

**KETERKAITAN SIFAT ARMENDARIZ DENGAN BEBERAPA RING GRUP**

**SKRIPSI**

**Sebagai Salah Satu Syarat Memperoleh Gelar  
Sarjana Sains Bidang Matematika**



**Oleh**

**ELSYA WULANDARI  
NIM 08011181419010**

**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS SRIWIJAYA  
MARET 2018**

**Lembar Pengesahan**

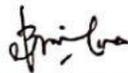
**KETERKAITAN SIFAT ARMENDARIZ DENGAN BEBERAPA RING GRUP**

**SKRIPSI**

**Sebagai Salah Satu Syarat Memperoleh Gelar  
Sarjana Sains Bidang Studi Matematika**

Oleh  
**ELSYA WULANDARI**  
NIM 08011181419010

Pembimbing Kedua



Dra. Ning Eliyati, M.Pd.  
NIP.19591120 199102 2 001

Indralaya, Maret 2018

Pembimbing Utama



Novi Rustiana Dewi, M.Si.  
NIP.19701113 199603 2 002

Mengetahui,

Ketua Jurusan Matematika



Drs. Sagandi Yahdin, M.M.  
NIP.19580727 198603 1003

## HALAMAN PERSEMBAHAN

### MOTTO:

"Sesungguhnya bersama kesusahan ada kemudahan"  
(QS. Al-Insyirah: 5)

"Barang siapa yang menempuh jalan untuk mencari suatu ilmu.  
Niscaya Allah memudahkannya ke jalan menuju surga."  
(HR. Muslim)

"Jangan putus asa. Mencoba itu memang lambat dan akan ada penghalang  
yang menghadang cita-cita itu. Maka, jangan pernah kalah olehnya."

**Skripsi ini kupersembahkan kepada:**

- ❖ **Mama dan Bapak tercinta**
- ❖ **Adikku tersayang**
- ❖ **Keluarga besarku**
- ❖ **Para pemberi ilmu**
- ❖ **Sahabat dan teman-temanku**
- ❖ **Almamaterku**

## KATA PENGANTAR

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Allah Subhanahuwata'ala yang telah memberikan rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “**Keterkaitan Sifat Armendariz dengan Beberapa Ring Grup**” sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains bidang studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Sriwijaya.

Ucapan Terimakasih penulis berikan kepada kedua orang tua yaitu Mama, **Nurmala**, dan Bapak **Romli**, yang telah membesarkan, mendidik, memberikan doa dan semangat serta mencurahkan seluruh tenaga, kasih sayang, dan materi untuk pendidikan penulis sampai saat ini.

Penulis juga ingin mengucapkan rasa terimakasih kepada seluruh pihak yang telah membantu, baik secara langsung maupun tidak langsung, kepada:

1. Bapak **Drs. Sugandi Yahdin, M.M.** selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Sriwijaya.
2. Ibu **Des Alwine Zayanti, M.Si.** selaku Sekretaris Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Sriwijaya.
3. Bapak **Drs. Robinson Sitepu, M.Si.** selaku Dosen Pembimbing Akademik yang telah memberikan waktu dan masukan kepada penulis dalam masa perkuliahan.
4. Ibu **Novi Rustiana Dewi, M.Si.** selaku Dosen Pembimbing Utama yang telah banyak membimbing, mengarahkan, memberi ilmu dan selalu memberikan masukan dengan penuh kesabaran mengenai hal-hal yang diperlukan dalam skripsi

ini, serta memberi motivasi dan semangat sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.

