

**ANALISIS KESTABILAN  
MODEL PENYEBARAN PENYAKIT *TUBERCULOSIS*  
DENGAN PENGARUH SANITASI**

**Skripsi**

**Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh  
Gelar Sarjana Matematika**



**Oleh:**

**DONI SAPUTRA  
08011281621035**

**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS SRIWIJAYA  
INDRALAYA  
2020**

LEMBAR PENGESAHAN  
ANALISIS KESTABILAN  
MODEL PENYEBARAN PENYAKIT *TUBERCULOSIS*  
DENGAN PENGARUH SANITASI

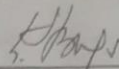
SKRIPSI

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Memperoleh  
Gelara Sarjana Matematika

Oleh

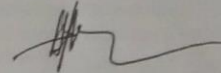
DONI SAPUTRA  
NIM 08011281621035

Pembimbing Pembantu



Dr. Bambang Suprihatin, M.Si  
NIP. 19710126 199412 1 001

Indralaya, Juli 2020  
Pembimbing Utama



Drs. Endro Setvo Cahyono, M.Si  
NIP. 19640926 199002 1 002

Mengetahui  
Ketua Jurusan Matematika



Drs. Supandi Yandin, M.M  
NIP. 49580727 198603 1 003

## LEMBAR PERSEMBAHAN

***“Orang yang pesimis selalu melihat kesulitan di setiap kesempatan, tapi orang yang optimis selalu melihat kesempatan dalam setiap kesulitan” (Ali bin Abi Thalib)***

**“Suatu hal akan terlihat tidak mungkin sampai kamu bisa melakukannya” (Nelson Mandela)**

**“Jangan tunda pekerjaanmu sampai besok, sementara kau bisa mengerjakannya hari ini”  
(Benjamin Franklin)**

**Skripsi ini kupersembahkan**

**kepada:**

- 1. Allah SWT**
- 2. Kedua Orangtuaku**
- 3. Adikku**
- 4. Keluarga Besar**
- 5. Semua Guru dan Dosenku**
- 6. Sahabat- sahabatku**
- 7. Almamaterku**

**KATA PENGANTAR**

**Assalamu'alaikum Wr. Wb.**

Segala puji dan syukur atas kehadiran Allah *Subhanahu wa ta'ala* karena dengan segala rahmat dan karunia-Nya, penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “**Analisis Kestabilan Model Penyebaran penyakit *Tuberculosis* dengan Pengaruh Sanitasi**” dengan baik. Shalawat serta salam semoga senantiasa selalu tercurahkan kepada Nabi Muhammad *Shallallahu 'alaihi wa sallam* beserta keluarga, sahabat, dan seluruh pengikutnya hingga akhir zaman. Aamiin Ya Rabbal 'Alamiin.

Skripsi ini sebagai salah satu syarat memperoleh gelar Sarjana Sains Program Studi Matematika di Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Sriwijaya dan juga merupakan suatu sarana untuk menuangkan ilmu yang telah diperoleh selama mengikuti pendidikan di perguruan tinggi.

Dengan penuh rasa hormat, cinta dan segala kerendahan hati, pertama penulis ingin mengucapkan terima kasih yang tak terhingga kepada kedua orang tua, yakni Ibu **Indrawati** dan Bapak **Alm. Husni** dengan segenap cinta, kasih sayang berlimpah, nasehat, dukungan moril maupun materi, didikan serta doa yang tak pernah berhenti untuk keberhasilan penulis. Keberhasilan dalam menyelesaikan skripsi ini juga tidak terlepas dari bantuan pembimbing dan semua pihak yang telah membantu baik secara langsung maupun tidak langsung. Penulis ingin menyampaikan ucapan terima kasih yang tak terhingga kepada:

