

PENGEMBANGAN BAHAN AJAR GEOMETRI MODERN DENGAN STRATEGI *SYNTACTIC WITH TWO-COLUMN PROOF* UNTUK MAHASISWA CALON GURU

Diki Suryanto¹, Nyimas Aisyah^{2*}, Ely Susanti³

^{1,2*,3} Universitas Sriwijaya, Palembang, Indonesia

*Corresponding author. Jalan Palembang-Indralaya KM 32, 30662, Palembang, Indonesia

E-mail: dikisryto@gmail.com¹⁾
nyimas.aisyah@fkip.unsri.ac.id^{2*)}
ely_susanti@fkip.unsri.ac.id³⁾

Received 23 September 2022; Received in revised form 25 November 2022; Accepted 12 December 2022

Abstrak

Geometri modern umumnya dibangun melalui pembuktian tersusun secara sistem deduktif aksiomatik. Penelitian ini bertujuan untuk mengembangkan bahan ajar geometri modern dengan strategi *syntactic with two-column proof*. Proses pengembangan bahan ajar dilaksanakan dengan metode *design research* tipe *development study* terdiri dari dua tahap yaitu tahapan *preliminary* dan *formative evaluation* yang meliputi *self evaluation*, *prototyping* (*expert review*, *one to one*, dan *small group*), dan *field test*. Kualitas bahan ajar ditentukan oleh tiga kriteria yaitu validitas, kepraktisan dan keefektifan. Bahan ajar ini dinyatakan valid berdasarkan aspek konten dengan rata-rata sebesar 76,3%, konstruk 81%, dan bahasa 78,9%. Selain itu modul dinyatakan praktis berdasarkan hasil kuesioner respon mahasiswa, yaitu dengan rata-rata sebesar 87,6% serta bahan ajar yang memiliki efek potensial terhadap penalaran matematis. Berdasarkan hasil tersebut dapat disimpulkan bahwa bahan ajar geometri modern dengan strategi *syntactic with two-column proof* valid, praktis, dan efektif.

Kata kunci: Geometri modern; strategi *syntactic*; *two-column proof*.

Abstract

Modern geometry is generally built through a structured proof axiomatic deductive system. This study aims to develop modern geometry teaching materials with a syntactic strategy with two-column proof. The process of developing teaching materials is carried out using a design research method of development study type consisting of two stages, namely preliminary and formative evaluation stages which include self evaluation, prototyping (expert review, one to one, and small group), and field tests. The quality of teaching materials is determined by three criteria, namely validity, practicality and effectiveness. This teaching material is valid based on the content aspect with an average of 76.3%, constructs 81%, and language 78.9%. In addition, the module is practical based on the results of the student response questionnaire, with an average of 87.6% and teaching materials that have a potential effect on mathematical reasoning. Based on these results, it can be concluded that modern geometry teaching materials with a syntactic strategy with two-column proof are valid, practical, and effective.

Keywords: Modern geometry; syntactic strategy; two-column proof



This is an open access article under the [Creative Commons Attribution 4.0 International License](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

PENDAHULUAN

Geometri di dalam kurikulum pendidikan matematika pada umumnya merupakan matakuliah wajib. Topik geometri modern dibangun melalui serangkaian pembuktian menggunakan

postulat, aksioma, definisi, dan teorema yang tersusun secara sistem deduktif aksiomatik (Budiartha & Artiono, 2019). Zhang, (2021) menyatakan bahwa belajar geometri modern dapat mengembangkan berbagai keterampilan

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v11i4.6162>

diantaranya yaitu penalaran deduktif, argumen logis, dan pembuktian. Pembelajaran geometri modern juga meliputi eksperimen, eksplorasi, observasi, membuat atau menguji dugaan, dan melakukan pembuktian (Webre et al., 2018). Pembuktian dalam geometri dianggap berada pada tingkat tinggi yang berkelanjutan dari penalaran matematis (Hanna, 2020). Hal tersebut juga dikatakan oleh (Otani et al., 2022) bahwa penalaran dan pembuktian sering muncul dalam standar isi geometri.

Ada dua kemampuan dasar yang diperlukan untuk geometri secara sistem deduktif aksiomatik dengan baik, yaitu kemampuan memahami aksioma ataupun teorema dan kemampuan membangun aksioma ataupun teorema (Siswono, 2004). Kedua kemampuan ini sulit untuk dikuasai oleh mahasiswa secara maksimal melalui aktivitas pembelajaran dalam membangun penalaran matematis, menelaah pembuktian, dan melihat hubungan antara definisi dan teorema yang ada (Scristia et al., 2021). Sejalan dengan hal tersebut (Lestari, 2015) kesulitan dalam menentukan definisi atau teorema mana yang harus digunakan untuk membuktikan permasalahan yang diberikan. Hal ini terlihat pada kesulitan mahasiswa memahami masalah pembuktian, kesulitan memahami aksioma dan teorema, serta kesulitan dalam mencari alasan pada penggunaan aksioma dan teorema (Güler, 2016). Tidak hanya itu, hasil penelitian (Maarif et al., 2019) menunjukkan bahwa mahasiswa kesulitan dalam membuat dugaan lengkap dengan notasi geometri yang benar, kesulitan mengetahui hubungan sebab akibat masalah geometri untuk dibuktikan jika melibatkan beberapa kalimat kondisional, kurangnya kemampuan mahasiswa untuk menulis dugaan yang

telah dibuat dalam bentuk simbol geometris, rumus, dan aksiomatik deduktif geometri dan kesulitan dalam memilih pernyataan yang valid dari dugaan yang telah dibuat, serta kesulitan dalam menulis bukti formal. Salah satu faktor penyebab sulitnya mahasiswa memahami sistem aksiomatik geometri adalah aktivitas dan bahan ajar geometri modern yang digunakan selama ini masih berorientasi pada langkah-langkah pembuktian yang umum tanpa disertai dengan argumentasi yang kuat dari setiap tahap pembuktian (Adeliza et al., 2018).

