

**IMPLEMENTASI METODE *BRANCH AND CUT* PADA MODEL *N-SHEET*
DALAM PENYELESAIAN *CUTTING STOCK PROBLEM* DUA DIMENSI**

SKRIPSI

**Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh Gelar
Sarjana Sains Bidang Studi Matematika**



**Oleh
ARI PUTRA PERTAMA
NIM 08011281419041**

**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS SRIWIJAYA
MARET 2018**

LEMBAR PENGESAHAN

**IMPLEMENTASI METODE *BRANCH AND CUT* PADA MODEL *N-SHEET*
DALAM PENYELESAIAN *CUTTING STOCK PROBLEM* DUA DIMENSI**

SKRIPSI

**Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh Gelar
Sarjana Sains Bidang Studi Matematika**

Oleh

**ARI PUTRA PERTAMA
NIM 08011281419041**

Pembimbing Pembantu



**Drs. Putra B. J. Bangun, M.Si
NIP. 19590904 198503 1 002**

**Indralaya, Maret 2018
Pembimbing Utama**



**Sisca Octarina, M.Sc
NIP. 19840903 200604 2 001**



**Drs. Sugandi Yahdin, M. M.
NIP. 19580727 198603 1 003**

LEMBAR PERSEMBAHAN

Motto

“when you like a flower, you just pluck it. But when you love a flower, you water it daily.” – Buddha.

“Ini Pun Akan Berlalu.”

Skripsi ini kupersembahkan kepada :

1. Kedua Orangtua
2. Saudari-saudari
3. Sahabat-sahabat
4. Almamater

KATA PENGANTAR

Puji syukur Penulis panjatkan ke hadirat Tuhan Yang Maha Esa karena atas berkat dan rahmat-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan judul “**Implementasi Metode *Branch and Cut* pada Model *N-Sheet* dalam Penyelesaian *Cutting Stock Problem* Dua Dimensi**” dengan baik. Skripsi ini sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Matematika di Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Sriwijaya. Penulisan skripsi ini tidak lepas dari bantuan berbagai pihak, untuk itu penulis menyampaikan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Bapak **Drs. Sugandi Yahdin, M. M.**, selaku Ketua Jurusan Matematika atas bimbingan dan arahan yang telah diberikan selama masa belajar penulis di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Sriwijaya.
2. Ibu **Des Alwine Zayanti, M. Si.**, selaku Sekretaris Jurusan Matematika atas bimbingan yang telah diberikan selama penulis belajar di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Sriwijaya.
3. Ibu **Sisca Octarina, M. Sc.**, selaku Dosen Pembimbing Pembimbing Utama yang telah bersedia menyediakan waktu, pikiran saran dan tenaga sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan baik.
4. Bapak **Drs. Putra Bahtera Jaya Bangun, M. Si.**, selaku Pembimbing Pembantu yang telah bersedia menyediakan waktu, pikiran, saran dan tenaga sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan baik.

5. Ibu **Dr. Yulia Resti, M. Si.**, selaku Dosen Pembimbing Akademik yang telah membimbing saya selama saya berstatus sebagai mahasiswa di Jurusan Matematika FMIPA Universitas Sriwijaya.
6. Ibu **Dr. Fitri Maya Puspita, M. Sc.**, Ibu **Indrawati, M. Si.**, dan Ibu **Evi Yuliza, M. Si.** selaku Penguji Utama yang telah bersedia meluangkan waktu dalam memberikan tanggapan, kritik dan saran yang bermanfaat dalam perbaikan dan penyelesaian skripsi ini.
7. **Seluruh Dosen di Jurusan Matematika FMIPA Unsri** yang telah memberikan ilmu yang bermanfaat, nasihat serta bimbingan selama penulis menjalani perkuliahan.
8. Kedua Orang Tua **Marjani** dan **Mijahni** terkasih dan Kakak-kakak tersayang **Feni Natalia, Meryana**, dan **Suzanna Adiajuti**, serta keponakan yang telah memberi semangat dan doanya.
9. Sahabat-sahabat seperjuangan **Ghina Salsabila, Vinny Ananda, Desti Destiansari Istinabiyah, Salman Al Farisy, Inosensius Nadeak, Aisyah Sholihatini, Devi Gusmalia Juita, Insyirah, Tiara Rodiana Azma, Marissa** dan **Seluruh Teman-Teman Angkatan 2014** yang senantiasa membantu, menyemangati, mendukung, serta menghibur selama kuliah.
10. Kakak-kakak tingkat **Apriantini, Allbar Pratama, Iffah Husniah, Alvian Yayang Hilman, Mutia Atika, R.A. Shadrina Nurul Azka** Angkatan **2012**, **2013** dan adik-adik tingkat Angkatan **2015, Ayu Luviyanti Tanjung, Firdaus,**