1. Bapak **Drs. Sugandi Yahdin, M.M.**, selaku Ketua Jurusan Matematika FMIPA Universitas Sriwijaya yang telah banyak memberikan arahan, bimbingan, serta kritik dan saran kepada penulis selama pengerjaan skripsi.
2. Ibu **Des Alwine Zayanti, M.Si.**, selaku Sekretaris Jurusan Matematika FMIPA Universitas Sriwijaya, sekaligus Dosen Pembahas yang telah bersedia meluangkan waktu dan memberikan masukan kepada penulis dalam pengerjaan skripsi ini.
3. Bapak **Drs. Endro Setyo Cahyono, M.Si.**, selaku Dosen Pembimbing Utama yang telah mengarahkan dan meluangkan waktu untuk memberikan banyak ide pemikiran, bimbingan, kesabaran, arahan, saran, nasehat, serta motivasi yang terbaik dan sangat berarti dalam proses penulis menyelesaikan skripsi.
4. Bapak **Dr. Bambang Suprihatin, M.Si.**, selaku Dosen Pembimbing kedua yang telah meluangkan waktu untuk memberikan banyak ide pemikiran, bimbingan, kesabaran, arahan, saran, nasehat, serta motivasi yang terbaik dan sangat berarti dalam proses penulis menyelesaikan skripsi.
5. Ibu **Indrawati, M.Si** selaku dosen Pembimbing Akademik atas motivasi, saran, dan nasihat kepada penulis tentang urusan akademik selama masa perkuliahan.
6. Ibu **Dr. Yuli Andriani, M.Si** dan Ibu **Novi Rustiana Dewi, M.Si** selaku Dosen Pembahas yang telah bersedia memberikan masukan dan saran dalam pengerjaan skripsi.

7. **Seluruh Dosen** di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Sriwijaya yang telah memberikan ilmu yang bermanfaat kepada penulis selama menempuh pendidikan.
8. **Pak Iwan, Ibu Hamidah, dan Semua Pegawai** di Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Sriwijaya atas bantuan yang telah diberikan kepada penulis selama masa pendidikan.
9. Adikku **Putra Aditya** dan keluarga besarku yang selalu memberikan hiburan, kasih sayang, cinta, dukungan, motivasi serta doa terbaik yang sangat berarti bagi penulis.
10. Sahabat dan Teman-temanku, **Abel Fajar, Bang Ari, Ogi, Rendi, Danial, Indah, Aka, Rahma, Mutiati, Naurah, Syintia, Anbil, Riska, Giskha, Sandra, Anita, Shania, Harini, Putri, Adelia** serta seluruh teman-teman Angkatan **2016** atas dukungan, semangat, kebersamaan dan kebahagiaan yang telah dilewati bersama. Serta kakak tingkat angkatan **2012, 2013, 2014, 2015** tak lupa adik-adik tingkat angkatan **2017, 2018** dan **2019**.
11. **Lucky, Evi, Ayu, Sitik, Rozie, Abdul, Enyta, Putri, Neta, Uni mayang** serta seluruh Anggota dan Staff Khusus DPM KM FMIPA Universitas Sriwijaya yang telah memberikan banyak pengalaman berharga, ilmu, kasih sayang dan kebersamaan penulis selama pendidikan.
12. Semua pihak yang telah membantu penulis dalam menyelesaikan skripsi yang tidak dapat disebutkan satu persatu.

Penulis mengharapkan semoga skripsi ini dapat menambah pengetahuan dan bermanfaat bagi semua mahasiswa Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Sriwijaya.

*Wassalamu'alaikum Wr. Wb*

Indralaya, 4 Juli 2020

Penulis

**STABILITY ANALYSIS  
TUBERCULOSIS DISEASE SPREADING MODEL  
WITH SANITATION EFFECT**

**By:**

**Doni Saputra**

**08011281621035**

**ABSTRACT**

The purpose of this study is to analyze the stability model of the spread of tuberculosis (TB) with the effect of sanitation as an increase in the recovery rate of infected individuals. The model used is the Susceptible-Infected-Recovered (SIR) model, in its distribution, the model is derived with respect to time using the autonomous differential equation. Routh Hurwitz criteria and eigenvalue are used to see the stability model of the spread of tuberculosis with sanitation effects in terms of disease-free equilibrium and endemic equilibrium points. An increasing number of individuals in the recovered subpopulation each year after being affected by sanitation and the model of the spread of the disease remains stable.

