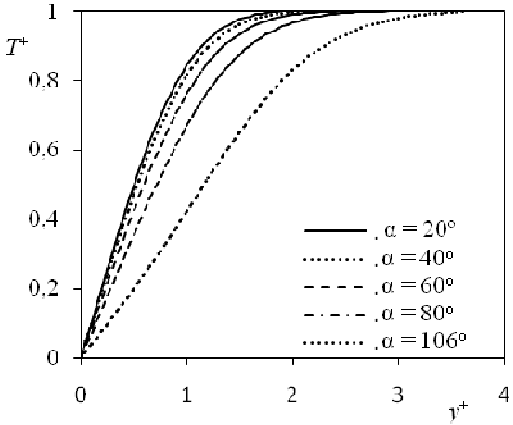


Gambar 6 : Distribusi tegangan geser

Distribusi temperatur untuk ε = 0,5 dan ε = 1 diberikan pada oleh Gbr.7 dan 8. Temperatur berubah baik dalam arah tangensial dan normal. Perubahan arah aliran pada beberapa sudut α yang sama dari kedua distribusi temperatur menurun apabila *aspect ratio* naik. Sedangkan perubahan temperatur yang besar terjadi daerah dekat dengan dinding (arah normal) dan menjauhi dinding perubahan temperatur menurun. Profil temperatur sama bentuknya satu sama lain kecuali di dekat titik separasi dimana perubahannya lebih kecil di dekat dinding. Dapat diamati juga pada daerah jauh dari dinding ($y = \infty$) dan pada daerah dekat dengan titik separasi, besar perubahan temperatur semakin menurun dengan semakin naikknya ε. Dari distribusi kecepatan dapat diamati bahwa semakin naik *aspect ratio* maka tebal lapisan batas semakin menurun.



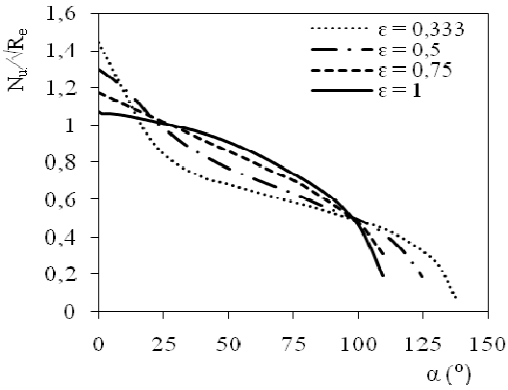
Gambar 7 : Distribusi temperatur (ε = 0,5)



Gambar 8 : Distribusi temperatur (ε = 1)

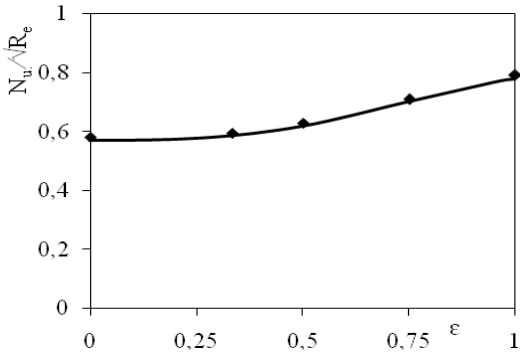
Untuk ε = 0 adalah aliran pada plat datar dengan gradient tekanan konstan sepanjang plat dan untuk hal ini angka Nusselt lokal tidak tergantung dengan α dan hanya fungsi dari *x* oleh karena itu pada Gbr. 9 hanya ditunjukkan distribusi angka Nusselt lokal yang fungsi α yang mana untuk beberapa *aspect ratio*. Angka Nusselt yang tertinggi terjadi pada titik stagnasi untuk semus *aspect ratio*. Kemudian angka tersebut turun seiring dengan kenaikan α. Pada daerah dekat dengan stagnasi, semakin kecil ε maka semakin besar angka Nusselt dan penurunannya semakin besar dan terkecil untuk selinder bulat. Semakin bertambah α penurunan masih terjadi sampai menuju ke titik separasi. Angka Nusselt di sekitar daerah stagnasi ($\alpha < 30^o$) lebih besar yang disebabkan oleh karena besarnya gradient temperatur pada dinding dan gradient ini menurun dengan bertambahnya α.