Oleh karena itu diperlukan bahan ajar yang lebih berorientasi kepada penyusunan sistem aksiomatik ini yang logis dan sistematis. Salah satu strategi yang dapat digunakan adalah *syntactic with two-column proof* sebagai proses pembuktian ditulis dengan memanipulasi definisi dan simbol dengan bantuan dua kolom yaitu kolom untuk pernyataan dan kolom untuk alasan yang menunjukkan mengapa premis dari suatu proposisi (Herbst, 2002; Weber & Alcock, 2004) Pembuktian secara *syntactic with two-column proof* yaitu pembuktian dengan adanya konstruksi bukti yang jelas dengan definisi dan penggunaan symbol secara tepat serta setiap pernyataan dilandasi oleh alasan yang tepat. Pada penelitian (Scristia et al., 2022) hanya mengembangkan perangkat pembelajaran berupa RPP pada materi kekongruenan segitiga dengan menggunakan strategi *two-column proof*. Sedangkan (Suweleh & Ihsan, 2018) mengembangkan modul *two-column proof* untuk pembelajaran matematika mahasiswa calon guru PAUD. Hal ini menunjukkan bahwa masih sangat sedikit bahan ajar geometri modern dengan *syntactic with two-column proof*. Oleh karena itu, tujuan dari penelitian ini adalah untuk

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v11i4.6162>

membuat bahan ajar geometri modern menggunakan strategi *syntactic with two-column proof* yang valid, praktis dan berpotensi efektif dalam berpikir matematis.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini adalah penelitian pengembangan atau development research yang menghasilkan bahan ajar cetak berupa modul geometri modern dengan strategi *syntactic with two-column proof*. Subjek penelitian ini melibatkan mahasiswa S1 Pendidikan Matematika Semester 1 yang berjumlah 92 mahasiswa.

Proses pengembangan bahan ajar menggunakan tahapan penelitian pengembangan oleh (Tessmer, 1993; Zulkardi, 2006) yang terdiri dari dua tahap yaitu tahapan *preliminary* dan *formative evaluation*. Pada tahap *formative evaluation* meliputi *self evaluation*, *prototyping (expert review, one to one, dan small group)*, dan *field test*.

Tahap Preliminary

Pada tahapan ini dilakukan kajian literatur berkaitan terhadap Kurikulum Pendidikan Matematika FKIP Unsri Mata Kuliah Geometri dan juga hal-hal yang berkaitan dengan strategi *syntactic with two-column proof* dan desain bahan ajar geometri modern dengan materi yang disesuaikan dengan Kurikulum Pendidikan Matematika FKIP Unsri serta strategi *syntactic with two-column proof*

Tahap Formative Evaluation Self Evaluation

Pada tahap *self evaluation* dilakukan evaluasi oleh peneliti sendiri terhadap hasil desain pengembangan bahan ajar berupa modul geometri modern menggunakan strategi *syntactic with two-column proof* yang

dikembangkan pada tahap *preliminary*. Hasil revisi pada tahap ini menghasilkan *prototype 1*

Ekspert Review

Pada tahap ini bahan ajar yang telah dirancang selanjutnya diberikan Kepada dua orang pakar untuk memvalidasi bahan ajar yang telah didesain. Validasi yang dilakukan meliputi validasi konten, validasi konstruk, dan validasi bahasa. Validasi konten untuk memberikan gambaran tentang kesesuaian materi dalam bahan ajar dengan deskripsi mata kuliah, capaian pembelajaran lulusan (CPL), dan capaian pembelajaran mata kuliah (CPMK).

One to One

Pada tahap ini dipilih tiga orang mahasiswa Pendidikan Matematika dengan kemampuan heterogen yang bukan merupakan subjek penelitian. Fokus pada tahapan ini adalah untuk mendapatkan sejauh mana bahan ajar yang telah didesain dapat dipahami dan dimengerti oleh mahasiswa. Hasil revisi dari *expert review* dan *one to one* menghasilkan *prototype 2* dan diperoleh bahan ajar geometri dengan strategi *syntactic with two-column proof* berupa modul yang valid.