5. Ibu **Dra. Ning Eliyati, M.Pd.** selaku Dosen Pembimbing Pembantu yang senantiasa menyediakan waktu, pikiran, motivasi, saran serta kesabaran memberikan ilmu, arahan, semangat dan bimbingan sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.
6. Bapak **Drs. Endro Setyo Cahyono, M.Si.**, Ibu **Evi Yuliza, M.Si.**, Ibu **Dr. Fitri Maya Puspita, M.Sc.**, bapak **Drs. Putra B.J Bangun, M.Si.** dan ibu **Des Alwine Zayanti, M.Si.**, selaku Dosen Penguji Utama yang telah bersedia meluangkan waktu dalam memberikan tanggapan, kritik dan saran dalam perbaikan dan penyelesaian skripsi ini.
7. **Seluruh Dosen** di Jurusan Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Sriwijaya, yang telah memberikan ilmu kepada penulis selama masa perkuliahan.
8. Kak **Iwan** dan Ibu **Khamidah** selaku pegawai Tata Usaha Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam yang telah membantu penulis selama masa perkuliahan.
9. Adikku, **Muhammad Egi**, serta keluarga besar tercinta yang selalu memberikan doa, kasih sayang, dukungan , dan semangat kepada penulis.
10. Sahabat-sahabatku, **Sherly Malinda, Siti Rahayu, Sri Erlita, Tiara Rodiana A., Vinny Ananda, Solehan, Banglades, Ahmad Fikri, Ari Putra P., Habiburrahman, M. Fajri Pratama, M. Fajriansyah, Rido Prawira O., Salman Al Farisy, Tulus Fanbudie** yang selalu sabar mendengarkan keluh

kesah, membantu dalam masa perkuliahan dan menyelesaikan skripsi ini, serta memberi semangat, doa, dan canda tawa kepada penulis.

11. Teman-teman Seperjuangan angkatan **2014** yang telah memberikan bantuan, kerja sama, masukan, dan semangat kepada penulis selama ini.
12. Kakak tingkat angkatan **2012, 2013**, adik tingkat angkatan **2015, 2016, 2017**, serta semua pihak yang telah memberikan bantuan kepada penulis dalam menyelesaikan skripsi yang tidak dapat disebutkan satu persatu.

Terima kasih kepada semua pihak yang telah disebutkan dan mohon maaf kepada semua pihak yang tidak bisa disebutkan satu persatu. Semoga skripsi ini dapat berguna dalam menambah wawasan dan pengetahuan.

Indralaya, Maret 2018

**Penulis**

**THE RELEVANCE OF ARMENDARIZ PROPERTIES  
WITH SOME RING GROUPS**

**By**

**Elsya Wulandari  
08011181419010**

**ABSTRACT**

A ring and group can form an algebraic structure called a group ring. In this research, ring group is formed from ring  $\mathbb{Z}$  and group  $\mathbb{Z}_{5 \leq p \leq 13}$  with  $p$  prime number and group  $D_4$ . This research aims to prove that the ring groups satisfy the reduced ring conditions and the Armendariz properties. the result of research, it was found that the ring groups satisfied the reduced ring condition by proving that  $a^2 = 0$  resulting in  $a = 0$  for  $a$ , member of ring groups. So it is proven for ring group  $\mathbb{Z}\mathbb{Z}_{5 \leq p \leq 13}$  with  $p$  prime number and ring group  $\mathbb{Z}D_4$  which satisfies the reduced ring is the Armendariz ring whose the product of the two polynomials is equal to zero.

Keyword: Ring Group, Reduced Ring, Armendariz Ring

# KETERKAITAN SIFAT ARMENDARIZ DENGAN BEBERAPA RING GRUP

Oleh

Elsya Wulandari  
08011181419010

## ABSTRAK

Suatu ring dan grup dapat membentuk suatu struktur aljabar disebut ring grup. Ring grup dalam penelitian ini merupakan ring grup yang dibentuk dari ring  $\mathbb{Z}$  dan grup  $\mathbb{Z}_{5 \leq p \leq 13}$  dengan  $p$  bilangan prima serta grup  $D_4$ . Penelitian ini bertujuan untuk membuktikan ring grup yang diteliti memenuhi syarat ring tereduksi dan sifat Armendariz. Hasil penelitian ini diperoleh bahwa ring grup yang diteliti memenuhi syarat ring tereduksi dengan membuktikan  $a^2 = 0$  mengakibatkan  $a = 0$  untuk  $a$  anggota ring grup yang diteliti. Sehingga terbukti untuk ring grup  $\mathbb{Z}\mathbb{Z}_{5 \leq p \leq 13}$  dengan  $p$  bilangan prima dan ring grup  $\mathbb{Z}D_4$  yang memenuhi syarat ring tereduksi merupakan ring Armendariz yang hasil kali kedua polinomilnya sama dengan nol.

