Identi kasi Jenis Konik dan Kuadrik Berdasarkan Bentuk Matriks

by Irmeilyana 45

Identifikasi Jenis Konik dan Kuadrik Berdasarkan Bentuk Matriks A dan Elemen Matriks K pada Persamaan Kuadratik $x'Ax + Kx + j = 0$

PUTRA B. J. BANGUN, IRMEILYANA, DAN DERRY ALAMSYAH
Jurusan Matematika, Universitas Sriwijaya, Sumatera Selatan, Indonesia

INTISARI: Konik (irisan kerucut) merupakan persamaan kuadratik dalam dua variabel yaitu x dan y. Sedangkan kuadrik merupakan persamaan kuadratik dalam 3 variabel, yaitu x, y, dan z. Kedua bentuk persamaan kudratik tersebut dapat dinyatakan dalam notasi matriks, berbentuk $x'Ax + Kx + j = 0$. Bentuk konik dan kuadrik dapat dikenali dari bentuk matriks A dan elemen matriks K, yang berhubungan dengan pola perkalian silang dan pasangan dari masing-masing variabel pada persamaan kuasratiknya. Untuk dapat mengidentifikasi bentuk grafik persamaan kuadratik tersebut dilakukan dengan penstandaran berdasarkan Teorema Sumbu Utama pada R^2 dan R^3. Penstandaran bentuk dapat melalui rotasi, translasi, atau gabungan rotasi-translasi menjadi system koordinat baru (dengan perubahan variabel).

KATA KUNCI: *konik, kuadrik, Teorema Sumbu Utama.*

Juli 2011

1 PENDAHULUAN

Bentuk kuadratik Q dalam n variabel

$$x_1, x_2, \ldots, x_n$$

adalah suatu polinomial berpangkat dua dengan bentuk

$$Q = \sum_{i=1}^{n} a_{ii}x_i^2 + 2\sum_{1 \le i < j \le n} a_{ij}x_ix_j; a_{ij} \in R$$

atau dalam notasi matriks $Q = x^TAx$ dengan $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$, dan $A = (a_{ij}); i, j = 1, 2, \ldots, n$ adalah matriks simetrik. Q Bentuk merupakan suatu fungsi dari R^n ke R. Contoh suatu persamaan yang mengandung bentuk kuadratik ini, adalah $ax^2 + 2bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0$ (dengan paling sedikit satu nilai dari a, b, c tidak nol) yang dikenal sebagai persamaan kuadratik dalam dua variabel (x dan y) atau disebut juga konik (irisan kerucut). Selain itu juga $ax^2 + by^2 + cz^2 + 2dxy + 2exz + 2fyz + gx + hy + iz + j = 0$ (dengan nilai a, b, c tidak semuanya nol) disebut persamaan kuadratik dalam 3 variabel (x, y dan z) atau dikenal dengan permukaan kuadrik. Kedua persamaan kuadratik ini dapat dinyatakan dalam notasi matriks, berbentuk $x^TAx + Kx + j = 0$. Pada konik $A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$, $x = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dan $K = \begin{pmatrix} d & e \end{pmatrix}$. Sedangkan pada kuadrik

$$A = \begin{pmatrix} a & d & e \\ d & b & f \\ e & f & c \end{pmatrix}, x = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \text{ dan } K = \begin{pmatrix} g & h & i \end{pmatrix}$$

.

Konik dan permukaan kuadrik yang paling sederhana terjadi jika konik dan kuadrik berada dalam posisi standar (berpusat pada pusat sumbu koordinat). Jika permukaan kuadrik dipotong oleh suatu bidang, maka bidang hasil irisannya berbentuk kurva disebut trace bidang[1]. Trace bidang ini merupakan bentuk-bentuk konik.

Konik-konik berbentuk elips, lingkaran, hiperbola dan parabola merupakan konik *non degenerate*. Konik selainnya disebut *degenerate*, yang didalamnya termasuk titik, suatu garis, pasangan garis (baik yang berpotongan, maupun yang sejajar) dan himpunan kosong ($\oslash$, yang dikenal juga konik imajiner).

