

**PENERAPAN MODEL MARKOV UNTUK MENGHITUNG PELUANG
PERUBAHAN INDEKS PRESTASI SEMESTER (IPS) MAHASISWA
JURUSAN MATEMATIKA FMIPA UNSRI**

Irmeilyana, Robinson Sitepu, Dedi Yansen
Jurusan Matematika FMIPA Universitas Sriwijaya

imel_unsri@yahoo.co.id

Abstrak

One special type of discrete-time stochastic process is a Markov chain. In this research, it was analyzed about the application of Markov models to calculate the changes of Indeks Prestasi Semester (IPS) students in Mathematics Department FMIPA UNSRI with some assumptions and simplifications. Based on data of Mathematics students class in 2001 and 2002, it was obtained that transition probability matrices change in according to the times. We obtained the probability changes from IPS category i to IPS category j in every semester. The Transition probability obtained is a approximation for modeling that can explain changes of IPS categories. To calculate mean of stay time in a state, it must be found a transition matrix P . Based on the elements diagonal of matrix $(I - P)^{-1}$, mean of stay time in both students classes for IPS category $[2.5, 3)$ is relatively smaller than IPS categories < 2 and $[2, 2.5)$. It means that the students whose IPS category $[2.5, 3)$ have high probability to get into category IPS $[3, 3.5)$. Mean of stay times that is relatively longest for Mathematics students class in 2001 was on IPS category ≥ 3.5 , i.e. 3,03 semesters, while for Mathematics students class in 2002 was on category IPS < 2 , i.e. 2,08 semesters.

Keywords: Markov model, IPS

1. PENDAHULUAN

Setiap mahasiswa mempunyai IPS (Indeks Prestasi Semester) yang berbeda-beda, bagus atau tidaknya IPS dari setiap mahasiswa dipengaruhi oleh beberapa hal yaitu : (1) dukungan orang tua dan lingkungan, (2) dukungan yang efektif dari sistem pendidikan, (3) dukungan materi yang cukup, (4) kepemimpinan yang efektif, (5) pengajaran yang baik, (6) fleksibilitas dan otonomi, (7) waktu yang cukup, (8) harapan yang tinggi dari mahasiswa, (9) sikap yang positif dari para dosen, (10) peraturan dan disiplin, (11) kurikulum yang terorganisir, (12) adanya penghargaan yang intensif, (13) waktu pembelajaran yang cukup (14) variasi strategi pengajaran, (15) frekuensi pekerjaan rumah, dan (16) adanya penilaian dan umpan balik sesering mungkin (Edward, 1992). Hal-hal tersebut dapat berpengaruh terhadap perubahan IPS setiap mahasiswa dan juga

berpengaruh terhadap waktu yang dibutuhkan mahasiswa untuk menyelesaikan kuliahnya.

Dalam tulisan ini, permasalahan yang dibahas adalah bagaimana kecenderungan perubahan IPS mahasiswa dari setiap semester ke satu tingkat semester yang lebih tinggi dan rata-rata jumlah semester yang dilalui oleh mahasiswa pada suatu kategori IPS- i . Adapun tujuan penulisan penelitian ini adalah :

1. Mendapatkan peluang perubahan kategori IPS- i ke kategori IPS- j .
2. Menentukan waktu tinggal rata-rata jumlah semester mahasiswa yang ber kategori IPS- i .

Dalam tulisan ini, masalah dibatasi dengan menggunakan data IPS mahasiswa angkatan 2001 dan 2002 Jurusan Matematika FMIPA UNSRI dari semester satu sampai mahasiswa tersebut menyelesaikan studinya. Data IPS tidak termasuk nilai IPS pada semester khusus karena tidak semua mahasiswa mengambil semester khusus. Kategori IPS dibagi dalam 5 kategori yaitu $IPS < 2$, $IPS [2, 2.5)$, $IPS [2.5, 3)$, $IPS [3, 3.5)$ dan $IPS \geq 3.5$.

2. METODE PENELITIAN

Langkah-langkah yang dilakukan pada penelitian ini adalah sebagai berikut

1. Mengumpulkan data.
2. Mendefinisikan beberapa parameter untuk menerangkan sistem.
3. Menuliskan asumsi-asumsi yang harus dipenuhi oleh sistem sehingga merupakan proses Markov.
4. Menentukan matriks peluang transisi $P(T)$ untuk setiap periode T .
5. Menentukan matriks peluang transisi P .
6. Menentukan rata-rata waktu tinggal pada setiap kategori IPS dan rata-rata jumlah semester mahasiswa yang berkategori IPS- i .
7. Interpretasi hasil.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

1. Pendefinisian Parameter

State : IPS per semester yang terdiri dari 5 kategori state yaitu IPS < 2 , IPS $[2, 2.5)$, IPS $[2.5, 3)$, IPS $[3, 3.5)$, dan IPS ≥ 3.5 .

