

**KAJIAN STRUKTUR *THE QUATERNION*
MENGUNAKAN MATRIKS DENGAN ORDO 2×2 DAN ORDO 4×4**

SKRIPSI

**Sebagai Salah Satu Syarat Memperoleh Gelar
Sarjana Sains Bidang Studi Matematika**



**Oleh :
SIKA AMELIA
NIM 08121001032**

**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS SRIWIJAYA
AGUSTUS 2016**

Lembar Pengesahan

KAJIAN STRUKTUR *THE QUATERNION*
MENGUNAKAN MATRIKS DENGAN ORDO 2×2 DAN ORDO 4×4

SKRIPSI

Sebagai Salah Satu Syarat Memperoleh Gelar
Sarjana Sains Bidang Studi Matematika

Oleh :

SIKA AMELIA
NIM 08121001032

Pembimbing Pembantu



Dra. Ning Elyati, M.Pd
NIP.195911201991022001

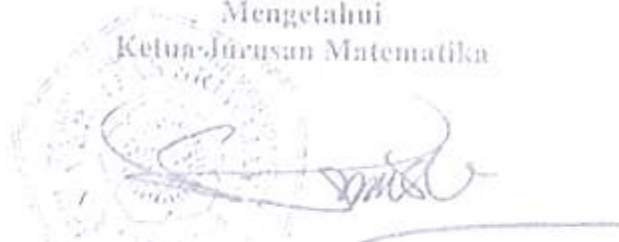
Inderalaya, Agustus 2016

Pembimbing Utama



Novi Rustiana Dewi, M.Si
NIP. 197011131996032002

Mengetahui
Ketua Jurusan Matematika



Drs. Putra B.J. Bangun, M.Si
NIP.19590904 198503 1 002

MOTTO

"...Sesungguhnya Allah tidak akan mengubah keadaan suatu kaum sehingga mereka mengubah apa yang ada didalam jiwa mereka..." (QS. Ar-Ra'd:11).

"We are born in one day. We die in one day. We can change in one day. And we can fall in love in one day. Anything can happen in just one day" (Gayle Forman).

Jalanilah dengan hati yang lapang dan bahagia, meski hidup tak selalu memberikan kenyataan seperti yang diinginkan. Hadapi semua cobaan dan kesedihan dengan kesabaran. Sikapi kebahagiaan, keberuntungan, dan kesenangan dengan penuh rasa syukur. Temukan titik kenikmatan dari keikhlasanmu. Karena Tuhan tidak memberi apa yang kau inginkan tapi apa yang kau butuhkan.

Skripsi ini kupersembahkan kepada:

- 1. Allah SWT*
- 2. Kedua orang tuaku tercinta*
- 3. Kakakku tersayang*
- 4. Keluarga dan semua orang yang menyayangiku*
- 5. Teman-temanku*
- 6. Almamater*

KATA PENGANTAR

Puji dan syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT atas segala rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “**Kajian Struktur *The Quaternion* Menggunakan Matriks dengan Ordo 2×2 dan Ordo 4×4** ” sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains bidang studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Sriwijaya.

Dengan segala hormat dan kerendahan hati, penulis mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada bapak **Syarkowi Hasyim (Alm)** dan ibu **Nirwana** yang telah melahirkan, membesarkan, mendidik, mendoakan, memberikan semangat, serta mencurahkan seluruh tenaga dan kasih sayang. Penulis mengucapkan terima kasih kepada seluruh pihak yang telah membantu dan memberikan dukungan dalam penulisan skripsi ini, antara lain :

1. Bapak **Drs. Putra Bahtera Jaya Bangun, M.Si** selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Sriwijaya.
2. Bapak **Alfensi Faruk, M.Sc** selaku Sekretaris Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Sriwijaya.
3. Ibu **Novi Rustiana Dewi, M.Si** dan Ibu **Dra. Ning Eliyati, M.Pd** selaku Dosen Pembimbing Utama dan Dosen Pembimbing Pembantu yang telah memberikan saran, bimbingan dan pengarahan dengan penuh perhatian, pengertian, dan kesabaran hingga skripsi ini dapat diselesaikan.