Wiliyanti, Muthia Firdha, Arden Naser Yustian Simarmata, Muhammad Afif Falih, dan Angkatan 2016.

11. Bapak **Irwansyah** dan Ibu **Khamidah** yang telah banyak membantu dalam proses administrasi.
12. Teman-teman sekalian **Madi, Ika Reskia, Octafiani Putri Asari, Defina Yunita,** dan semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu yang telah memberikan bantuan dalam menyelesaikan skripsi ini.

Penulis mengharapkan saran dan kritik yang bersifat membangun demi kesempurnaan skripsi ini. Semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat di masa yang akan datang.

Indralaya, Maret 2018

Penulis

IMPLEMENTATION OF BRANCH AND CUT METHOD ON N-SHEET MODEL IN SOLVING TWO DIMENSIONAL CUTTING STOCK PROBLEM

By:

Ari Putra Pertama
08011281419041

ABSTRACT

The problem of cutting raw materials to fulfill the size of demand using certain cutting pattern is called Cutting Stock Problem (CSP). All possible cutting pattern was found by using Pattern Generation (PG) algorithm. It obtained 33 patterns which corresponding to the length and 66 patterns corresponding to the width. All the patterns was modelled to N-Sheet model. The N-Sheet model is used to ensure as minimum as possible trim loss in fulfill the demands. The N-Sheet model is solved using the Branch and Cut method, where the optimal solution is 6 inches of cut loss from 3 pieces of plate material, which consist of one piece of plate material with 3 inches x 2 inches which cut four times and two pieces of plate material which cut nine times.

Keywords : *Cutting Stock Problem, Pattern Generation, N-Sheet, Branch and Cut*

IMPLEMENTASI METODE *BRANCH AND CUT* PADA MODEL *N-SHEET* DALAM PENYELESAIAN *CUTTING STOCK PROBLEM* DUA DIMENSI

Oleh:

Ari Putra Pertama
08011281419041

ABSTRAK

Masalah pemotongan bahan baku menjadi ukuran yang diminta dengan menggunakan pola pemotongan tertentu disebut sebagai *Cutting Stock Problem* (CSP). Pencarian pola pemotongan yang memungkinkan menggunakan algoritma *Pattern Generation* (PG), diperoleh 33 pola yang bersesuaian dengan panjang dan 66 pola yang bersesuaian dengan lebar. Penelitian ini memodelkan pola pemotongan hasil PG ke dalam model *N-Sheet*. Model *N-Sheet* digunakan untuk memastikan seminimal mungkin *trim loss* dalam pemenuhan permintaan yang ada. Model *N-Sheet* yang terbentuk diselesaikan menggunakan metode *Branch and Cut*, dimana solusi optimal yang diperoleh yaitu *cutloss* sebanyak 6 inci dari total 3 keping bahan baku material plat, yang terdiri dari satu keping plat berukuran 3 inci x 2 inci dipotong sebanyak empat kali dan dua keping plat berukuran 3 inci x 2 inci dipotong sebanyak sembilan kali.