T : Periode waktu (semester) terdiri dari 14 semester.

$n_i(T)$: Banyaknya mahasiswa ber-IPS i pada saat T .

$n_{ij}(T)$: Banyaknya mahasiswa yang IPS-nya j dari IPS i selama selang waktu T dan $T + 1$.

$n_{ii}(T)$: Banyaknya mahasiswa yang IPS-nya tetap i selama selang waktu T dan $T + 1$.

$N(T)$: Jumlah total mahasiswa pada semester T .

$N(T) = \sum_{j=1}^k n_j(T)$; k adalah jumlah state (kategori IPS).

$p_{ij} = \frac{n_{ij}(T)}{n_i(T)}$: peluang mahasiswa yang berkategori IPS i ke kategori IPS j .

2. Asumsi-Asumsi yang Harus Dipenuhi oleh Sistem sehingga Merupakan Proses Markov

Berikut ini adalah asumsi-asumsi yang harus digunakan :

- Populasi dalam sistem dibagi dalam k tingkatan (kategori) IPS dengan urutan yang menaik sehingga menunjukkan hierarki.
- Ukuran populasinya berhingga.
- Individu berperilaku secara bebas (*independently*).
- Seorang mahasiswa yang ber-IPS i memiliki peluang untuk pindah ke IPS j antara satu semester dengan semester berikutnya dengan peluang yang dianggap konstan. Setiap individu memiliki peluang yang sama.
- Total mahasiswa periode awal (semester 1) dianggap sama dengan total yang keluar (Pollard, 1993).

1. Pembentukan Matriks Peluang Transisi untuk Selang Waktu T sampai $T + 1$

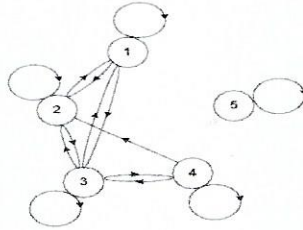
Tabel 1.

Matriks $P(T)$ untuk Mahasiswa Matematika Angkatan 2001

Matriks peluang transisi pada periode T ke $T+1$ Keterangan	Graf	Kategori IPS Pada T dan $T+1$ (Kategori IPS i ke IPS j)	Nilai Peluang P_{ij}
$P(2) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0.11 & 0.22 & 0.45 & 0.22 & 0 \\ 0.29 & 0.14 & 0.36 & 0.21 & 0 \\ 0.17 & 0.33 & 0.33 & 0.17 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$		1 → 2 2 → 3 3 → 3 4 → 2 4 → 3 5 → 4	1 0,45 0,36 0,33 0,33 1
Mobilitas IPS $[3, 3.5)$ dan $\geq 3,5$ cenderung mengalami penurunan, sedangkan kategori IPS < 2 dan $[2, 2.5)$ cenderung naik.		1 → 1 2 → 1 3 → 2 4 → 2 5	0,57 0,78 0,54 0,37
Mobilitas IPS dari semester 3 ke semester 4 cenderung menurun; terutama pada IPS $[2, 2.5)$ dan $[3, 3.5)$.		1 → 1 2 → 4 3 → 2 3 → 4 3 → 5 4 → 3 5	0,50 0,43 0,34 0,33 0,33 0,50
kecenderungan kenaikan IPS terutama kategori IPS $< [2.5, 3)$, sedangkan untuk kategori IPS $[3, 3.5)$ cenderung menurun ke $[2.5, 3)$.			

$$P(5) = \begin{bmatrix} 0.40 & 0.40 & 0.20 & 0 & 0 \\ 0.25 & 0.63 & 0.12 & 0 & 0 \\ 0.11 & 0.11 & 0.45 & 0.33 & 0 \\ 0 & 0.12 & 0.50 & 0.38 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} M$$

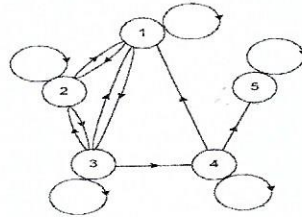
obilitas IPS relatif stabil terutama kategori IPS $\geq 3,5$.
Adanya penurunan kategori IPK [3, 3.5) ke kategori [2.5, 3).