Small Group

Pada tahap ini dipilih enam orang mahasiswa sebagai subjek *small group* yang bukan merupakan subjek penelitian untuk mengujicobakan hasil dari *prototype 2*. Peneliti memberikan semua siswa yang terlibat dalam tahap *small group* modul untuk meyakinkan diri mereka sendiri tentang kesesuaian kepraktisan dari bahan ajar yang dikembangkan. Selanjutnya mahasiswa diberikan lembar angket kepraktisan bahan ajar serta komentar/saran

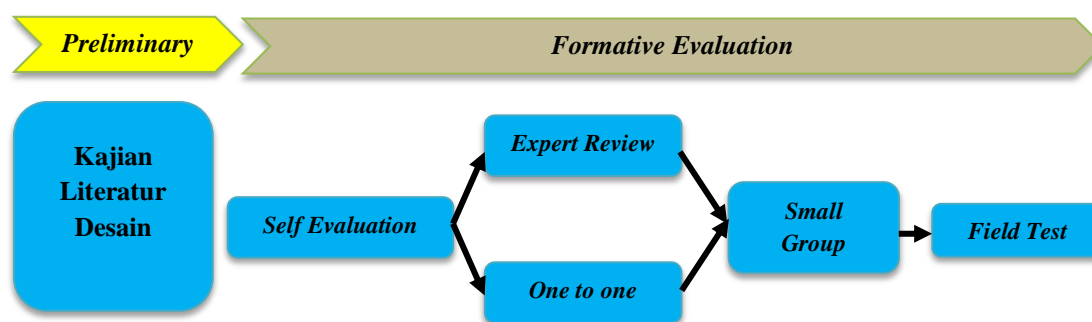
DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v11i4.6162>

terhadap bahan ajar yang telah dikembangkan. Hasil observasi, wawancara dan komentar/saran pada tahapan *small group* digunakan sebagai pertimbangan untuk menghasilkan *prototype 3*.

Field Test

Pada tahap ini mengujikan *prototype 3* secara luas dengan subjek penelitian yang sebenarnya yaitu mahasiswa S1 Pendidikan Matematika FKIP Universitas Sriwijaya semester 1 yang berjumlah 92 mahasiswa. Setelah

dilakukan *field test* akan dilihat efek potensial dari penggunaan bahan ajar berupa modul yang telah dikembangkan dengan memberikan soal evaluasi kepada mahasiswa. Hasil jawaban mahasiswa pada soal evaluasi dianalisis sesuai dengan indikator penalaran matematis. Efek potensial ini juga dilihat dalam pengamatan yang dilakukan selama pembelajaran dengan menggunakan bahan ajar yang dikembangkan. Semua tahapan tersebut ditunjukkan dalam diagram pada Gambar 1.



Gambar 1. Tahap pengembangan bahan ajar

Teknik pengumpulan data yang digunakan dalam penelitian ini adalah (1) *Walkthrough* dilakukan pada tahap *expert review* untuk melihat kevalidan bahan ajar; (2) Angket yang digunakan untuk mengukur kepraktisan bahan ajar yang dikembangkan; dan (3) Tes yang digunakan untuk mengetahui efek potensial dari bahan ajar dan melihat kemampuan penalaran matematis setelah menggunakan bahan ajar.

Teknik analisis data *walkthrough* yaitu dengan melakuakn revisi bahan ajar sesuai dengan saran dan juga komentar dari validator/ahli pada tahap *expert review* serta saran dan komentar dari siswa pada tahap *one to one*. Skor yang dihasilkan dari penilaian ahli kemudian diubah menjadi persentase. Persentase dihitung menggunakan rumus berikut.

$$V = \frac{\sum x}{\sum xi} \times 100\% \dots \dots (1)$$

Dengan V merupakan persentase validitas bahan ajar, $\sum x$ merupakan jumlah penilaian yang diberikan oleh ahli, dan $\sum xi$ merupakan jumlah maksimal penilaian. Hasil validasi yang diperoleh, selanjutnya dikelompokkan ke dalam kriteria validasi ditunjukkan pada Tabel 1.

Tabel 1. Kriteria validitas bahan ajar.

Kriteria Validitas	Tingkat Validitas
$85\% < V \leq 100\%$	Sangat Valid
$70\% < V \leq 85\%$	Valid
$50\% < V \leq 70\%$	Kurang Valid
$V \leq 50\%$	Tidak Valid

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v11i4.6162>

Bahan ajar direvisi sesuai komentar dan saran maupun kesulitan mahasiswa dalam menggunakan bahan ajar pada tahap *small group*. Kemudian, data kepraktisan bahan ajar diperoleh dari hasil angket respon mahasiswa. Hasil angket diukur menggunakan lima skala likert yaitu sangat setuju, setuju, ragu-ragu, tidak setuju, sangat tidak setuju. Skor kepraktisan bahan ajar dihitung dengan menggunakan rumus berikut

$$P = \frac{\sum TSe}{\sum TSh} \times 100\% \dots \dots (2)$$

Dengan P merupakan persentase kepraktisan modul, $\sum TSe$ merupakan jumlah skor respon semua mahasiswa, dan $\sum TSh$ merupakan jumlah skor maksimal yang mungkin dari respon semua mahasiswa. Hasil yang diperoleh kemudian dikelompokkan ke dalam kriteria kepraktisan produk pada Tabel 2.

Tabel 2. Kriteria kepraktisan bahan ajar.

Kriteria Kepraktisan	Tingkat Kepraktisan
$80\% < P \leq 100\%$	Sangat Praktis
$60\% < P \leq 80\%$	Praktis
$40\% < P \leq 60\%$	Kurang Praktis
$20\% < P \leq 40\%$	Tidak Praktis
$0 < P \leq 20\%$	Sangat Tidak Praktis

Hasil tes digunakan untuk mengetahui kemampuan penalaran matematis mahasiswa dengan melihat kemunculan indikator penalaran matematis yaitu (1) mahasiswa menuliskan pernyataan matematis; (2) mahasiswa mengajukan dugaan atau asumsi; (3) mahasiswa melakukan manipulasi matematika; (4) mahasiswa dapat menyusun bukti dengan memberikan alasan; (5) mahasiswa menarik kesimpulan dari hasil pembuktian yang dilakukan. Hasil tes

mahasiswa kemudian dikategorikan sesuai dengan tingkat kemampuan penalaran matematis pada Tabel 3.