Kata Kunci : *Cutting Stock Problem, Pattern Generation, N-Sheet, Branch and Cut*

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
LEMBAR PENGESAHAN	ii
LEMBAR PERSEMBAHAN	iii
KATA PENGANTAR.....	iv
ABSTRACT.....	vii
ABSTRAK	viii
DAFTAR ISI.....	ix
DAFTAR TABEL	xi
DAFTAR GAMBAR.....	xiii
 BAB I PENDAHULUAN	
1.1. Latar Belakang	1
1.2. Perumusan Masalah	3
1.3. Pembatasan Masalah	3
1.4. Tujuan	4
1.5. Manfaat	4
 BAB II TINJAUAN PUSTAKA	
2.1. <i>Cutting Stock Problem (CSP)</i>	5
2.2. <i>Pattern Generation (PG)</i>	6
2.3. <i>Model N-Sheet</i>	11
2.4. <i>Metode Branch and Cut</i>	12

2.4.1. Metode <i>Branch and Bound</i>	13
2.4.2. Metode <i>Gomory Cutting Plane</i>	14
BAB III METODOLOGI PENELITIAN	
3.1. Tempat.....	16
3.2. Waktu	16
3.3. Metode Penelitian.....	16
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN	
4.1. Pendeskripsian Data	18
4.2. Pengolahan Data.....	19
4.2.1. Pembentukan Pola Pemotongan dengan Menggunakan Algoritma <i>Pattern Generation</i>	27
4.2.2. Pembentukan Model <i>N-Sheet</i>	34
4.2.3. Implementasi Metode <i>Branch and Cut</i>	38
4.3. Analisis Hasil Akhir.....	55
BAB V KESIMPULAN DAN SARAN	
5.1. Kesimpulan	57
5.2. Saran.....	57
DAFTAR PUSTAKA	58

DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel 2.1. Solusi Optimal Umum LP Relaksasi	15
Tabel 4.1. Ukuran Produk Permintaan	18
Tabel 4.2. Pola-Pola Pemotongan Berdasarkan Panjang	27
Tabel 4.3a. Pola-Pola Pemotongan Berdasarkan Lebar	32
Tabel 4.3b. Lanjutan 1 Pola-Pola Pemotongan Berdasarkan Lebar.....	33
Tabel 4.3c. Lanjutan 2 Pola-Pola Pemotongan Berdasarkan Lebar.....	34
Tabel 4.4. Pola-Pola yang Dipilih Berdasarkan Panjang	35
Tabel 4.5a. Pola-Pola yang Dipilih Berdasarkan Lebar.....	35
Tabel 4.5b. Lanjutan 1 Pola-Pola yang Dipilih Berdasarkan Lebar	36
Tabel 4.7. Solusi Optimal Sub-Masalah 1	40
Tabel 4.8. Solusi Optimal Sub-Masalah 4	43
Tabel 4.9. Solusi Optimal Sub-Masalah 8	46
Tabel 4.10. Solusi Optimal Sub-Masalah 10	49

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 2.1. Penggambaran Pohon Pencarian	8
Gambar 4.1a. Pohon Pencarian Pola Berdasarkan Ukuran Panjang.....	25
Gambar 4.1b. Lanjutan 1 Pohon Pencarian Pola Berdasarkan Ukuran Panjang.....	25
Gambar 4.1c. Lanjutan 2 Pohon Pencarian Pola Berdasarkan Ukuran Panjang.....	26
Gambar 4.2a. Pohon Pencarian Pola Berdasarkan Ukuran Lebar	28
Gambar 4.2b. Lanjutan 1 Pohon Pencarian Pola Berdasarkan Ukuran Lebar	29
Gambar 4.2c. Lanjutan 2 Pohon Pencarian Pola Berdasarkan Ukuran Lebar	29
Gambar 4.2d. Lanjutan 3 Pohon Pencarian Pola Berdasarkan Ukuran Panjang.....	30
Gambar 4.2e. Lanjutan 4 Pohon Pencarian Pola Berdasarkan Ukuran Panjang.....	30
Gambar 4.2f. Lanjutan 5 Pohon Pencarian Pola Berdasarkan Ukuran Panjang.....	31
Gambar 4.2g. Lanjutan 6 Pohon Pencarian Pola Berdasarkan Ukuran Panjang.....	31
Gambar 4.3. Pencabangan Sub-Masalah 1 dan 2 dari Model N-Sheet	39
Gambar 4.4. Pencabangan Sub-Masalah 4 dan 5 dari Sub-Masalah 3	42
Gambar 4.5. Pencabangan Sub-Masalah 7 dan 8 dari Sub-Masalah 6	45
Gambar 4.6. Pencabangan Sub-Masalah 10 dan 11 dari Sub-Masalah 8	47
Gambar 4.7. Pencabangan Sub-Masalah 13 dan 14 dari Sub-Masalah 12	50