1	→ 1	0,40
1	→ 2	0,40
2	→ 2	0,63
3	→ 3	0,45
4	→ 3	0,50
5	→ 5	1

$$P(6) = \begin{bmatrix} 0.72 & 0.14 & 0.14 & 0 & 0 \\ 0.09 & 0.55 & 0.36 & 0 & 0 \\ 0.27 & 0.36 & 0.27 & 0.10 & 0 \\ 0.33 & 0 & 0 & 0.50 & 0.17 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Mobilitas relatif stabil terutama pada kategori IPS $\geq 3,5$.

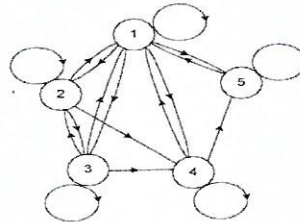


1	→ 1	0,72
2	→ 2	0,55
3	→ 2	0,36
4	→ 4	0,50
5	→ 5	1

Untuk IPS [2.5, 3) cenderung menurun ke kategori IPS [2, 2.5).

$$P(7) = \begin{bmatrix} 0.55 & 0.18 & 0.10 & 0.18 & 0.09 \\ 0.36 & 0.46 & 0.09 & 0.09 & 0 \\ 0.37 & 0.13 & 0.37 & 0.13 & 0 \\ 0.25 & 0 & 0 & 0.25 & 0.50 \\ 0.33 & 0 & 0 & 0 & 0.67 \end{bmatrix}$$

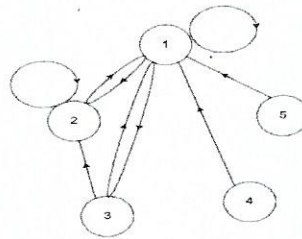
penurunan IPS dari kategori [2, 2.5) dan [2.5, 3) ke IPS < 2 .
Untuk kategori IPS < 2 dan $\geq 3,5$ cenderung stabil.



1	→ 1	0,55
2	→ 1	0,36
2	→ 2	0,46
3	→ 1	0,37
3	→ 3	0,37
4	→ 5	0,50
5	→ 5	0,67

$$P(8) = \begin{bmatrix} 0.74 & 0.13 & 0.13 & 0 & 0 \\ 0.63 & 0.37 & 0 & 0 & 0 \\ 0.80 & 0.20 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

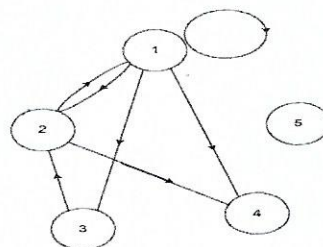
Semua IPS cenderung menurun ke kategori IPS < 2 .



1	→ 1	0,74
2	→ 1	0,63
3	→ 1	0,80
4	→ 1	1
5	→ 1	1

$$P(9) = \begin{bmatrix} 0.16 & 0.12 & 0.04 & 0.68 & 0 \\ 0.60 & 0 & 0 & 0.40 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

kenaikan IPS dari IPS < 2 ke IPS [3, 3.5). Untuk IPS [2, 2.5) cenderung menurun ke kategori IPS < 2 , tetapi ada juga



1	→ 4	0,68
2	→ 1	0,60
2	→ 4	0,40
3	→ 2	1
4		
5		

sebagian IPS-nya naik ke IPS [3, 3.5). Untuk kategori IPS [2.5, 3) semuanya menurun ke [2, 2.5).

$$P(10) = \begin{bmatrix} 0.43 & 0.14 & 0 & 0.43 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

sebagian mahasiswa mengalami kenaikan IPS dari IPS < 2 naik ke [3, 3.5) dan sebagiannya tetap berada pada IPS < 2.

semua mahasiswa yang berkategori IPS [2, 2.5) menurun ke IPS < 2.

$$P(11) = \begin{bmatrix} 0.25 & 0 & 0 & 0.75 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ Ad}$$