*Kata kunci: Ring Grup, Ring Tereduksi, Ring Armendariz.*

## DAFTAR ISI

	Halaman
<b>Halaman Judul</b> .....	<b>i</b>
<b>Halaman Pengesahan</b> .....	<b>ii</b>
<b>Halaman Persembahan</b> .....	<b>iii</b>
<b>Kata Pengantar</b> .....	<b>iv</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>vii</b>
<b>ABSTRAK</b> .....	<b>viii</b>
<b>DAFTAR ISI</b> .....	<b>ix</b>
<b>DAFTAR TABEL</b> .....	<b>xi</b>
<b>DAFTAR GAMBAR</b> .....	<b>xii</b>
<b>DAFTAR LAMPIRAN</b> .....	<b>xiii</b>
<b>BAB I PENDAHULUAN</b> .....	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang .....	1
1.2 Perumusan Masalah .....	3
1.3 Pembatasan Masalah .....	3
1.4 Tujuan .....	3
1.5 Manfaat .....	4
<b>BAB II TINJAUAN PUSTAKA</b> .....	<b>5</b>
2.1 Bilangan .....	5
2.1.1 Bilangan Bulat Modulo $n$ .....	5
2.1.2 Bilangan Bulat Bebas Kuadrat .....	6
2.2 Grup .....	6
2.2.1 Grup Faktor .....	7

2.2.2 Grup Permutasi	8
2.2.3 Grup Dihedral	9
2.3 Ring	11
2.3.1 Ring Polinomial	11
2.4 Ring Grup	12
2.5 Ring Tereduksi	13
2.6 Ring Armendariz	13
2.7 POLYMATH 6.0	14
<b>BAB III METODOLOGI PENELITIAN</b>	<b>16</b>
3.1 Tempat	16
3.2 Waktu	16
3.3 Metode Penelitian	16
<b>BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN</b>	<b>18</b>
4.1 Ring Grup $\mathbb{Z}\mathbb{Z}_{5 \leq p \leq 13} - \{0\}$ untuk $p$ bilangan prima	18
4.1.1 Ring Grup $\mathbb{Z}\mathbb{Z}_5 - \{0\}$	18
4.1.2 Ring Grup $\mathbb{Z}\mathbb{Z}_7 - \{0\}$	21
4.1.3 Ring Grup $\mathbb{Z}\mathbb{Z}_{11} - \{0\}$	27
4.1.4 Ring Grup $\mathbb{Z}\mathbb{Z}_{13} - \{0\}$	30
4.2 Ring Grup $\mathbb{Z}D_4$	34
<b>BAB V PENUTUP</b>	<b>42</b>
5.1 Kesimpulan	42
5.2 Saran	42
<b>DAFTAR PUSTAKA</b>	<b>43</b>
<b>LAMPIRAN</b>	<b>44</b>

## DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel 1. Tabel Cayley $(\mathbb{Z}D_4, \circ)$ .....	10
Tabel 2. Tabel Cayley $(\mathbb{Z}_5, \cdot)$ .....	18
Tabel 3. Tabel Cayley $(\mathbb{Z}_7, \cdot)$ .....	22
Tabel 4. Tabel Cayley $(\mathbb{Z}_{11}, \cdot)$ .....	28
Tabel 5. Tabel Cayley $(\mathbb{Z}_{13}, \cdot)$ .....	31

## DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 1. Kotak Dialog Input Persamaan dan Nilai Tebakan	
Awal Variabel .....	15

## DAFTAR LAMPIRAN

	Halaman
Lampiran 1. Output Penyelesaian $\mathbb{Z}\mathbb{Z}_5 - \{0\}$ dengan Program	
POLYMATH 6.0 .....	44
Lampiran 2. Output Penyelesaian $\mathbb{Z}\mathbb{Z}_7 - \{0\}$ dengan Program	
POLYMATH 6.0 .....	45
Lampiran 3. Output Penyelesaian $\mathbb{Z}\mathbb{Z}_{11} - \{0\}$ dengan Program	
POLYMATH 6.0 .....	46
Lampiran 4. Output Penyelesaian $\mathbb{Z}\mathbb{Z}_{13} - \{0\}$ dengan Program	
POLYMATH 6.0 .....	47
Lampiran 5. Output Penyelesaian $\mathbb{Z}D_4$ dengan Program	
POLYMATH 6.0 .....	48
Lampiran 6. Pembuktian Teorema 1 .....	49
Lampiran 7. Pembuktian Teorema 2 .....	50
Lampiran 8. Pembuktian Teorema 3 .....	51
Lampiran 9. Pembuktian Lemma 1 .....	51