Sedangkan jenis kuadrik dapat berbentuk elipsoid, bola, hyperboloid, dan paraboloid. Bentuk-bentuk jenis konik *non degenerate* dan kuadrik ini mempunyai persamaan umum yang tidak melibatkan perkalian silang antar variabel. Adanya satu atau lebih pola perkailan silang, yaitu pola perkalian silang xy pada konik dan pola xy, xz, dan yz pada kuadrik, membuat bentuknya sulit dikenali/diidentifikasi. Dalam hal ini perlu dikaji bentuk matriks A dan elemen matriks K dari persamaan kuadratik, sehingga bentuk konik maupun kuadrik dapat dengan 'mudah' diketahui. Permasalahan yang dibahas adalah bagaimana mengidentifikasi bentuk konik dan kuadrik dari persamaan kuadratik dalam 2 dan 3 variabel dengan mengidentifikasi bentuk matriks A pada bentuk kuadratik $x^T Ax$ dan elemen matriks K.

2 METODE PENELITIAN

Langkah-langkah dalam mengidentifikasi jenis konik dan kuadrik serta merepresentasikan grafik persamaan $x^T Ax + Kx + j = 0$ adalah:

1. Menuliskan persamaan kuadratik dalam bentuk matriks.
2. Menentukan nilai eigen dari matriks A.
3. Mengidentifikasi bentuk matriks A berdasarkan tanda nilai-nilai eigen-nya.
4. Mengidentifikasi pengaruh elemen matriks K.
5. Mengidentifikasi bentuk konik/kuadrik dengan menghubungkan tanda konstanta dan bentuk matriks A dengan persamaan bentuk kuadrik dalam posisi standar.

3 HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Identifikasi Jenis Konik (Irisan Kerucut) pada $x^T Ax + Kx + f = 0$

Bentuk-bentuk dari persamaan konik $ax^2 + 2bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0$ (dengan paling sedikit satu nilai dari a, b, c tidak nol) *non degenerate* pada posisi standar (berpusat pada $O(0, 0)$), tidak mengandung pola perkalian silang (nilai $b = 0$). Bentuk konik *non degenerate* yang berpusat di $(0, 0)$ mempunyai persamaan kuadratik dengan A merupakan matriks diagonal (dengan elemen diagonalnya adalah a dan c yang tidak semuanya nol) dan $K = 0$ untuk persamaan ellips dan hiperbola.

Untuk $K \neq 0$, untuk persamaan ellips dan hiperbola dilakukan proses translasi. Dalam hal ini nantinya dihasilkan persamaan konik dalam posisi standar dengan sistem koordinat baru.

Sedangkan untuk persamaan parabola yang 'berpusat' di (0,0), satu dari nilai a dan c bernilai nol. Jika $a = 0$, maka $e \neq 0$ dan jika $c = 0$, maka $d \neq 0$. Dalam hal ini $K \neq 0$.

Persamaan kuadratik dalam x dan y yang tidak mempunyai pola perkalian silang ($b = 0$) atau A merupakan matriks diagonal dan dengan $K = 0$ (untuk ellips dan hiperbola) dapat diidentifikasi bentuk koniknya dari jumlah tanda nilai-nilai dari a, c, dan konstanta (yang positif, negatif, dan yang nol), dengan nilai a dan c ini merupakan nilai eigen dari A.

Selanjutnya untuk$K \neq 0$, terjadi perubahan variabel melalui proses translasi, yaitu menjadi $a(x + \frac{d}{2a})^2 + c(y + \frac{e}{2c})^2 + l = 0$ Atau $ax'^2 + cy'^2 + l = 0$; dengan $l = f - \frac{d^2}{4a} - \frac{e^2}{4c}$, $x' = x + \frac{d}{2a}$ dan .$y' = y + \frac{e}{2c}$ Berdasarkan proses translasi ini bentuk konik berada pada posisi 'standar' dengan persamaan konik $ax'^2 + cy'^2 + l = 0$ yang pusatnya berada pada $(-\frac{d}{2a}, -\frac{e}{2c})$.

Sedangkan untuk b yang tidak bernilai nol, perlu memperhatikan nilai-nilai eigen dari A. Berdasarkan Teorema Sumbu UtamaR^2, proses untuk mempresentasikan bentuk konik yang mengandung pola perkalian silang secara grafik dapat melalui proses rotasi yang mungkin juga diikuti dengan proses translasi (untuk $K \neq 0$).