*Keywords: Tuberculosis, equilibrium point, Routh-Hurwitz, sanitation, SIR*



**ANALISIS KESTABILAN  
MODEL PENYEBARAN PENYAKIT *TUBERCULOSIS*  
DENGAN PENGARUH SANITASI**

**Oleh:**

**Doni Saputra**

**08011281621035**

**ABSTRAK**

Tujuan penelitian ini adalah menganalisis kestabilan model penyebaran penyakit *Tuberculosis* (TBC) dengan pengaruh sanitasi sebagai peningkatan tingkat kesembuhan individu yang terinfeksi. Model yang digunakan adalah model *Susceptible-Infected-Recovered* (SIR), dalam penyebarannya model, diturunkan terhadap waktu menggunakan persamaan diferensial *autonomous*. Kriteria *Routh Hurwitz* dan nilai *eigen* digunakan untuk melihat kestabilan model penyebaran penyakit *Tuberculosis* dengan pengaruh sanitasi yang ditinjau dari titik kesetimbangan bebas penyakit dan titik kesetimbangan endemik. Terjadi peningkatan jumlah individu pada subpopulasi *recovered* setiap tahunnya setelah dipengaruhi sanitasi dan model penyebaran penyakitnya tetap stabil.

Kata Kunci : *Tuberculosis*, Titik Kesetimbangan, *Routh-Hurwitz*, sanitasi, SIR

## DAFTAR ISI

	Halaman
<b>HALAMAN JUDUL .....</b>	<b>i</b>
<b>HALAMAN PENGESAHAN .....</b>	<b>ii</b>
<b>HALAMAN PERSEMBAHAN .....</b>	<b>iii</b>
<b>KATA PENGANTAR .....</b>	<b>iv</b>
<b>ABSTRACT.....</b>	<b>viii</b>
<b>ABSTRAK .....</b>	<b>ix</b>
<b>DAFTAR ISI .....</b>	<b>x</b>
<b>DAFTAR TABEL .....</b>	<b>xiii</b>
<b>DAFTAR GAMBAR.....</b>	<b>xiv</b>
<b>BAB I PENDAHULUAN</b>	
1.1. Latar Belakang.....	1
1.2. Rumusan Masalah .....	3
1.3. Batasan Masalah .....	4
1.4. Tujuan Penelitian .....	4
1.5. Manfaat Penelitian .....	4
<b>BAB II TINJAUAN PUSTAKA</b>	
2.1. Penyakit <i>Tuberculosis</i> (TBC).....	5
2.2. Pengaruh Sanitasi.....	6
2.3. Persamaan Diferensial .....	6
2.4. Model SIR.....	7
2.5. Titik Keseimbangan (Ekuilibrium).....	9

2.6. Linierisasi Sistem Persamaan Diferensial Nonlinier .....	10
2.7. Kestabilan Titik Keseimbangan.....	12
2.8. Kriteria Kestabilan <i>Routh-Hurwitz</i> .....	12

### **BAB III METODOLOGI PENELITIAN**

3.1. Tempat .....	15
3.2. Waktu.....	15
3.3. Metode Penelitian .....	15

### **BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN**

4.1. Pembentukan model SIR untuk Penyakit TBC .....	16
4.1.1. Asumsi Pada Pembentukan model SIR untuk Penyakit TBC .	16
4.1.2. Diagram Alir dan Model Penyakit TBC .....	17
4.2. Analisis Titik Keseimbangan.....	20
4.2.1. Titik Keseimbangan Bebas Penyakit .....	20
4.2.2. Titik Keseimbangan Endemik.....	22
4.3. Analisis Kestabilan .....	23
4.3.1. Analisis Kestabilan Titik Keseimbangan Bebas Penyakit .....	25
4.3.2. Analisis Kestabilan Titik Keseimbangan Endemik.....	28
4.4. Simulasi Model.....	30
4.4.1. Simulasi kestabilan Titik Keseimbangan Bebas Penyakit .....	31
4.4.2. Simulasi Kestabilan Titik Keseimbangan Endemik.....	33
4.5. Pengaruh Sanitasi Terhadap Penyakit TBC.....	35

### **BAB V KESIMPULANN DAN SARAN**

5.1. Kesimpulan .....	37
-----------------------	----

5.2. Saran .....	38
<b>DAFTAR PUSTAKA.....</b>	<b>39</b>

## DAFTAR TABEL

	Halaman
4.1. <i>Array Routh</i> Kestabilan Titik Kesetimbangan Bebas Penyakit .....	28
4.2. <i>Array Routh</i> Kestabilan Titik Kesetimbangan Endemik.....	30
4.3. Nilai Estimasi Parameter dalam Model SIR TBC .....	31
4.4. Simulasi <i>Array Routh</i> Kestabilan Titik Kesetimbangan Bebas Penyakit ...	33
4.5. Simulasi <i>Array Routh</i> Kestabilan Titik Kesetimbangan Endemik.....	34