Tabel 3. Kategori Penilaian

Nilai	Kategori
86,00 – 100,00	Sangat Baik
71,00 – 85,99	Baik
56,00 – 70,99	Cukup
40,00 – 55,99	Kurang
< 40,00	Sangat Kurang

HASIL DAN PEMBAHASAN

Penelitian ini menghasilkan bahan ajar geometri modern dengan strategi *syntactic with two-column proof* yang valid, praktis, dan memiliki efek potensial terhadap kemampuan penalaran matematis.

Tahap Preliminary

Pada Kurikulum Pendidikan Matematika FKIP Unsri Mata Kuliah Geometri ditempuh pada semester satu dan terdiri dari 7 CPMK. Desain bahan ajar geometri modern disesuaikan dengan Kurikulum Pendidikan Matematika FKIP Unsri Mata Kuliah Geometri dipilih 5 CPMK yaitu

1. CPMK 1: Menguasai filosofi dan konsep titik, garis, dan bidang sebagai tehnik dasar di bidang penelitian matematika serta prinsip pada sistem aksioma geometri untuk menunjang pembelajaran matematika dan studi lanjut.
2. CPMK 3: Menguasai konsep kesebangunan dan kekongruenan untuk menunjang pembelajaran matematika sekolah
3. CPMK 4: Terampil dalam lukisan dasar geometri menggunakan konsep titik, garis, dan bidang
4. CPMK 5: Terampil dalam melukis bangun ruang menggunakan konsep titik, garis, dan bidang.

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v11i4.6162>

Geometri merupakan mata kuliah yang erat kaitannya dengan pembuktian dan penalaran pada tingkat tinggi yang berkelanjutan (Hanna, 2020; Otani et al., 2022).

Tahap Formative Evaluation

Kemudian bahan ajar geometri modern dengan *Strategi Syntactic with Two-Column Proof* didesain berdasarkan *Strategi Syntactic with Two-Column Proof* dan juga disesuaikan dengan Kurikulum Pendidikan Matematika FKIP Unsri Mata Kuliah Geometri.

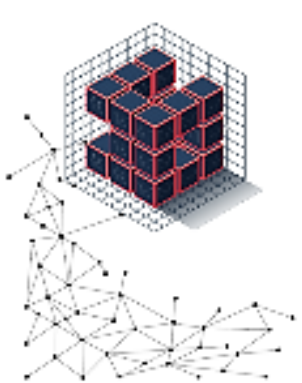
Self Evaluation

Pada tahapan ini peneliti menilai sendiri desain bahan ajar geometri

modern dengan strategi *syntactic with two-column proof* yang telah dibuat. Kemudian bahan ajar yang telah dibuat ditelaah kesesuaiannya dengan Capaian Pembelajaran Mata Kuliah (CPMK) Mata kuliah Geometri Pendidikan Matematika Unsri.

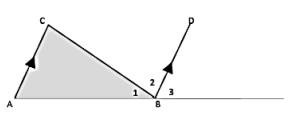
Proses penelaahan berdasarkan aspek konten, konstruk, dan bahasa. Dalam tahapan ini peneliti hanya melakukan sedikit perbaikan yaitu memperbaiki kesalahan pengetikan dan tampilan bahan ajar agar terlihat lebih rapih serta penggunaan bahasa yang belum sesuai. Hasil perbaikan pada tahapan ini dinamakan *prototype 1*. Gambar 2 merupakan cuplikan bahan ajar *prototype 1*.

GEOMETRI MODERN



menggunakan definisi atau aksioma/postulat dan berlaku hubungan implikasi. Pembuktian teorema dalam matematika keberlakuannya secara umum, tidak berlaku hanya untuk beberapa kasus saja. Perhatikan contoh teorema berikut.

Teorema 1. Jumlah besar sudut suatu segitiga adalah 180°



Diketahui:
1. ΔABC sembarang

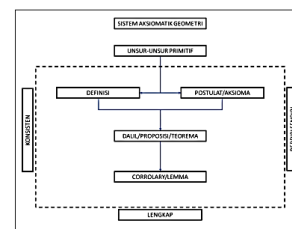
Akan dibuktikan: $m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180^\circ$

Bukti (Bukti Langsung):

Pada ΔABC dapat dibuat tepat satu garis sejajar AC melalui B	(Postulat 5)
Perpanjangan garis AB	(Postulat 2)
$m\angle B_2 = m\angle C$ dan $m\angle B_3 = m\angle A$	(Bersebrangan dan Sehadap)
$m\angle A + m\angle B + m\angle C = m\angle B_3 + m\angle B_1 + m\angle B_2 = 180^\circ$	(Pelurus)
	Terbukti

SISTEM AKSIOMATIK GEOMETRI 1

A. PETA KONSEP SISTEM AKSIOMATIK GEOMETRI



Pada bab ini akan mempelajari bagaimana sistem aksiomatik geometri di bangun. Sistem aksioma geometri di bangun dengan dasar unsur primitif. Unsur primitif dalam geometri berupa titik garis dan bidang, tidak hanya itu definisi dan postulat atau aksioma juga berperan dalam karena subjek-subjek ini tidak perlu dibuktikan. Akibat dari definisi dan postulat atau aksioma muncul