Adapun prosedur untuk mengidentifikasi bentuk konik yang dirotasi dari posisi standar sebagai berikut:

1. Menentukan polinomial karakteristik dari A.
2. Menentukan nilai-nilai eigen (λ_1 dan λ_2) dan vektor-vektor eigen (x_1 dan x_2) padanannya.
3. Ortonormalisasi vektor-vektor eigen dari A. Karena $x_i \in R^2; i = 1, 2$, maka tentukan vektor satuan dari x_i(menjadi u_i)
4. Membentuk matriks $p = \begin{pmatrix} u_1 & u_2 \end{pmatrix}$
5. Menentukan $\det(P)$ dan sudut θ Jika $\det(P) = 1$, maka P mempresentasikan suatu rotasi melalui sudut θ . Jika $\det(P) = -1$, maka lakukan pertukaran terhadap 2 kolom pada matriks P, sehingga $\det(P) = 1$.
6. Pengubahan sistem koordinat, dengan mensubtitusi $X = PX'$, dimana $x' = \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ dan $x = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, sehingga didapat $Q = \lambda_1 x'^2 + \lambda_2 y'^2$
7. Subtitusikan $x = Px'$ ke persamaan kuadratik, sehingga persamaan konik menjadi $Q + KPx' + f = 0$ pada sistem koordinat-$x'y'$ (dan koordinat-$x''y''$, jika dilanjutkan dengan translasi (apabila $K \neq 0$)).

Matriks P mendiagonalisasi $x^T Ax$ secara ortogonal, sehingga menjamin transformasi koordinat yang ortogonal, yang merupakan suatu proses rotasi. Hasil dari rotasi ini adalah persamaan konik yang tidak mengandung pola perkalian silang.

Proses translasi atau rotasi ataupun proses rotasi yang dikuti dengan proses translasi menghasilkan persamaan konik dalam posisi standar pada sistem koordinat yang baru.

Untuk $K \neq 0$ terdapat paling sedikit satu pasangan dari x'^2 dengan x'^2 atau pasangan y'^2 dengan y'

. Proses penentuan persamaan konik dilanjutkan dengan proses translasi, sehingga persamaan kuadratik menjadi:

$$\lambda_1 x''^2 + \lambda_2 y''^2 + f = 0$$

atau $\lambda_1 x''^2 + \lambda_2 y''^2$ konstanta.

Akan tetapi untuk konik berupa parabola proses translasi ini tidak terjadi.

3.2 Identifikasi Jenis Kuadrik pada $x^T Ax + Kx + j = 0$

Suatu persamaan kuadratik

$$ax^2+by62+cz^2+2dxy+2exz+2fyz+gx+hy+iz+j=0$$

dengan nilai a, b, c tidak semuanya nol, atau berbentuk $x^T Ax + Kx + j = 0$.

Persamaan kuadrik berada pada R^3, dan pusat kuadrik berhubungan dengan bidang-xy, bidang-yz, bidang-xz atau bidang-bidang yang sejajar dengan salah satu bidang tersebut. Bentuk persamaan kuadrik dalam posisi standar tidak mengandung pola perkalian silang (nilai $b = 0$). Bentuk kuadrik ellipsoid, hiperboloid dan kerucut elliptik yang berpusat di (0,0,0), mempunyai persamaan kuadratik dengan A merupakan matriks diagonal (dengan elemen diagonalnya adalah a, b, dan c yang tidak nol) dan $K = 0$.

Untuk $K \neq 0$, untuk ellipsoid, hiperboloid dan kerucut elliptik dilakukan proses translasi. Dalam hal ini nantinya dihasilkan persamaan kuadrik dalam posisi standar dengan sistem koordinat baru

Sedangkan untuk bentuk paraboloid eliptik dan praboloid hiperbolik yang 'berpusat' di (0,0,0), satu dari nilai a, b, dan c bernilai nol dan dua dari nilai g, h, dan i bernilai nol. Nilai elemen K yang tak nol bersesuaian dengan satu dari nilai a, b, c yang nol (variabel sama).

Persamaan kuadratik dalam x, y dan z yang tidak mempunyai pola perkalian silang ($d = e = f = 0$) atau A merupakan matriks diagonal dan dengan $K = 0$ (untuk ellipsoid, hiperboloid dan kerucut elliptik), dapat diidentifikasi bentuk kuadriknya dari jumlah tanda nilai-nilai dari a, b, c, dan konstanta (yang positif, negatif, dan yang nol), dengan nilai a, b dan c ini merupakan nilai eigen dari A.