4. Ibu **Dr. Fitri Maya Puspita, M.Sc, Anita Desiani, M.Kom**, dan Bapak **Alfensi Faruk, S.Si. M.Sc** selaku Dosen Penguji Utama yang telah memberikan tanggapan, kritik dan saran yang bermanfaat hingga skripsi ini dapat diselesaikan.
5. Seluruh Dosen Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Sriwijaya yang telah memberikan ilmu yang bermanfaat kepada penulis selama masa perkuliahan.
6. Bapak **Cik Aim** selaku pegawai Tata Usaha Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam.
7. Kakakku **Tresna Archi Kartika, S.Pd** yang telah membantu dan memberikan ilmu dalam pengerjaan skripsi ini sehingga skripsi ini dapat diselesaikan.
8. Keluarga besarku yang selalu memberi doa, semangat dan dukungan kepada penulis untuk menyelesaikan skripsi ini.
9. Sepupu-sepupuku **Fitri Agustina, Khoirunnisa, Citra Afri Lestari, Amd, Kiki Amelia, Odhilia Chintami, S.Kep** dan **Zahra Aulia, Am.Kep** yang selalu menemani dan memberikan doa, saran, dukungan, serta motivasi demi menggapai tujuan dalam perkuliahan.
10. Sahabat-sahabatku tersayang **Wiwik, Am.Keb, Ferta Dwijayanti, Amd**, dan **Resti Meganisa** yang selalu memberikan doa, saran, dukungan, serta motivasi selama masa disekolah hingga saat ini.
11. Teman-Teman seperjuangan **Tamy, Rika**, dan **Anggi** yang menjadi teman dari awal perkulihan. Serta terima kasih buat **Yuris** yang tetap menerima

semua kekuranganku. Terima kasih semuanya atas pelajaran yang berharga yang saya dapat dari kalian.

12. Teman-temanku **Emi** dan **Nelda**, terima kasih telah menghibur dalam dukaku, juga untuk waktu berharga serta nasihat kalian terima kasih untuk semuanya. Serta teruntuk **Reza Andreastama** terima kasih untuk semua pelajaran hidup yang kamu berikan, saya senang bisa mengenal kamu, semoga kelak menjadi Sarjana Hukum yang membanggakan.
13. Teman-teman Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam angkatan 2012 **Icha, Titi, Mirza, Elin, Rafi, Elvia, Tri, Iis, Riza, Muthia, Risa, Tomi, Ari, Tama, Junaidi, Edwin, Chandra, Mail, Rakha**, dan semua yang tidak bisa disebutkan satu per satu.
14. Kakak-kakak tingkat angkatan 2010 dan 2011 **Muhammad Darmawan, S.Si**, serta adik-adik tingkat **Ari, Solehan, Mutia R, Nanda, Debbi, Bauty, Ochi** angkatan 2013 sampai dengan angkatan 2015.
15. Semua pihak yang telah membantu penulis dalam menyelesaikan skripsi yang tidak dapat disebutkan satu persatu.

Hanya terima kasih yang dapat penulis berikan, semoga Allah SWT membalas semua kebaikan yang diberikan. Semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi penulis dan pembacanya.

Inderalaya, Agustus 2016

Penulis

STUDY OF ALGEBRA STRUCTURE OF THE QUATERNION USING 2×2 AND 4×4 ORDER MATRICES

By :

**Sika Amelia
08121001032**

ABSTRACT

The quaternion is an extension of complex numbers that form a set. The set consists of four subsets which is a ring with addition and multiplication binary operations. Quaternion was firstly described by Sir William Rowan Hamilton (1805-1865) in 1843, an algebraist, astronomer, and physicist from Ireland. There are some general form of quaternions, they are the quaternion form of four dimensional set and the quaternion form of matrix. At proving the algebraic structure axioms, quaternion in the form of four dimensional set and quaternion form of matrix satisfy all axioms in the field except for the commutative ring against the multiplication operation. It can be concluded that quaternion has skew field algebraic structure.