MENGGONSTRUKSI GEOMETRI 2

Konstruksi geometris adalah tata cara menggambar atau melukis benda dua ataupun tiga dimensi yang terukur dan dapat didefinisikan berdasarkan konstruksi geometris. Konstruksi geometris memiliki fungsi yang penting yaitu untuk membantu menyelesaikan pembuatan gambar teknik dan membantu memecahkan masalah dengan grafik dan diagram. Konstruksi geometris merupakan salah satu teknik yang di gunakan agar gambar terlihat lebih rapi, dan akurat, sehingga gambar dapat sesuai dengan yang diinginkan. Bentuk konstruksi dari geometri dapat berupa sudut, garis, lingkaran atau bangun geometri lainnya.

Ada dua alat yang dibutuhkan dalam melakukan konstruksi geometris yaitu penggaris untuk mengkonstruksi garis dan jangka untuk mengkonstruksi busur lingkaran. Kedua alat ini dikenal sebagai alat lukis Euclid. Selain kedua alat tersebut, guru dapat menggunakan alat yang lain sebagai alat bantu seperti busur derajat, pentagraf, trisektor, dan lain-lain. Berikut ini merupakan langkah-langkah dalam mengkonstruksi geometri

Gambar 2 Bahan ajar *prototype 1*

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v11i4.6162>

Expert Review

Pada tahap ini, *prototype 1* diberikan kepada pakar atau ahli untuk melihat kevalidan dari bahan ajar yang telah dikembangkan sesuai dengan teori yang berlaku, serta mendapat saran dan komentar yang akan dijadikan sebagai bahan revisi. Validasi dilakukan oleh dua pakar untuk melakukan penilaian terhadap bahan ajar geometri modern dengan strategi *syntactic with two-column proof* yang telah dikembangkan. Lembar validasi yang diberikan kepada validator untuk melakukan validasi sesuai dengan konten, konstruk, dan bahasa.

Berdasarkan hasil validasi atau data *walkthrough* diperoleh persentase rata-rata kevalidan bahan ajar sebesar 78,7% dengan persentase aspek konten sebesar 76,3%, aspek konstruk sebesar 81%, dan aspek bahasa sebesar 78,9%. Hal ini menunjukkan bahwa bahan ajar sudah valid dan dapat dilakukan revisi sesuai dengan saran dan komentar yang diberikan oleh validator. Adapun data *walkthrough* dapat dilihat pada Tabel 4.

Tabel 4. Hasil analisis data *walkthrough*

No	Aspek	Persentase	Kriteria
1	Konten	76,3%	Valid
2	Konstruk	81%	Valid
3	Bahasa	78,9%	Valid
Rata-rata		78,7%	Valid

One to One

Uji coba pada tahap *one to one* ini bertujuan untuk melihat kejelasan bahasa dan kesulitan mahasiswa saat membaca, mempelajari, dan memahami pembuktian-pembuktian yang disajikan dalam bahan ajar. Selama mahasiswa menggunakan bahan ajar, peneliti juga melakukan wawancara dengan mahasiswa untuk mengetahui kesulitan yang mereka temui. Adapun kesulitan mahasiswa yang ditemukan saat wawancara dan komentar/saran pada tahap *one to one* serta keputusan perbaikan, dirangkum pada Tabel 5. Setelah dilakukan perbaikan, adapun hasilnya yang kemudian disebut sebagai *prototype* kedua. Cuplikan tampilan bahan ajar *prototype* kedua dapat dilihat pada Gambar 3.

Tabel 5. Kesulitan, komentar/saran dan keputusan revisi tahap *one to one*

No	Kesulitan dan Komentar/Saran	Keputusan Revisi
1	Setiap tabel pada bahan ajar harus diberikan keterangan agar lebih mudah untuk dipahami	Diperbaiki dengan menambah keterangan pada <i>two-column proof</i>
2	Terdapat kesulitan mahasiswa dalam memahami pembuktian Lemma 1. Hal ini dikarenakan belum jelas pembuktian pada lemma 1	Pembuktian pada lemma 1 diperbaiki
3	Agar lebih mudah dipahami pada gambar 1.6 diberikan pembeda antara sepasang sudut yang sama.	Diperbaiki dengan memberikan pembeda antara sepasang sudut yang sama.

Small Group

Tahap *small group* bertujuan untuk melihat kepraktisan bahan ajar

yang dikembangkan. Kepraktisan bahan didasarkan pada hasil angket respon mahasiswa. Hasil skor rata-rata persen-

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v11i4.6162>

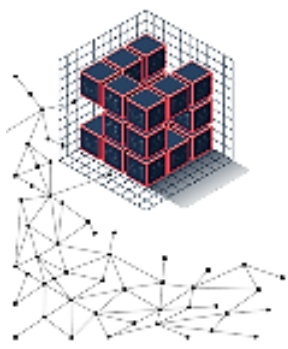
tase kepraktisan sebesar 87,6% menunjukkan bahwa bahan ajar sangat praktis. Persentase tiap indikator dapat dilihat pada Tabel 6.