Untuk $K \neq 0$ terjadi perubahan variabel melalui proses translasi menjadi $ax'^2 + by'^2 + cz'^2 + l = 0$; dengan $x' = x + \frac{g}{2a}, y' = y + \frac{h}{2b}$ dan $z' = z + \frac{i}{2c}$, sehingga bentuk kuadrik pada posisi 'standar' pada sistem koordinat baru dengan pusat kuadrik pada $(-\frac{g}{2a}, -\frac{h}{2b}, -\frac{i}{2c})$.

Sedangkan untuk b yang tidak bernilai nol, maka perlu memperhatikan nilai-nilai eigen dari A. Berdasarkan Teorema Sumbu Utama R^3, proses untuk mempresentasikan bentuk konik yang mengandung pola perkalian silang secara grafik dapat melalui proses rotasi yang mungkin juga diikuti dengan proses translasi (untuk $K \neq 0$).

Prosedur untuk mengidentifikasi kuadrik yang dirotasi dari posisi standar:

1. Menentukan polinomial karakteristik dari A.
2. Menentukan nilai-nilai eigen (λ_1, λ_2dan λ_3) dan vektor-vektor eigen (x_1, x_2dan x_3) padanannya.
3. Ortonormalisasi vektor-vektor eigen dari A. Karena $x_i \in R^2; i = 1, 2, 3$, maka tentukan vektor satuan dari x_i(menjadi u_i)
4. Membentuk matriks $P = \begin{pmatrix} U_1 & u_2 & u_3 \end{pmatrix}$
5. Pengubahan sistem koordinat, dengan mensubtitusi $x = Px'$, dimana $x' = \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}$ dan $x = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$, sehingga didapat $Q = \lambda_1 x'^2 + \lambda_2 y'^2 + \lambda_3 z'^2$.
6. Menentukan det(P) dan sudut θ Jika det(P) = 1, maka P mempresentasikan suatu rotasi melalui sudut θ. Jika det(P) = −1, maka lakukan pertukaran terhadap 2 kolom pada matriks P, sehingga det(P) = 1.
7. Subtitusikan $x = Px'$ ke persamaan kuadratik, sehingga persamaan kuadrik menjadi $Q + KPx' + j = 0$ pada sistem koordinat- $x'y'z'$ (dan koordinat- $x''y''z''$, jika dilanjutkan dengan translasi($K \neq 0$)). Matriks P mendiagonalisasi $x^T Ax$ secara ortogonal, sehingga menjamin transformasi koordinat yang ortogonal, yang merupakan suatu proses rotasi.

Hasil dari rotasi ini adalah persamaan kuadrik yang tidak mengandung pola perkalian silang.

Proses translasi atau rotasi ataupun proses rotasi yang dikuti dengan proses translasi menghasilkan persamaan kuadrik dalam posisi standar pada sistem koordinat yang baru.

Matriks P merupakan himpunan vektor-vektor ortonormal yang bersesuaian dengan nilai-nilai eigen tersebut sehingga didapat $\lambda_1 x'^2 + \lambda_2 y'^2 + \lambda_3 Z'^2 + g'h'y' + i'z' + j = 0$ atau $x'^T Ax' + KPx' + j = 0$ Untuk $K = 0$ hanya terjadi proses rotasi yang menghasilkan persamaan berikut: $x'^T Ax' + j = 0$ atau $\lambda_1 x'^2 + \lambda_2 y'^2 + \lambda_3 z'^2 + j = 0$, yang dapat ditulis $\lambda_1 x'^2 + \lambda_2 y'^2 + \lambda_3 z'^2$ =konstanta

Namun untuk $K \neq O$ maka terdapat paling sedikit satu pasangan dari x'^2 dengan x'^2 atau pasangan y'^2 dengan y' atau z'^2 dengan z'^2n . Proses penentuan persamaan kuadrik dilanjutkan dengan proses translasi, sehingga persamaan kuadratik menjadi:

$$\lambda_1 x''^2 + \lambda_2 y''^2 + \lambda_3 z''^2 \text{ kostanta}$$

Akan tetapi untuk kuadrik berupa paraboloid eliptik dan praboloid hiperbolik proses translasi ini tidak terjadi.