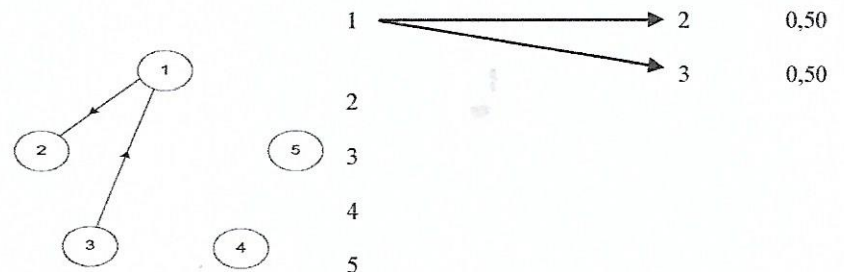
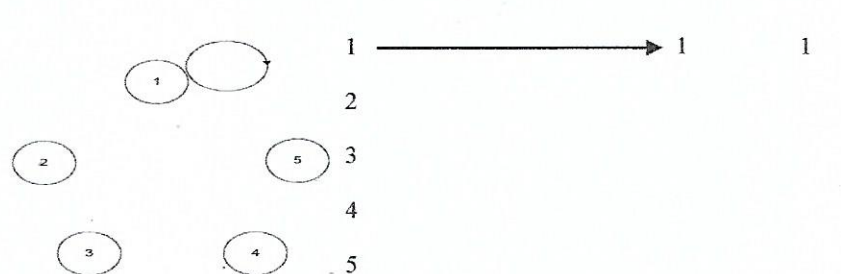
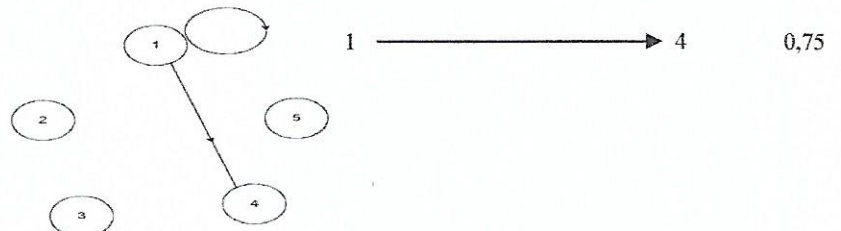
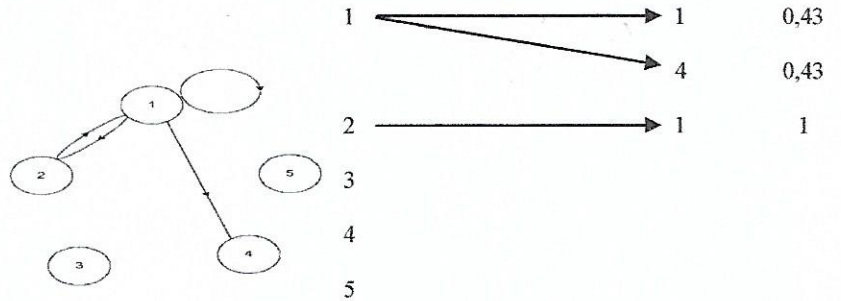
anya kenaikan IPS dari kategori IPS < 2 ke IPS [3, 3.5).

$$P(12) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Mobilitas IPS stabil pada kategori IPS < 2.

$$P(13) = \begin{bmatrix} 0 & 0.50 & 0.50 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Adanya kenaikan IPS dari kategori IPS < 2 ke IPS [2, 2.5) dan [2.5, 3).



Tabel 2.