Tabel 6. Hasil uji kepraktisan bahan ajar

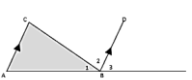
Indikator ke-	Hasil
1	86,60%
2	86,60%
3	90,00%
4	90,00%
5	96,60%
6	83,30%
7	90,00%
8	90,00%
9	80,00%
10	83,30%

Kepraktisan bahan ajar ini menunjukkan bahwa ajar geometri modern dengan strategi *syntactic with two-column proof* mudah digunakan oleh mahasiswa, memiliki daya tarik, dan efisien. Kemudahan penggunaan bahan ajar bertolak ukur pada seberapa baik mempersiapkan materi yang digunakan. Mempersiapkan materi merupakan bagian penting dalam memfasilitasi pembelajaran (Zhao & Sullivan, 2017). Setelah diperoleh hasil uji coba *small group* dan bahan ajar direvisi sesuai komentar dan saran mahasiswa, maka bahan ajar hasil revisi disebut dengan *prototype 3* dan sudah dapat dinyatakan dengan valid dan praktis. Gambar 5 merupakan bahan ajar yang telah valid dan praktis.

GEOMETRI MODERN
Strategi Syntactic With Two-Column Proof



Teorema 1.1. Jumlah besar sudut suatu segitiga adalah 180°

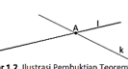


Gambar 1.2. Ilustrasi Pembuktian Teorema 1.1.

Diketahui:
1. ΔABC sembarang
Akan dibuktikan: $m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180^\circ$
Bukti (Bukti Langsung):

Pernyataan	Alasan
Pada ΔABC dapat dibuat tepat satu garis sejajar AC melalui B	Postulat 5
Perpanjangan garis AB	Postulat 2
$m\angle B_2 = m\angle C$ dan $m\angle B_3 = m\angle A$	Bersebrangan dan Sehadap
$m\angle A + m\angle B + m\angle C = m\angle B_3 + m\angle B_1 + m\angle B_2 = 180^\circ$	Pelurus Terbukti

Teorema 1.2. Dua garis berbeda berpotok pada paling banyak satu titik.



Gambar 1.2. Ilustrasi Pembuktian Teorema 1.2.

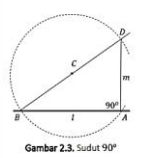
Diketahui:
1. k dan l
2. $k \neq l$
3. (k, l)

DAFTAR SIMBOL (NOTASI) MATEMATIKA

Simbol	Artinya	Contoh
+	Jumlah; tambah; menambah; positif	Ruas garis AB
-	Kurang; mengurang; negatif	A/B A menjauhi B
x	Kali; mengali; penyalangan	AB Garis AB
÷	Bagi; membagi	AB Sinar garis AB
=	Sama dengan	Δ Segitiga
≠	Tidak sama dengan	\square Persegi panjang
()	Kurung biasa	\sphericalangle Segitiga siku-siku
[]	Kurung siku	\circ Lingkaran
{ }	Kurung kurawal	\odot Membagi lingkaran
∈	Anggota dari; elemen dari	r Jari-jari lingkaran
∉	Bukan anggota dari; bukan elemen dari	\exists Ada; terdapat
>	Lebih dari	\Rightarrow Maka
<	Kurang dari	\Leftrightarrow Ekuivalen, jika dan hanya jika
≥	Lebih dari sama dengan	\ni Sedemikian sehingga
≤	Kurang dari sama dengan	Σ Sigma; penjumlahan dari
∠	Derajat	\cong Kongruen
∠	Sudut	\approx Sebagun
L	Sudut siku-siku	\vee Atau
	Sejajar	\wedge Dan
∥	Tidak sejajar	$(k, l) = A$ Garis k dan l berpotongan pada satu titik A
⊥	Tegak lurus	

Melukis Sudut 90°
Diketahui: Garis l , titik A pada l , dan titik C di luar l
Lukislah: Sudut $A = 90^\circ$
Langkah-langkah Melukis:

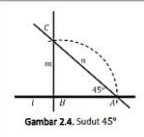
- Buatlah garis m menggunakan penggaris.
- Buat sembarang lingkaran dengan pusat C dan memotong garis l di A dan B .
- Tarik garis melalui B dan C serta memotong lingkaran di D .
- Tarik garis m melalui A dan D , maka terbentuk $\angle BAC = 90^\circ$.



Gambar 2.3. Sudut 90°

Melukis Sudut 45°
Diketahui: Garis l dan titik A pada l
Lukislah: Sudut $A = 45^\circ$
Langkah-langkah Melukis:

- Buatlah garis lurus l dengan panjang sembarang menggunakan penggaris.
- Ambil titik B sembarang pada garis l .
- Buat garis $m \perp l$ menggunakan langkah melukis sudut 90°
- Buat busur lingkaran menggunakan



Gambar 2.4. Sudut 45°

Gambar 5. Bahan Ajar *Prototype 3*

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v11i4.6162>

Field Test

Setelah melalui proses *expert review*, *one to one* dan *small group* diperoleh *prototype* 3 yang valid dan praktis, selanjutnya dilakukan *field test* dengan subjek mahasiswa Pendidikan matematika semester satu berjumlah 92 mahasiswa. Proses pembelajaran pada

tahap *field test* dilakukan secara *hybrid*. Selama tahap *field test* dilakukan observasi untuk melihat kemunculan indikator penalaran matematis. Penalaran matematis juga dilihat dari hasil jawaban mahasiswa pada saat latihan soal. Dokumentasi tahap *field test* dapat dilihat pada Gambar 6.