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Persaingan dalam bidang produksi semakin kompleks. Produsen hanya fokus pada banyak barang dan kualitas yang diproduksi untuk mendapatkan untung. Tetapi sekarang, setelah banyaknya kompetitor, produsen mulai memikirkan cara untuk mengoptimalkan pendapatan tanpa merugikan konsumen ataupun menambah modal. Salah satu cara yang dilakukan adalah mengoptimalkan penggunaan bahan baku. Permasalahan pengaturan bahan baku dalam *Operations Research* (OR) dikenal dengan *Cutting-Stock Problem* (CSP). *Cutting Stock Problem* (CSP) adalah masalah pemotongan bahan baku dari ukuran standar yang tersedia, seperti pemotongan untuk kertas roll, kaca, kayu, dan lain-lain untuk dibuat dalam ukuran tertentu agar sisa dari pemotongan dapat diminimumkan.

Masalah pemotongan bahan baku dalam CSP jika dilihat dari jumlah dimensi pada umumnya terbagi menjadi satu dimensi, dua dimensi, dan tiga dimensi. Penelitian ini menggunakan pemotongan dua dimensi, yang memperhatikan cara pemotongan bahan baku secara *guillotine*, yaitu pemotongan dengan memotong pola tanpa berhenti pada setiap bahan baku dari sisi ke sisi yang sejajar.

Penelitian tentang CSP telah banyak dibahas. Macedo *et al.* (2010) meneliti tentang CSP dua dimensi menggunakan model *Arc-Flow* dengan kendala *guillotine*. Selanjutnya Bangun *et al.* (2016) menyelesaikan algoritma *Pattern Generation* dengan

model *Arc-Flow* untuk CSP satu dimensi. Model *Arc-Flow* yang dihasilkan hanya menggunakan kendala permintaan dan non-negatif, selain itu tidak digunakan karena pemilihan pola pemotongan yang digunakan hanya sisa pemotongan paling minimum.

Selain model *Arc-Flow*, banyak model CSP yang dibahas dalam penelitian lain. Penelitian sebelumnya dilakukan oleh Gilmore *and* Gomory pada tahun 1963, yang meneliti tentang CSP satu dimensi sehingga kesulitan dalam masalah formulasi program linier dapat dijelaskan. Lalu Gilmore *and* Gomory pada tahun 1965 kembali melakukan penelitian untuk CSP dua dimensi dalam pengaplikasiannya ke dalam metode *Column Generation Technique* (CGT). Penelitian lainnya dilakukan oleh Andrade *et al.* (2014) mengenai CSP dua dimensi dua tahap pada masalah *guillotine*. Hasil penelitiannya menunjukkan model tersebut dapat dimodifikasi untuk menangani kasus-kasus tertentu seperti pemotongan *guillotine* dua tahap yang tepat tanpa pemangkasan. Data dari penelitian ini digunakan peneliti untuk diimplementasikan pada kasus pemotongan *guillotine*.

Octarina *et al.* (2017a) membuat program pembentukan pola untuk CSP dua dimensi menggunakan algoritma *Branch and Bound* yang dimodifikasi, namun program ini masih menghasilkan banyak pola yang sama. Selanjutnya, Octarina *et al.* (2017b) melanjutkan penelitiannya dengan menggunakan metode *Branch and Bound* dan *Gomory Cutting Plane* yang disebut dengan metode *Branch and Cut*, sehingga Octarina *et al.* (2017b) menyimpulkan bahwa penambahan kendala *Gomory* kurang efektif karena jumlah variabel yang banyak.