Keywords: The Quaternion, Quaternion in the Matrices Form, Group of Quaternion, Ring of Quaternion, Normed Division Algebra, Skew Field.

KAJIAN STRUKTUR *THE QUATERNION* MENGGUNAKAN MATRIKS DENGAN ORDO 2×2 DAN ORDO 4×4

Oleh :

Sika Amelia
08121001032

ABSTRAK

Quaternion merupakan perluasan dari bilangan-bilangan kompleks yang membentuk suatu himpunan. Himpunan tersebut terdiri dari subhimpunan yang merupakan ring terhadap operasi biner penjumlahan dan perkalian. Quaternion diciptakan oleh Sir William Rowan Hamilton (1805-1865) pada tahun 1843, seorang *algebraist*, *astronomer*, dan *physicist* dari Irlandia. Ada beberapa bentuk penyajian quaternion yaitu quaternion dalam bentuk himpunan berdimensi empat dan quaternion dalam bentuk matriks. Berdasarkan pembuktian beberapa aksioma-aksioma yang memenuhi struktur aljabar, quaternion dalam bentuk himpunan berdimensi empat dan quaternion dalam bentuk matriks memenuhi semua aksioma pada field kecuali ring komutatif terhadap operasi perkalian. Sehingga dapat disimpulkan quaternion mempunyai struktur aljabar yaitu skew field.

Kata Kunci: *The Quaternion*, Quaternion dalam Bentuk Matriks, Quaternion Ring, Quaternion Grup, *Normed Division Algebra*, *Skew Field*.

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
LEMBAR PENGESAHAN.....	ii
LEMBAR PERSEMBAHAN	iii
KATA PENGANTAR	iv
ABSTRACT	vii
ABSTRAK.....	viii
DAFTAR ISI	ix
 BAB I PENDAHULUAN	
1.1. Latar Belakang	1
1.2. Perumusan Masalah	2
1.3. Pembatasan Masalah	2
1.4. Tujuan	2
1.5. Manfaat	3
 BAB II TINJAUAN PUSTAKA	
2.1. Matriks	4
2.2. Operasi pada matriks	4
2.2.1. Penjumlahan dan pengurangan Matriks	4
2.2.2. Perkalian Matriks	5
2.3. Matriks Identitas	5
2.4. Invers Matriks.....	6

2.4.1. Teorema	6
2.5. Bilangan Kompleks	7
2.6. The <i>Quaternion</i>	8
2.6.1. Karakteristik pada Quaternion	8
2.6.2. Quaternion Matriks	9
2.7. Struktur Aljabar	10
2.7.1. <i>Ring</i> (Gelanggang)	11
2.7.2. <i>Field</i> (Lapangan)	11
2.7.3. <i>Skew Field</i>	12

BAB III METODOLOGI PENELITIAN

3.1. Tempat	13
3.2. Waktu	13
3.3. Metode Penelitian	13

BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1. Struktur Aljabar dari Quaternion	15
4.1.1. Struktur Aljabar dari Quaternion $a + bi + cj + dk$	15
4.1.2. Struktur Aljabar dari Quaternion dalam Bentuk Matriks Berordo 2×2	27
4.1.3. Struktur Aljabar dari Quaternion dalam Bentuk Matriks Berordo 4×4	40

BAB V KESIMPULAN DAN SARAN

5.1. Kesimpulan 56

5.2. Saran 56

DAFTAR PUSTAKA..... 57

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Aljabar Abstrak adalah ilmu matematika yang mempelajari berbagai macam struktur aljabar dengan menyajikan penyelesaian dan penyeimbangan secara abstrak. Salah satu struktur aljabar yang termasuk dalam aljabar abstrak adalah *ring*.

Ring merupakan himpunan dengan dua operasi biner, penjumlahan dan perkalian. Pada aljabar abstrak, empat buah himpunan R yang mempunyai struktur *ring* dapat dibentuk menjadi suatu himpunan $\langle R \times R \times R \times R \rangle$ yang dinamakan quaternion.