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1. Latar Belakang

Pengembangan ilmu pengetahuan saat ini telah banyak dilakukan termasuk pengembangan ilmu matematika murni. Salah satu cabang ilmu matematika murni yaitu aljabar. Aljabar merupakan bidang ilmu matematika murni yang mempelajari simbol-simbol matematika dan aturan yang dapat digunakan untuk memanipulasi simbol-simbol tersebut. Secara umum terdapat 4 jenis ilmu matematika yang termasuk dalam aljabar yaitu aljabar elementer, aljabar abstrak, aljabar linear, dan aljabar boolean. Ilmu matematika dalam aljabar yang bersifat abstrak disebut aljabar abstrak.

Aljabar abstrak secara umum mempelajari struktur grup, ring, field, dan modul. Grup merupakan struktur aljabar yang mempunyai satu operasi biner. Pada struktur aljabar grup dapat dihubungkan dengan konsep himpunan berpasangan satu-satu sehingga dapat diketahui komposisi pemetaannya yang dapat dikatakan sebagai grup permutasi. Selain itu ada pula grup bilangan bulat  $\mathbb{Z}$  modulo  $n$  yaitu grup dengan operasi biner modulo  $n$  dari himpunan bilangan bulat. Adapun struktur aljabar yang terdiri dari satu himpunan tak kosong dengan dua operasi biner yaitu terhadap penjumlahan dan perkalian disebut ring (Mas'ood, 2012). Contoh umum dari ring salah satunya adalah himpunan bilangan bulat  $\mathbb{Z}$ . Salah satu jenis struktur aljabar ring yang dibahas pada himpunan polinomial-polinomial disebut ring polinomial. Didalam ring polinomial, *indeterminate*  $x$  dengan koefisien-koefisiennya diambil dari ring  $R$  sehingga membentuk suatu himpunan jumlah formal (Dummit and Foote, 2004).

Noor dan Hijriati (2010) memperkenalkan pengembangan struktur aljabar ring grup  $RG$  yang merupakan himpunan dengan anggota anggotanya berupa jumlah formal dari grup  $G$  berhingga dibawah operasi pergandaan dengan ring  $R$  dengan unsur satuan. Suatu ring grup  $RG$  dibawah operasi penjumlahan dan operasi pergandaan merupakan ring. Afandi (2014) menyelidiki suatu ring yang tidak mempunyai elemen nilpoten tak nol disebut ring tereduksi. Selanjutnya Armendariz (1974) memperkenalkan suatu ring yang bersifat asosiatif perkalian dan mempunyai elemen satuan disebut ring Armendariz jika hasil kali dari dua ring polinomial anggota ring tersebut adalah sama dengan nol dan masing-masing koefesiennya adalah nol.

Penelitian mengenai keterkaitan ring tereduksi dengan ring Armendariz telah dilakukan oleh Rege and Chhawchharia (1997). Beberapa penelitian mengenai ring grup yang dikaitkan dengan ring Armendariz telah dilakukan oleh Yang and Du (2016) yang memberikan pembuktian-pembuktian keterkaitan ring grup  $RK_8$  dan sifat ring Armendariz secara teori dan tanpa penjelasan yang mendalam, dan pada penelitian Ludiana dkk. (2013) menyelidiki ring grup  $\mathbb{ZZ}_3 - \{0\}$ ,  $\mathbb{ZZ}_5 - \{0\}$  dan  $\mathbb{ZS}_3$  memenuhi sifat Armendariz dan dapat dikatakan bahwa ring grup tersebut merupakan ring Armendariz. Ring grup yang dibahas pada beberapa penelitian tersebut hanya berfokus pada ring grup yang sederhana, oleh karena itu penelitian ini akan membuktikan ring grup  $\mathbb{ZZ}_p - \{0\}$  untuk  $p$  bilangan prima dan ring grup  $\mathbb{ZD}_n$  merupakan ring tereduksi dengan menggunakan Metode Substitusi dan Eliminasi serta menggunakan program POLYMATH 6.0 dan membuktikan keberlakuan sifat Armendariz untuk ring grup tersebut.