Corresponding author
email : kaprawis@yahoo.com



Gambar 9 : Angka Nusselt lokal

Pengaruh angka Nusselt rata-rata terhadap *aspect ratio* diberikan pada Gbr. 10. Kenaikan angka Nusselt kecil untuk ε < 0,33 yang mana kenaikan ini kurang dari 0,8 % dan ketika ε bertambah maka kenaikan mulai signifikan yang mencapai nilai tertinggi untuk selinder bulat. Hal ini disebabkan oleh gradient temperatur tinggi dan tebal lapisan batas yang minimum untuk selinder bulat (ε = 1) selain itu panjang keliling dinding selinder bulat dari titik stagnasi ke titik separasi adalah yang terbesar dibandingkan dengan selinder ellip (0 < ε < 1) sehingga luasan dinding perpindahan panas adalah yang tertinggi.



Gambar 10 : Angka Nusselt rata-rata

5. KESIMPULAN

Studi ini telah menerangkan secara numerik perpindahan panas konveksi paksa aliran udara panas ke selinder ellip yang mempunyai *aspect ratio* berbeda. Hasil memberikan karakteristik profil kecepatan aliran, tegangan geser, temperatur dan angka Nusselt untuk aspect ratio yang berbeda. Distribusi kecepatan dalam lapisan batas identik satu sama lain kecuali di dekat titik separasi aliran. Gradient kecepatan semakin naik dan tebal lapisan batas menurun dengan kenaikan *aspect ratio*. Tegangan geser naik seiring dengan kenaikan aspect ratio dan tegangan geser maksimum terjadi untuk selinder bulat. Angka Nusselt maksimum bergerak menjauhi titik stagnasi dengan kenaikan *aspect ratio*. Angka Nusselt rata-rata bergerak naik dengan kenaikan *aspect ratio* namun kenaikan ini kecil untuk aspect ratio yang kecil dan kenaikan signifikan untuk *aspect ratio* lebih besar.

6. DAFTAR PUSTAKA

[1]. Kaprawi S., 2007, Pengaruh Posisi Pipa Segiempat dalam Aliran Fluida terhadap Perpindahan Panas, *Jurnal Teknik Mesin*, Vol. 9, No. 2.

[2]. Boubekri, M. and Afrid, M., 2008, Some Modes of the Incompressible Flow on an Elliptic Cylinder at Low Reynolds Number, *Journal of Engineering and Applied Science*, Vol. 3, p. 94-99.

[3]. Bharti, R.P., Sivakumar, P., Chabra, R.P., 2008, Forced Convection Heat Transfer from an Elliptical Cylinder to Power-Law Fluids, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 51, p.1838–1853.

[4]. Ahmad, S., Arifin, N.M.,Nazar, R., Pop I., 2008, Free Convection Boundary Layer Flow Over Cylinders of Elliptic Cross Section with Constant Surface Heat Flux, *European Journal of Scientific Research*, ISSN 1450-216X Vol.23 No.4, p.613-625.

[5]. Johnson, S.A., Thompson,M.C. and Hourigan, 2001, K., Flow Past Elliptical Cylinders at Low Reynolds Numbers, *14th Australasian Fluid Mechanics Conference, Adelaide University*, Adelaide, Australia.

[6]. Khan, W.A., Culham, J.R.,Yovanovich, M.M., 2005, Fluid Flow around and Heat Transfer from Elliptical Cylinders : Analytical Approach, *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol. 19, No. 2.

[7]. Wang, J., Joseph,D.D., 2004, Potential Flow of a Second-Order Fluid over a Sphere or an Ellipse, *Journal of Fluid Mechanics*., Vol. 511, p. 201–215.

[8]. Mohsen, H., Baharak, A.,Maysam, A., 2010, Prediction of Natural Convection Heat Transfer from a Confined Horizontal Elliptic Tube using Radial Basis Function Network, *International Journal of Research and Reviews in Applied Sciences*, ISSN: 2076-734X, Vol. 2, Issue 1