## DAFTAR GAMBAR

	Halaman
4.1. Diagram Alir Penyebaran Penyakit TBC dengan Pengaruh sanitasi.....	17
4.2. Jumlah Individu pada Subpulasi Sembuh dengan Simulasi Nilai $K$ .....	35

# **BAB I**

## **PENDAHULUAN**

### **1.1 Latar Belakang**

Kondisi umum kesehatan manusia dipengaruhi oleh berbagai faktor misalnya pola hidup, lingkungan dan pelayanan masyarakat. Berdasarkan faktor yang mempengaruhi akan timbul sebuah masalah, yaitu penyakit. Salah satu penyakit yang umum terinfeksi pada masyarakat yaitu *tuberculosis* atau yang sering kita kenal dengan TBC. Penyakit ini dapat menyerang paru-paru yang disebabkan oleh bakteri *mycobacterium tuberculosis*. Penyakit TBC menimbulkan gejala berupa batuk yang berlangsung lama (umumnya lebih dari 3 minggu), biasanya jenis batuk berdahak dan terkadang mengeluarkan darah (Willy, 2019).

Bakteri TBC dapat menyebar melalui udara. Ketika penderita TBC bersin, batuk dan bisa juga menyebar lewat air liur mereka melalui udara. Akibatnya, setiap orang yang berdekatan dengan penderita TBC mempunyai potensi untuk terinfeksi. Selain itu, seseorang yang terjangkit penyakit TBC berisiko terhadap komplikasi TBC yang akan menyebar ke organ tubuh lainnya seperti nyeri tulang punggung, meningitis, kerusakan sendi, gangguan hati, ginjal, jantung dan gangguan mata (Shabrina, 2019).

Penyebaran penyakit ini dapat diatasi dengan cara melakukan vaksinasi. Vaksin yang dapat mencegah penyakit TBC adalah vaksin *Basil Calmette-Guerin* (BCG). Vaksin BCG tersebut merupakan gabungan dari nama dua dokter yang

pertama kali mengembangkannya, yaitu dr. Albert Calmette dan dr. Camille Guerin pada tahun 1921 (Setiaputri, 2018). Selain melakukan vaksinasi, penderita TBC harus meningkatkan sanitasi di lingkungannya karena dapat mempercepat pemulihan, sebaliknya jika sanitasi dalam keadaan buruk mengakibatkan penyakit TBC bertambah parah. Beberapa faktor yang mempengaruhi pemulihan penyakit TBC adalah: a) Faktor medis yang meliputi tersedianya obat yang cukup dan kontinu, edukasi petugas kesehatan dan pemberian obat yang adekuat, b) Faktor penderita meliputi pengetahuan, kesadaran, tekad untuk sembuh, dan kebersihan diri, c) Faktor lingkungan (Permatasari, 2015).

Penyakit TBC mendapat perhatian khusus dari masyarakat dan pemerintah tidak terkecuali para ilmuwan karena penyebarannya yang sangat rentan sehingga jika tidak diatasi secara tepat maka dapat mengancam kehidupan manusia. Mengingat pentingnya pengetahuan lebih lanjut mengenai TBC, maka diperlukan suatu model matematika dalam penyebaran penyakit TBC.

Model yang digunakan dalam penelitian ini adalah model SIR (*Susceptible-Infected-Recovered*). Model ini terbagi menjadi tiga bagian yaitu, pertama adalah *Susceptible* merupakan kelompok yang sehat tetapi dapat terinfeksi, kedua adalah *Infected* adalah kelompok yang terinfeksi penyakit dan dapat menularkan dan ketiga *Recovered* adalah kelompok yang telah sembuh dari penyakit TBC. Model tersebut dibentuk dari suatu sistem persamaan diferensial. Persamaan diferensial yang telah terbentuk dapat dicari titik kesetimbangan, kemudian dicari nilai reproduksi dasar



untuk mengetahui rata-rata penyebaran penyakit dari populasi terinfeksi ke populasi rentan, selanjutnya menganalisis kestabilan dari titik kesetimbangan.