## 1.2. Perumusan Masalah

Bersumber dari latar belakang dapat dirumuskan permasalahan sebagai berikut:

1. Bagaimana membuktikan ring grup  $\mathbb{Z}\mathbb{Z}_p - \{0\}$  untuk  $p$  bilangan prima dan ring grup  $\mathbb{Z}D_n$  merupakan ring tereduksi?
2. Bagaimana membuktikan ring grup  $\mathbb{Z}\mathbb{Z}_p - \{0\}$  untuk  $p$  bilangan prima dan ring grup  $\mathbb{Z}D_n$  memenuhi sifat Armendariz ?
3. Bagaimana hubungan antara ring grup  $\mathbb{Z}\mathbb{Z}_p - \{0\}$  untuk  $p$  bilangan prima dan ring grup  $\mathbb{Z}D_n$  dengan sifat Armendariz?

## 1.3. Pembatasan Masalah

Penelitian ini dibatasi pada ring grup  $\mathbb{Z}\mathbb{Z}_{5 \leq p \leq 13} - \{0\}$  untuk  $p$  bilangan prima dan ring grup  $\mathbb{Z}D_4$ .

## 1.4. Tujuan

Penelitian ini memiliki tujuan sebagai berikut:

1. Membuktikan bahwa syarat ring tereduksi dapat terpenuhi pada ring grup  $\mathbb{Z}\mathbb{Z}_p - \{0\}$  untuk  $p$  bilangan prima dan ring grup  $\mathbb{Z}D_n$ .
2. Membuktikan bahwa sifat Armendariz dapat terpenuhi pada ring grup  $\mathbb{Z}\mathbb{Z}_p - \{0\}$  untuk  $p$  bilangan prima dan ring grup  $\mathbb{Z}D_n$ .
3. Memperoleh hubungan antara ring grup  $\mathbb{Z}\mathbb{Z}_p - \{0\}$  untuk  $p$  bilangan prima dan ring grup  $\mathbb{Z}D_n$  dengan sifat Armendariz.

### **1.5. Manfaat**

Hasil yang diperoleh dari penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat untuk mengembangkan ilmu aljabar abstrak khususnya dalam struktur aljabar grup dan ring serta mendapatkan ring khusus yaitu ring Armendariz pada beberapa ring grup.

## DAFTAR PUSTAKA

- Afandi, M. I. (2014). Generalisasi Ring Tereduksi. *Jurnal Mahasiswa Matematika*, 2, 184-187.
- Armendariz, E. P. (1974). A Note on Extensions of Baer and PP. Rings. *Journal of the Australian Mathematical Society*, 18, 470-473.
- Cutlip, M. B., & Shacham, M. (2008). Problem Solving in Chemical and Biochemical Engineering with POLYMATH, Excel, and MATLAB. In (2 ed.). Israel: Prentice Hall.
- Dummit, D. S., and Foote, R. M. (2004). *Abstract Algebra* (3 ed.). United States of America: John Wiley & Sons, Inc.
- Fraleigh, J. B. (2003). *A First Course In Abstract Algebra* (7 ed.). United States of Amerika: Addison Wesley Publishing Company.
- Hungerford, T. W. (2003). *Graduate Texts in Mathematics Algebra*. New York: Springer.
- Ludiana, M., Kustiawan, C., dan Gozali, S. M. (2013). Sifat Armendariz pada Beberapa Ring Grup. *Jurnal Eurekamatika*, 1(1), 1-11.
- Mas'ood, F. (2012). *Struktur Aljabar*. Palembang: Akademi Pertama.
- Niven, I., Zuckerman, H. S., and Montgomery, H. L. (1991). *An Introduction the Theory of Numbers* (5 ed.). Canada: John Wiley & Sons, Inc.
- Noor, A. J., dan Hijriati, N. (2010). Grup Ring. *Jurnal Matematika Murni dan Terapan*, 4(1), 31-41.
- Rege, M. B., and Chhawchharia, S. (1997). Armendariz Rings. *Proc. Japan Acad. Ser. A Math Sci*, 73 A, 14-17.
- Yang, L., and Du, X. (2016). Armendariz Group rings. *Journal Communication in Algebra*, 1-13.