Quaternion dikenal sebagai suatu aljabar berdimensi empat dimana quaternion merupakan perluasan dari bilangan-bilangan kompleks yang terdiri dari empat komponen yaitu satu bagian riil dan tiga bagian imajiner (Anggriani, 2009).

Quaternion membentuk *normed division algebra* berdimensi empat atas *field* dari bilangan-bilangan riil dan ditulis dengan notasi H . Setiap quaternion disajikan secara tunggal dalam bentuk $a+bi+cj+dk$ dimana a , b , c , dan d adalah bilangan-bilangan riil (Sangadji, 2006).

Penelitian yang dilakukan Sangadji (2006) menunjukkan bahwa penyajian quaternion juga dapat disajikan dengan menggunakan matriks yaitu dengan dua cara penyajian. Cara pertama, quaternion $a+bi+cj+dk$ dapat disajikan menggunakan matriks berordo 2×2 dengan elemen-elemen matriksnya terdiri dari bilangan kompleks. Sedangkan cara kedua, quaternion $a+bi+cj+dk$ dapat disajikan

menggunakan matriks berordo 4×4 dengan elemen-elemen matriksnya merupakan bilangan riil.

Pada kenyataannya, Sangadji hanya menunjukkan bentuk umum pada quaternion dalam matriks, tetapi tidak menjelaskan unsur-unsur, karakteristik, serta struktur aljabar yang berlaku pada quaternion dan quaternion dalam bentuk matriks yang disajikannya. Karena beberapa alasan tersebut, pada skripsi ini dibahas lebih luas mengenai quaternion dalam bentuk matriks, serta mengkaji struktur aljabar yang terpenuhi pada quaternion dan quaternion dalam bentuk matriks.

1.2. Rumusan Masalah

Permasalahan yang dibahas dalam skripsi ini adalah :

1. Bagaimana unsur-unsur dan karakteristik quaternion dalam bentuk matriks?
2. Apakah struktur aljabar pada quaternion dalam bentuk matriks?

1.3. Pembatasan Masalah

Quaternion merupakan himpunan dari empat buah himpunan dengan struktur aljabar *ring*, maka pada quaternion dalam bentuk matriks hanya dapat dibentuk dengan dua cara yaitu matriks dengan ordo 2×2 dan ordo 4×4 .

Pada penelitian ini, dibatasi masalah hanya pada matriks bujur sangkar dengan ordo 2×2 dan ordo 4×4 .

1.4. Tujuan

Tujuan yang diperoleh dari skripsi ini adalah :

1. Mendefinisikan unsur-unsur dan karakteristik quaternion dalam bentuk matriks.
2. Memperoleh struktur aljabar dari quaternion dalam bentuk matriks.

1.5. Manfaat

Karena model quaternion dapat diaplikasikan pada ruang dimensi, maka quaternion dalam penyajian matriks dapat dimanfaatkan untuk memodifikasi model quaternion yang diaplikasikan pada penelitian mengenai ruang dimensi.

Daftar Pustaka

- Anggriani, N. 2014. Isomorfisma dari Quaternion ke Matriks Lapangan Z_p . *Jurnal Sains dan Teknologi*. Vol.3 No:2 : 199-202.
- Charles, C.P. 2010. *A Book of Abstract Algebra*. Dover Publications. New York.
- Fraleigh, J.B. 1997. *A First Course in Abstract Algebra*. Wesley Publishing Company. Columbia.
- James, W.B. 1984. *Complex Variables and Applications*. McGraw Hill International Book Company. Japan.
- Joyce, D. 2008. *Introduction to Modern Algebra*. Clark University. New York.
- Rorres, A. 2004. *Aljabar Linear Elementer*. Penerbit Erlangga. Jakarta.
- Sangadji. 2006. Quaternion dan Aplikasinya. *Jurnal Komputasi dalam Sains dan Teknologi Nuklir XVII*. (301-307).
- Wolter, R. 2005. *Pengantar Struktur Aljabar*. Universitas Pattimura. Ambon.