4 KESIMPULAN

Berdasarkan pembahasan sebelumnya dapat disimpulkan sebagai berikut:

1. Jika ada pola perkalian silang, maka matriks A didiagonalisasi, yang merupakan proses rotasi terhadap sumbu utama.
2. Jika terdapat minimal satu pasangan variabel dari suatu persamaan kuadratik, maka proses yang dilakukan adalah translasi.
3. Bentuk standar (tidak mengandung pola perkalian silang dan tidak terdapat satu pasangan pun dari masing-masing variabel) dapat diidentifikasi bentuk konik ataupun kuadriknya berdasarkan tanda (positif/negatif) dari nilai-nilai eigen matriks A.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Anton, H. & C. Rorres, 2005, *Aljabar Linier Elementer*, Erlangga, Bandung

TABEL 1: Hubungan Bentuk Konik dengan Tanda Nilai Eigen dan Konstanta dari Persamaan Kuadratik pada Posisi Standar

No	Jumlah Tanda Nilai Eigen A			Tanda Konstanta	Persamaan Kuadratik	Bentuk Konik
	+	−	Nol			
1	2	0	0	Positif	$ax^2 + cy^2 = konst$	Ellips(termasuk lingkaran jika $a = c = r$)
2	2	0	0	Negatif	$ax^2 + cy^2 = konst$	Konik imajiner Tidak memiliki grafik
3	2	0	0	Nol	$ax^2 + cy^2 = konst$	Konik *degenerate* Berupa titik
4	1	1	0	Positif/Negatif	$ax^2 - cy^2 = konst$	Hiperbola
5	1	1	0	Nol	$ax^2 - cy^2 = konst$	Konik *degenerate* Berupa perpotongan 2 garis yang tegak lurus
6	1	0	1	Positif/Negatif/Nol	$ax^2 - ey = konst$ atau $cy^2 - dx = konst$	Parabola
7	1	0	1	Positif	$ax^2 = konst$ atau $cy^2 = konst$	Konik *degenerate* Berupa sepasang garis
8	1	0	1	Negatif	$ax^2 = konst$ atau $cy^2 = konst$	Konik imajiner Tidak memiliki grafik
9	1	0	1	Nol	$ax^2 = konst$ atau $cy^2 = konst$	Konik *degenerate* Berupa sebuah garis

TABEL 2: Hubungan Bentuk Konik dengan Tanda Nilai Eigen dan Konstata dari Persamaan Kuadratik Baru pada Posisi 'Standar'

No	Jumlah Tanda Nilai Eigen A			Tanda Konstanta	Persamaan Kuadratik	Bentuk Konik
	+	−	Nol			
1	2	0	0	Positif	$\lambda_1 x''^2 + \lambda_2 y''^2 = konst$	Ellips (termasuk lingkaran jika $\lambda_1 = \lambda_2 = r$)
2	2	0	0	Negatif	$\lambda_1 x''^2 + \lambda_2 y''^2 = konst$	Konik imajiner, Tidak memiliki grafik
3	2	0	0	Nol	$\lambda_1 x''^2 + \lambda_2 y''^2 = konst$	Konik *degenerate*, Berupa titik
4	1	1	0	Positif/Negatif	$\lambda_1 x''^2 + \lambda_2 y''^2 = konst$	Hiperbola
5	1	1	0	Nol		Konik *degenerate*, Berupa perpotongan 2 garis yang tegak lurus
6	1	0	1	Positif/Negatif atau Nol	$\lambda_1 x''^2 - e'' y'' = konst$ atau $\lambda_1 y''^2 - d'' x'' = konst$	Parabola
7	1	0	1	Positif	$\lambda_1 x''^2 = konst$ atau $\lambda_1 y''^2 = konst$	Konik *degenerate*, Berupa sepasang garis
8	1	0	1	Negatif	$\lambda_1 x''^2 = konst$ atau $\lambda_1 y''^2 = konst$	Konik imajiner, Tidak memiliki grafik
9	1	0	1	Nol	$\lambda_1 x''^2 = konst$ atau $\lambda_1 y''^2 = konst$	Konik degenerate, Berupa sebuah garis

Catatan:

i. Matriks A pada bentuk (1) sampai (3) merupakan matriks definit positif (semua nilai eigennya bernilai positif), yang bentuk koniknya adalah ellips (termasuk lingkaran), konik imajiner dan titik, tergantung pada tanda konstantanya.

ii. Matriks A pada bentuk (4) dan (5) merupakan matriks indefinit, yang bentuk koniknya berupa hiperbola dan perpotongan dua garis yang tegak lurus, tergantung pada tanda konstantanya.

iii. Matriks A pada bentuk (6) sampai (9) merupakan matriks semi definit positif (juga merupakan matriks singular), yang bentuk koniknya berupa parabola, sebuah garis, konik imajiner dan sepasang garis, tergantung pada tanda konstantanya.