Gambar 6. Tahap *Field Test*

Hasil jawaban mahasiswa yang menunjukkan penalaran matematis berdasarkan indikator penalaran matematis (Gustiadi et al., 2021) yaitu (1) mahasiswa menuliskan pernyataan matematis; (2) mengajukan dugaan; (3)

melakukan manipulasi matematika; (4) Menyusun bukti dengan memberikan alasan; (5) menarik kesimpulan. Adapun hasil tes mahasiswa dilihat pada Tabel 7.

Tabel 6. Distribusi frekuensi penalaran matematis mahasiswa

Nilai	Kategori	Frekuensi	Persentase
86,00 – 100,00	Sangat Baik	26	28,2%
71,00 – 85,99	Baik	32	34,7%
56,00 – 70,99	Cukup	19	20,6%
40,00 – 55,99	Kurang	15	16,3%
< 40,00	Sangat Kurang	0	0,0%
Rata – rata	Baik	75,36	

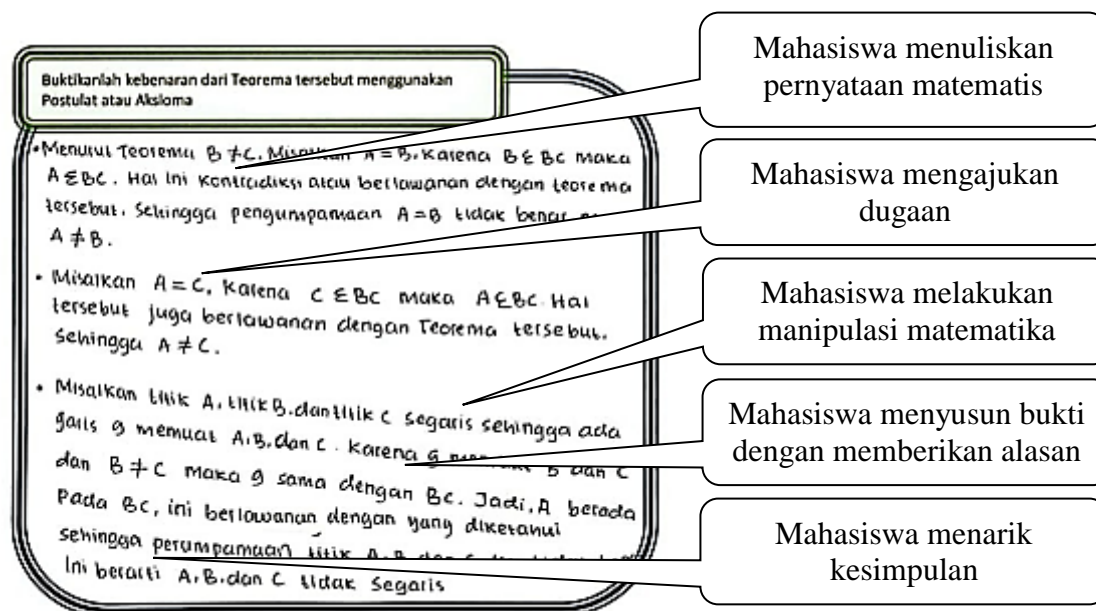
Berdasarkan hasil analisis nilai tes 92 mahasiswa semester 1, S-1 Pendidikan Matematika FKIP Universitas Sriwijaya didapatkan bahwa sebanyak 26 orang mahasiswa (28,2%) yang mendapatkan

skor 86,00 – 100,00 yang termasuk ke dalam kategori sangat baik, sebanyak 32 mahasiswa (34,7%) yang mendapatkan skor 71,00 – 85,99 yang termasuk dalam kategori baik, sebanyak 19

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v11i4.6162>

mahasiswa (26,6%) yang mendapatkan skor 56,00 – 70,99 yang termasuk dalam kategori cukup, dan sebanyak 15 mahasiswa (16,3%) mendapatkan skor 40,00 – 55,99 yang termasuk dalam

kategori kurang. Salah satu contoh jawaban mahasiswa dengan penalaran matematis yang sangat baik dilihat pada Gambar 7.



Gambar 7. Jawaban Mahasiswa dengan kemunculan lima indikator penalaran

Hal tersebut menunjukkan bahwa pembelajaran dengan menggunakan bahan ajar geometri modern dengan menggunakan strategi syntactic with *two-column proof* memiliki efek yang positif terhadap penalaran matematis mahasiswa

KESIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan yang dilakukan, maka dapat disimpulkan bahwa penelitian ini telah menghasilkan bahan ajar geometri modern dengan strategi *syntactic with two-column proof* valid dan praktis, serta efektif.

Hasil penilaian ahli pada aspek konten, konstruk, dan bahasa memiliki rata-rata skor validitas 78,7% (valid) dan berdasarkan penilaian dari mahasiswa bahan ajar geometri tersebut dengan persentase kepraktisan sebesar

87,6% menunjukkan bahwa bahan ajar sangat praktis.