Matriks $P(T)$ untuk Mahasiswa Matematika Angkatan 2002

Matriks peluang transisi pada periode T ke T+1 <i>Keterangan</i>	Graf	Kategori IPS Pada T dan T+1 (Kategori IPS i ke IPS j)	Nilai Peluan $\sum p_{ij}$
$P(1) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.50 & 0.25 & 0.25 & 0 \\ 0 & 0.08 & 0.48 & 0.40 & 0.04 \\ 0 & 0 & 0.19 & 0.56 & 0.25 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ <p>Mobilitas IPS relatif stabil terutama pada mahasiswa yang ber IPS $\geq 3,5$. Ada kecenderungan kategori IPS $[2, 2.5)$ meningkat ke kategori $[3, 3.5)$.</p>		<p>1</p> <p>2 → 2</p> <p>3 → 3</p> <p>3 → 4</p> <p>4 → 4</p> <p>5 → 5</p>	<p>0,50</p> <p>0,48</p> <p>0,40</p> <p>0,56</p> <p>1</p>
$P(2) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.31 & 0.38 & 0.25 & 0.06 & 0 \\ 0.05 & 0.35 & 0.35 & 0.25 & 0 \\ 0 & 0 & 0.14 & 0.57 & 0.29 \end{bmatrix}$ <p>Semua kategori IPS cenderung mengalami penurunan.</p>		<p>1</p> <p>2 → 2</p> <p>3 → 1</p> <p>3 → 2</p> <p>4 → 2</p> <p>4 → 3</p> <p>5 → 4</p>	<p>1</p> <p>0,31</p> <p>0,38</p> <p>0,35</p> <p>0,35</p> <p>0,57</p>
$P(3) = \begin{bmatrix} 0.60 & 0.20 & 0.20 & 0 & 0 \\ 0.31 & 0.38 & 0.23 & 0.08 & 0 \\ 0.08 & 0.53 & 0.31 & 0.08 & 0 \\ 0 & 0.33 & 0.34 & 0.22 & 0.11 \\ 0 & 0 & 0 & 0.50 & 0.50 \end{bmatrix}$ <p>Mobilitas IPS cenderung menurun terutama kategori IPS $[3, 3.5)$ cenderung menurun ke IPS $[2, 2.5)$ dan $[2.5, 3)$. Pada kategori IPS $\geq 3,5$ sebagian stabil dan sebagian lagi menurun.</p>	<p>- Mobilitas IPS mahasiswa dari semester 3 ke semester 4, cenderung menurun terutama mahasiswa yang berkategori IPS $[3, 3.5)$ cenderung menurun ke kategori IPS $[2, 2.5)$ dan $[2.5, 3)$.</p> <p>- Pada mahasiswa yang ber kategori IPS $\geq 3,5$ sebagian stabil dan sebagian lagi menurun.</p>	<p>1 → 1</p> <p>2 → 1</p> <p>2 → 2</p> <p>3 → 2</p> <p>4 → 2</p> <p>4 → 3</p> <p>5 → 4</p> <p>5 → 5</p>	<p>0,60</p> <p>0,31</p> <p>0,38</p> <p>0,53</p> <p>0,33</p> <p>0,34</p> <p>0,50</p> <p>0,50</p>
$P(4) = \begin{bmatrix} 0.91 & 0.09 & 0 & 0 & 0 \\ 0.53 & 0.47 & 0 & 0 & 0 \\ 0.33 & 0.50 & 0.08 & 0 & 0.09 \\ 0.20 & 0.20 & 0.40 & 0.20 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ <p>Mobilitas IPS mengalami penurunan yang drastis terutama dari IPS $[2.5, 3)$ dan $[3, 3.5)$ menurun ke IPS < 2 dan $[2, 2.5)$. IPS kategori IPS < 2 relatif stabil.</p>		<p>1 → 1</p> <p>2 → 1</p> <p>2 → 2</p> <p>3 → 2</p> <p>4 → 3</p> <p>5 → 4</p>	<p>0,91</p> <p>0,53</p> <p>0,47</p> <p>0,50</p> <p>0,40</p> <p>1</p>

$$P(5) = \begin{bmatrix} 0.58 & 0.29 & 0.13 & 0 & 0 \\ 0.31 & 0.31 & 0.25 & 0.13 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.67 & 0.33 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Mobilitas IPS relatif stabil pada IPS < 2, [2, 2.5), [2.5, 3) dan [3, 3.5).

Untuk kategori IPS $\geq 3,5$ semuanya turun ke kategori IPS [2.5, 3).

$$P(6) = \begin{bmatrix} 0.21 & 0.42 & 0.37 & 0 & 0 \\ 0.09 & 0.25 & 0.33 & 0.33 & 0 \\ 0 & 0 & 0.27 & 0.55 & 0.18 \\ 0.33 & 0 & 0 & 0.50 & 0.17 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

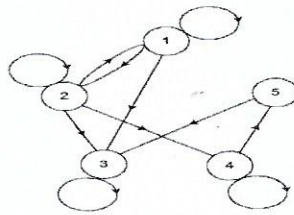
Mobilitas IPS, semua kategori IPS ada kecenderungan naik kecuali untuk IPS $\geq 3,5$ karena IPS $\geq 3,5$ semuanya stabil.

$$P(7) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.64 & 0.27 & 0.09 & 0 & 0 \\ 0.56 & 0.31 & 0 & 0.13 & 0 \\ 0.50 & 0.30 & 0 & 0.20 & 0 \\ 0.20 & 0 & 0.20 & 0.40 & 0.20 \end{bmatrix}$$

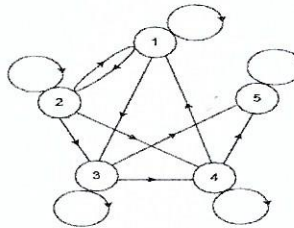
Mobilitas IPS semua IPS cenderung menurun ke IPS < 2. tetapi pada mahasiswa berkategori IPS $\geq 3,5$, sebagian besar akan menurun ke IPS [3, 3.5).

$$P(8) = \begin{bmatrix} 0.58 & 0.19 & 0.04 & 0.19 & 0 \\ 0.55 & 0.09 & 0.09 & 0.27 & 0 \\ 0.67 & 0.33 & 0 & 0 & 0 \\ 0.75 & 0.25 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

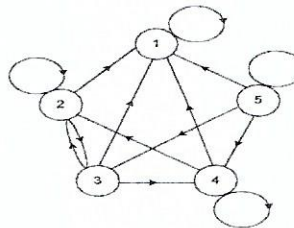
Mobilitas IPS semua cenderung mengalami penurunan IPS ke IPS < 2.