Steyn *and* Hattingh (2015) mengusulkan *exact algorithm* untuk CSP dua dimensi dengan satu ukuran bahan baku pada N lembar dan mendapatkan model yang cocok untuk meminimumkan sisa pemotongan. Model *N-Sheet* dapat digunakan pada masalah dengan bahan baku satu dimensi maupun dua dimensi. Kelebihan lain model ini adalah dapat digunakan pada kasus *single stock* maupun *multiple stock*. Selanjutnya, metode yang digunakan pada penelitian ini adalah *Branch and Cut*. Berdasarkan kesimpulan Albert (2006), algoritma *Gomory Cutting Plane* dapat digunakan dengan cepat, tetapi seringkali masih menghasilkan solusi *non-integer*. Akan tetapi, algoritma *Branch and Bound* menghasilkan solusi *integer* namun proses iterasinya terlalu banyak. Hal ini dapat menyebabkan kedua algoritma tersebut dikombinasikan menjadi satu, dan dinamakan *Branch and Cut*.

Berdasarkan latar belakang yang telah dijabarkan sebelumnya, penelitian ini mengimplementasikan metode *Branch and Cut* pada model *N-Sheet* yang digunakan pada masalah CSP dua dimensi.

1.2. Perumusan Masalah

Permasalahan yang dibahas pada penelitian ini adalah bagaimana mengimplementasikan metode *Branch and Cut* pada model *N-Sheet* dengan menggunakan pola pemotongan hasil algoritma PG pada CSP dua dimensi.

1.3. Pembatasan Masalah

Masalah yang dibahas pada penelitian ini memiliki beberapa batasan, antara lain:

1. Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data pemotongan material plat.
2. Cara pemotongan plat dilakukan dengan cara *guillotine*.
3. Bahan baku hanya memiliki satu ukuran atau *single stock*.

1.4. Tujuan

Tujuan dilakukannya penelitian ini adalah mengimplementasikan metode *Branch and Cut* pada model *N-Sheet* dengan menggunakan pola pemotongan hasil algoritma PG pada pembentukan dalam CSP dua dimensi.

1.5. Manfaat

Manfaat yang didapatkan dalam penelitian ini adalah:

1. Mengenalkan model alternatif lain untuk penyelesaian CSP dua dimensi
2. Sebagai pengembangan penelitian mengenai masalah CSP khususnya dua dimensi.
3. Dapat digunakan sebagai pengembangan ilmu optimasi dalam penyelesaian CSP.

DAFTAR PUSTAKA

- Albert, Shon. 2006, Solving Mixed Integer Linear Programs Using Branch and Cut Algorithm. *Thesis*. North Carolina: Faculty of North Carolina State University.
- Andrade, R., Birgin, E. G., and Morabito, R. 2014. Two-Stage Two-Dimensional Guillotine Cutting Stock Problems with Usable Leftover. *International Transactions in Operational Research*. 23 : 121-145.
- Bangun, P.B.J., Octarina, S., dan Apriani, R. 2016. Penyelesaian Algoritma Pattern Generation dengan Model Arc-Flow pada Cutting Stock Problem Satu Dimensi. *Proceeding Annual Research Seminar*. Fakultas Ilmu Komputer Universitas Sriwijaya.
- Macedo, R., Alves, C., and Carvalho, J.M.V. 2010. Arc-Flow Model for The Two-Dimensional Guillotine Cutting Stock Problem. *Computer & Operations Research*. 37 : 991-1001.
- Nurkertamanda, D., Saptadi, S., dan Permanasari, A. 2012. Optimasi Cutting Stock pada Industri Pemoangan Kertas dengan menggunakan Metode Integer Linear Programming (Studi Kasus di Bhinneka – Semarang). *Jurnal Teknik Industri (J@TI)*. Teknik Industri Universitas Diponegoro
- Octarina, S., Bangun, P.B.J., and Hutapea, S. 2017a. The Application to Find Cutting Pattern in Two-Dimensional Cutting Stock Problem. *Journal of Informatics and Mathematical Science*. 9(2).
- Octarina, S., Bangun, P.B.J., dan Radiana, M. 2017b. Implementasi Branch and Cut dalam Penyelesaian Model Gilmore and Gomory Hasil Pattern Generation. *Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika*. Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Sriwijaya.
- Steyn, T. and Hattingh, JM. 2015. An Exact Algorithm for the N-sheet Two Dimensional Single Stock-Size Cutting Stock Problem. *ORiON*. 31(2) : 77-94.
- Suliman, S.M.A. 2001. Pattern Generating Procedure for the Cutting Stock Problem. *International Journal of Production Economics*. 74 : 293 – 301.