Bahan ajar yang dikembangkan berupa modul geometri modern dengan strategi *syntactic with two-column proof* yang mempunyai efek potensial terhadap penalaran matematis mahasiswa calon guru dengan rata-rata keseluruhan sebesar 75,63 menunjukkan kategori yang baik

UCAPAN TERIMAKASIH

Ucapan terima kasih diberikan kepada Direktorat Riset, Teknologi, dan Pengabdian Kepada Masyarakat Direktorat Jendral Pendidikan Tinggi, Riset, dan Teknologi yang telah memberikan dana penelitian melalui skema Penelitian Tesis Megister (PTM) sesuai dengan kontrak penelitian nomor 142/E5/PG.02.00.PT/2022. Selain itu, ucapan terimakasih juga kepada Ibu Scristia, M.Pd. dan Ibu Novika

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v11i4.6162>

Sukmaningthias, M.Pd. sebagai dosen matakuliah geometri yang telah membantu dalam keberhasilan penelitian ini.

DAFTAR PUSTAKA

- Adeliza, S., Tulus, & Ramli, M. (2018). Dynamic Models Increase Understanding of Geometry Through Proof. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 300(1). <https://doi.org/10.1088/1757-899X/300/1/012046>
- Budiarto, M. T., & Artiono, R. (2019). Geometri dan Permasalahan dalam Pembelajarannya (Suatu Penelitian Meta Analisis). *JUMADIKA: Jurnal Magister Pendidikan Matematika*, 1(1), 9–18.
- Güler, G. (2016). The Difficulties Experienced in Teaching Proof to Prospective Mathematics Teachers: Academician Views. *Higher Education Studies*, 6(1), 145–158. <https://doi.org/10.5539/hes.v6n1p145>
- Gustiadi, A., Agustyaningrum, N., Hanggara, Y., & Kepulauan, U. R. (2021). Analisis Kemampuan Penalaran Matematis Siswa dalam Menyelesaikan Soal Materi Dimensi Tiga. *Jurnal BSIS*, 4(1), 337–348.
- Hanna, G. (2020). Mathematical Proof, Argumentation, and Reasoning. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (Second, pp. 561–566). Springer.
- Herbst, P. G. (2002). Establishing a Custom of Proving in American School Geometry: Evolution of The Two-Column Proof in The Early Twentieth Century. *Educational Studies in Mathematics*, 49(3), 283–312.
- Lestari, E. karunia. (2015). Analisis Kemampuan Pembuktian Matematika Mahasiswa Menggunakan Pendekatan Induktif-Deduktif pada Matakuliah Analisis Real. *MENDIDIK: Jurnal Kajian Pendidikan Dan Pengajaran*, 1(2), 128–132.
- Maarif, S., Perbowo, K. S., Noto, M. S., & Harisman, Y. (2019). Obstacles in Constructing Geometrical Proofs of Mathematics-Teacher-Students Based on Boero's Proving Model. *Journal of Physics: Conference Series*, 1315(1). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1315/1/012043>
- Otani, H., Reid, D., & Shinno, Y. (2022). How are Proof and Proving Conceptualized in Mathematics Curriculum Documents in The USA and Japan? *Proceedings of the 45th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 3, 267–274.
- Scristia, S., Meryansumayeka, M., Safitri, E., Araiku, J., & Aisyah, S. (2022). Development of Teaching Materials Based on Two-Column Proof Strategy on Congruent Triangle Materials. *2nd National Conference on Mathematics Education 2021 (NaCoME 2021)*, 189–193.
- Scristia, S., Yusup, M., & Hiltrimartin, C. (2021). Pengaruh Strategi Flow Proof pada Perkuliahan Struktur Aljabar terhadap Kemampuan Mahasiswa dalam Menganalisis Pembuktian. *Jurnal Gantang*, 6(1), 39–45.

DOI: <https://doi.org/10.24127/ajpm.v11i4.6162>

- <https://doi.org/10.31629/jg.v6i1.2782>
- Siswono, T. Y. E. (2004). Problem Posing: Melatih Kemampuan Mahasiswa dalam Membangun Teorema. *Seminar Nasional Penelitian, Pendidikan Dan Aplikasi MIPA*, 104–119.
- Suweleh, W., & Ihsan, P. (2018). Modul Two-Column Proofs untuk Pembelajaran Matematika pada Mahasiswa PG PAUD Universitas Muhammadiyah Surabaya. *MUST: Journal of Mathematics Education, Science and Technology*, 3(3), 212–222.
- Tessmer, M. (1993). *Planning and conduction formative evaluation : Improving the quality of education and training*. Philadelphia, PA : Kogan Page.
- Weber, K., & Alcock, L. (2004). Semantic and Syntactic Proof Productions. *Educational Studies in Mathematics*, 56(2), 209–234.
- Webre, B., Smith, S., & Cuevas, G. (2018). Differences in Self-reported Instructional Strategies Using a Dynamic Geometry Approach that Impact Students' Conjecturing. In *International Perspectives on the Teaching and Learning of Geometry in Secondary Schools* (pp. 111–126). https://doi.org/10.1007/978-3-319-77476-3_7
- Zhang, D. (2021). Teaching Geometry to Students With Learning Disabilities: Introduction to the Special Series. *Learning Disability Quarterly*, 44(1), 4–10. <https://doi.org/10.1177/0731948720959769>
- Zhao, H., & Sullivan, K. P. H. (2017). Teaching presence in computer conferencing learning environments: Effects on interaction, cognition and learning uptake. *British Journal of Educational Technology*, 48(2), 538–551. <https://doi.org/10.1111/bjet.12383>
- Zulkardi. (2006). *Formative evaluation : what, why, when, and how*.