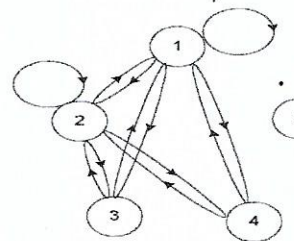
1	→	1	0,58
2	→	1	0,31
2	→	2	0,31
3	→	3	1
4	→	4	0,67
5	→	3	1



1	→	2	0,42
1	→	3	0,37
2	→	3	0,33
2	→	4	0,33
3	→	4	0,55
4	→	4	0,50
5	→	5	1



1	→	1	1
2	→	1	0,64
3	→	1	0,56
4	→	1	0,50
5	→	4	0,40

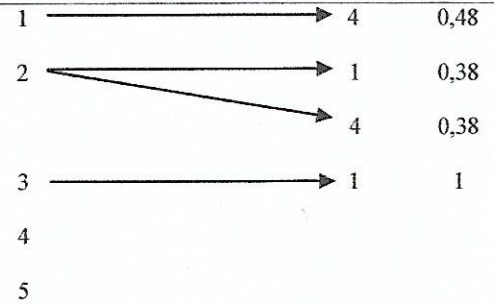


1	→	1	0,58
2	→	1	0,55
3	→	1	0,67
4	→	1	0,75
5	→		

$$P(9) = \begin{bmatrix} 0.30 & 0.07 & 0.04 & 0.48 & 0.11 \\ 0.38 & 0 & 0.12 & 0.38 & 0.12 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Mobilitas IPS, untuk kategori IPS < 2 dan [2, 2.5) mayoritas naik ke IPS [3, 3.5) sedangkan kategori IPS [2.5, 3) akan turun ke kategori IPS < 2.

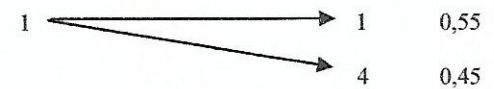
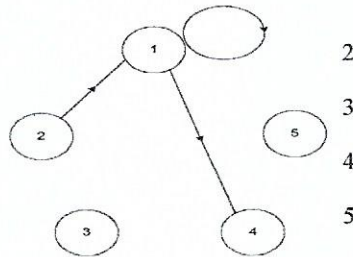
Mobilitas IPS mahasiswa dari semester 9 ke semester 10, untuk mahasiswa yang berkategori IPS < 2 dan [2, 2.5) mayoritas naik ke kategori IPS [3, 3.5) sedangkan mahasiswa yang berkategori IPS [2.5, 3) akan turun ke kategori IPS < 2.



$$P(10) = \begin{bmatrix} 0.55 & 0 & 0 & 0.45 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Mobilitas untuk kategori IPS < 2, sebagian akan tetap berada pada kategori tersebut dan sebagian lagi naik ke IPS [3, 3.5).

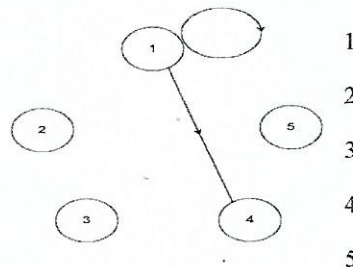
Adanya kestabilan pada kategori IPS < 2.



$$P(11) = \begin{bmatrix} 0.67 & 0 & 0 & 0.33 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

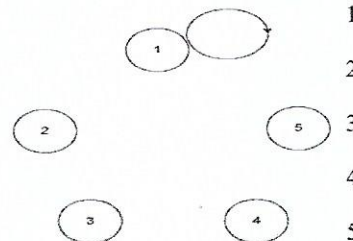
Adanya kenaikan IPS dari kategori IPS < 2 ke kategori IPS [3, 3.5).