Tabel 3: Hubungan Bentuk Kuadratik dengan Tanda Nilai Eigen dan Konstata dari Persamaan Kuadratik pada Posisi Standar

No	Jumlah Tanda Nilai Eigen A			Tanda Konstanta	Persamaan Kuadratik	Bentuk Konik
	+	−	Nol			
1	3	0	0	Positif	$ax^2 + by^2 + cz^2 = konst$	Ellipsoid (termasuk bola jika $a = b = r$)
2	2	1	0	Positif	$ax^2 + by^2 - cz^2 = konst$	Hiperboloid 1 potong
3	2	1	0	Negatif	$ax^2 + by^2 - cz^2 = konst$	Hiperboloid 2 potong
4	2	1	0	Nol	$ax^2 + by^2 - cz^2 = konst$	Kerucut eliptik
5	2	0	1	Positif/Negatif/Nol	$ax^2 + by^2 + iz = 0$ (jika $c = 0$, maka $i \neq 0$)	Paraboloid eliptik
6	1	1	1	Positif/Negatif/Nol	$ax^2 + by^2 + iz = 0$ (jika $c = 0$, maka $i \neq 0$)	Paraboloid hiperbolik

Tabel 4: Hubungan Bentuk Kuadratik dengan Tanda Nilai Eigen dan Konstata dari Persamaan Kuadratik Baru pada Posisi 'Standar'

No	Jumlah Tanda Nilai Eigen A			Tanda Konstanta	Persamaan Kuadratik	Bentuk Konik
	+	−	Nol			
1	3	0	0	Positif	$\lambda_1 x''^2 + \lambda_2 y''^2 + \lambda_3 z''^2 = konst$	Ellipsoid (termasuk bola jika $a = b = r$)
2	2	1	0	Positif	$\lambda_1 x''^2 + \lambda_2 y''^2 + \lambda_3 z''^2 = konst$	Hiperboloid 1 potong
3	2	1	0	Negatif	$\lambda_1 x''^2 + \lambda_2 y''^2 + \lambda_3 z''^2 = konst$	Hiperboloid 2 potong
4	2	1	0	Nol	$\lambda_1 x''^2 + \lambda_2 y''^2 + \lambda_3 z''^2 = 0$	Kerucut eliptik
5	2	0	1	Positif/NegatifNol	$\lambda_1 x''^2 + \lambda_2 y''^2 + i' z'' = 0$	Paraboloid eliptik
6	1	1	1	Positif/Negatif/Nol	$\lambda_1 x''^2 + \lambda_2 y''^2 + i' z'' = 0$	Paraboloid hiperbolik

Catatan:

i. Matriks A pada bentuk (1) merupakan matriks definit positif (semua nilai eigennya bernilai positif), yang bentuk kuadriknya adalah ellipsoid (termasuk bola)

ii. Matriks A pada bentuk (2) sampai (4) merupakan matriks indefinit, yang bentuk kuadriknya berupa hiperboloid 1 potong, hiperboloid 2 potong dan kerucut eliptik, tergantung pada tanda konstantanya

iii. Matriks A pada bentuk (5) merupakan matriks semi definit positif (juga merupakan matriks singular), yang bentuk kuadriknya berupa paraboloid eliptik.

iv. Matriks A pada bentuk (6) yang termasuk dalam matriks singular dan bukan merupakan matriks indefinit bentuk kuadriknya berupa paraboloid hiperbolik.

Identi kasi Jenis Konik dan Kuadrik Berdasarkan Bentuk Matriks

ORIGINALITY REPORT

8%	7%	1%	1%
SIMILARITY INDEX	INTERNET SOURCES	PUBLICATIONS	STUDENT PAPERS

PRIMARY SOURCES

1	ejurnal.mipa.unsri.ac.id Internet Source	5%
2	media.neliti.com Internet Source	1%
3	file.upi.edu Internet Source	1%
4	Submitted to Universitas Muhammadiyah Surakarta Student Paper	1%

Exclude quotes	On	Exclude matches	< 1%
Exclude bibliography	On		