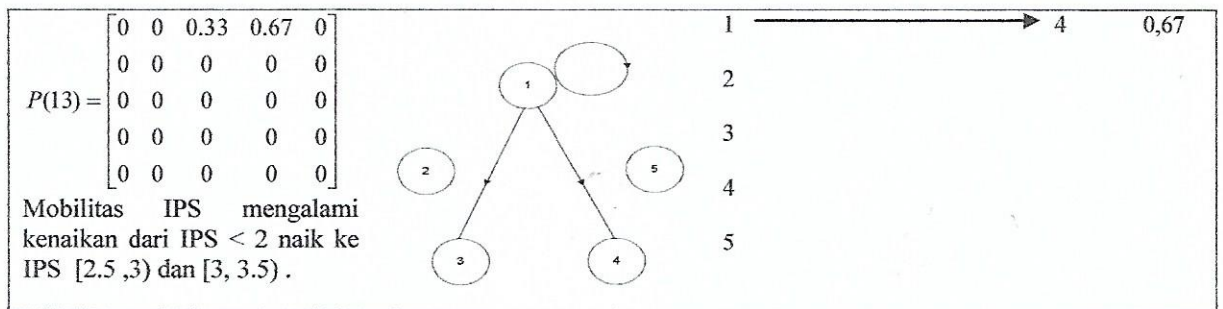
Adanya kestabilan pada kategori IPS < 2.



$$P(12) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Mobilitas IPS, untuk kategori IPS < 2 relatif stabil.





Berdasarkan Tabel 1 dan Tabel 2, secara umum dapat dijelaskan bahwa pada kedua angkatan, mobilitas IPS mahasiswa masih cukup tinggi sampai dengan semester 8. Sedangkan untuk semester 8 ke atas, mobilitas IPS mahasiswa menjadi rendah karena sebagian besar mahasiswa hanya menyelesaikan Tugas Akhir (TA) saja dan sebagian lagi sudah banyak yang lulus. Hal ini dapat dilihat dari jumlah busur yang menghubungkan simpul-simpul pada graf semakin berkurang untuk semester 8 ke atas.

4. Pembentukan Matriks Peluang Transisi Total ($P(T)$)

- Untuk Mahasiswa Matematika angkatan 2002

Berdasarkan penguraian pada Tabel 1, sistem dapat dimodelkan dengan satu matriks peluang transisi total, yaitu :

$$P = \begin{bmatrix} 0,44 & 0,21 & 0,11 & 0,23 & 0,01 \\ 0,31 & 0,39 & 0,17 & 0,13 & 0 \\ 0,24 & 0,21 & 0,31 & 0,22 & 0,02 \\ 0,20 & 0,16 & 0,26 & 0,30 & 0,08 \\ 0,22 & 0 & 0 & 0,11 & 0,67 \end{bmatrix}$$

Berdasarkan matriks P, mahasiswa yang berkategori IPS i sebagian besar akan tetap berkategori IPS i pada semester selanjutnya. Mahasiswa yang berkategori IPS ≥ 3.5 akan cenderung mempunyai IPS yang stabil (tetap berada pada kategori IPS ≥ 3.5).

- Untuk Mahasiswa Matematika angkatan 2002

Berdasarkan penguraian pada Tabel 2, sistem dapat dimodelkan dengan satu matriks peluang transisi total, yaitu :

$$P = \begin{bmatrix} 0,52 & 0,17 & 0,10 & 0,19 & 0,02 \\ 0,41 & 0,28 & 0,16 & 0,14 & 0,01 \\ 0,23 & 0,27 & 0,27 & 0,19 & 0,04 \\ 0,14 & 0,21 & 0,24 & 0,30 & 0,11 \\ 0,05 & 0 & 0,15 & 0,45 & 0,35 \end{bmatrix}$$

Berdasarkan matriks P , untuk mahasiswa yang berkategori $IPS < 2$ sebagian besar cenderung tetap berada pada kategori $IPS < 2$. Untuk mahasiswa yang berkategori $IPS [2, 2.5)$ sebagian besar IPS-nya cenderung akan menurun pada semester selanjutnya yaitu berkategori $IPS < 2$. Untuk mahasiswa yang berkategori $IPS \geq 3.5$ sebagian besar IPS nya cenderung akan menurun pada semester selanjutnya yaitu berkategori $IPS [3, 3.5)$.

5. Menghitung Waktu Tinggal Rata-Rata

➤ Untuk Mahasiswa Matematika angkatan 2001

Berdasarkan matriks peluang transisi total $P(T)$, waktu tinggal rata-rata untuk kategori $IPS < 2$ sampai kategori $IPS \geq 3,5$, didapat dari elemen diagonal matriks $(I - Q)^{-1} = (1 - p_{ii})^{-1}$; yaitu (1.79, 1.64, 1.45, 1.43, 3.03)

Berdasarkan data mahasiswa Matematika angkatan 2001, lama studi rata-rata mahasiswa adalah 10,2 semester, sedangkan berdasarkan hasil perhitungan nilai p_{ii} dari matriks P , maka total lama studi rata-rata mahasiswa matematika angkatan 2001 adalah 9,34 semester. Jika lama studi rata-rata berdasarkan data mahasiswa Matematika angkatan 2001 dibandingkan dengan lama studi rata-rata berdasarkan hasil perhitungan nilai p_{ii} dari matriks P , maka nilai lama studi rata-rata tersebut relatif tidak terlalu berbeda.

Hasil prediksi perhitungan waktu tinggal rata-rata yang relatif lama berada pada kategori $IPS \geq 3.5$ yaitu 3,03 semester. Hal ini berarti bahwa untuk 2 semester berikutnya, IPS mahasiswa pada kategori $IPS \geq 3.5$ cenderung stabil.

➤ Untuk Mahasiswa Matematika angkatan 2002

Berdasarkan matriks peluang transisi $P(T)$, waktu tinggal rata-rata untuk kategori $IPS < 2$ sampai kategori $IPS \geq 3,5$, didapat dari elemen diagonal matriks $(I - Q)^{-1} = (1 - p_{ii})^{-1}$; yaitu (2.08, 1.39, 1.37, 1.43, 1.54)

Berdasarkan data mahasiswa Matematika angkatan 2002, lama studi rata-rata mahasiswa adalah 10,2 semester sedangkan berdasarkan hasil perhitungan nilai p_{ii} dari matriks P , maka total lama studi rata-rata mahasiswa matematika angkatan 2002 adalah 7,81 semester.

Hasil prediksi perhitungan waktu tinggal rata-rata yang relatif lama berada pada kategori $IPS < 2$ yaitu 2,08 semester. Hal ini disebabkan karena ada sebagian mahasiswa yang menyelesaikan TA-nya lebih dari satu semester.

4. KESIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan penerapan model Markov untuk menghitung peluang perubahan IPS mahasiswa, dapat disimpulkan :

1. Peluang transisi yang didapat merupakan pendekatan untuk pemodelan yang menjelaskan keadaan perubahan kategori IPS pada data mahasiswa Matematika angkatan 2001 dan 2002.
2. Berdasarkan model matriks P , waktu tinggal rata-rata yang relatif lebih lama untuk mahasiswa angkatan 2001 berada pada kategori $IPS \geq 3.5$ yaitu 3,03 semester. Sedangkan untuk mahasiswa Matematika angkatan 2002, waktu tinggal rata-rata yang relatif lebih lama berada pada kategori $IPS < 2$ yaitu 2,08 semester.
3. Waktu tinggal rata-rata mahasiswa angkatan 2001 dan 2002 untuk kategori $IPS [2.5, 3)$ relatif lebih kecil dibandingkan kategori $IPS < 2$ dan $[2, 2.5)$. Hal ini menunjukkan bahwa mahasiswa yang berkategori $IPS [2.5, 3)$ berpeluang besar untuk naik ke kategori $IPS [3, 3.5)$.

Untuk penelitian lebih lanjut, penulis menyarankan data yang diambil juga meliputi data KHS semester khusus, mobilitas IPS mahasiswa dihubungkan dengan nilai Mata Kuliah wajib dan pilihan.

DAFTAR PUSTAKA

- Anton, H. & C. Rorres. (2004). *Aljabar Linear Elementer*. Penerjemah: I. Harmein & J. Gressando. Penerbit Erlangga, Jakarta.
- Heneveld, E. (1992). *Observation Skills for Effective Teaching*. New York.
- Munir, R. (2005). *Matematika Diskrit*. Edisi 3. Penerbit Informatika, Bandung.
- Pollard, J. H. (1993). *A Mathematical Models for The Growth of Human Populations*. Cambridge University Press.
- Ross, S. M. (2000). *Introduction to Probability Models*. 7th Edition. Academic Press, San Diego.
- Taylor, H. M. & S. Karlin. (1994). *An Introduction to Stochastic Modelling*. 3rd Edition. Academic Press, Florida.
- Winston W. L. (1991). *Operations Research: Applications and Algorithms*. 2nd Edition. Wadsworth Inc., California.