Pada butarbutar (2018) diketahui ada hubungan yang signifikan antara pasien TBC dengan sanitasi lingkungan. Kemudian pada A'maludin, *et al.*, (2016) mengatakan bahwa bilangan reproduksi dasar dan analisis kestabilan sangat mempengaruhi penyebaran penyakit. Pada Nurfitriana, *et al.*, (2019) telah melakukan penelitian tentang analisis kestabilan model penyebaran penyakit yang dipengaruhi vaksinasi dan sanitasi.

Pada penelitian ini bertujuan untuk menganalisis kestabilan model penyebaran penyakit TBC disekitar titik kesetimbangan dan menginterpretasikan model yang telah dibentuk dengan simulasi analisis serta mengetahui pengaruh sanitasi terhadap penyebaran penyakit TBC. Sanitasi pada penelitian ini diperuntukan untuk populasi yang telah terinfeksi penyakit TBC.

## **1.2 Perumusan Masalah**

Masalah yang dibahas dalam penelitian ini adalah:

1. Bagaimana membentuk model SIR untuk penyebaran penyakit TBC yang memperhatikan sanitasi.
2. Bagaimana menentukan titik kesetimbangan dari model SIR yang terbentuk.
3. Bagaimana analisis kestabilan titik kesetimbangan dari model yang terbentuk.
4. Bagaimana pengaruh sanitasi terhadap penyebaran penyakit TBC.

### **1.3 Pembatasan Masalah**

Batasan masalah pada penelitian ini adalah:

1. Angka kelahiran dalam populasi diasumsikan sama dengan angka kematian.
2. Sanitasi hanya diperuntukan untuk populasi yang terinfeksi penyakit TBC.
3. Populasi yang telah sembuh akan kebal terhadap penyakit TBC.

### **1.4 Tujuan**

1. Membentuk model SIR untuk penyebaran penyakit TBC dengan pengaruh sanitasi.
2. Menentukan titik kesetimbangan dari model yang terbentuk.
3. Analisis kestabilan titik kesetimbangan dari model SIR yang terbentuk.
4. Mengidentifikasi pengaruh sanitasi terhadap penyebaran penyakit TBC.

### **1.5 Manfaat**

Manfaat yang diharapkan dari penelitian ini adalah:

1. Diharapkan pembaca dapat meningkatkan sanitasi lingkungan supaya terhindar dari berbagai macam penyakit misalnya penyakit TBC.
2. Memberikan pengetahuan lebih kepada masyarakat tentang bahayanya penyakit TBC.
3. Sebagai bahan rujukan dalam mengantisipasi pertumbuhan penyakit TBC bagi Dinas Kesehatan.



## Daftar Pustaka

- A'maludin, H., Faruk, A., & Cahyono, E. (2016). *Analisis model epidemik untuk penyakit tuberculosis*. SEMIRATA. Bidang MIPA 2016, 1, 207-213.
- Butarbutar, Marya Haryanti. 2018. *Hubungan pengaruh perilaku dan sanitasi lingkungan dengan pasien tb paru*. Jurnal of Borneo Holistic Health, Volume 1 No.1 hal 51-61.
- Campbel, S. L., & Haberman, R. 2008. *Introduction to Diffrential Equations with Dynamical System*. New Jersey: Princenton University Press.
- Dafik. 1999. *Persamaan Diferensial Biasa*. Program Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember, Jember.
- Olsder, L. D., & Woude, J. W. vander. 2014. *Mathematical Systems Theory*. Netherland: VVSD.
- Permatasari, N.(2015). *Pemberantas Penyakit TB paru dan strategi DOST. Bagian paru*. FK USU. Medan.
- Depkes RI. 2015. *Survei Prevalensi Tuberkulosis 2013-2014*. Jakarta.
- Depkes RI. 2018. *Tuberkulosis*. Jakarta.
- Nurfitriana., Kiftiah, M., & Yudhi. (2019). *Analisis Kestabilan Model Penyebaran Penyakit Hepatitis A dengan Vaksinasi dan Sanitasi*. Bimaster 2019, Vol.08, 2, 327-334.
- Shabrina, Dina. (2019). *Analisis kestabilan vaksinasi model sir pada studi kasus penyakit tuberculosis (TBC)*. Universitas Lampung, Bandar Lampung.

Setiaputri, karinta Ariani. *Informasi Penting Soal Vaksin TBC yang Wajib Anda Ketahui*. helloSEHAT, 12 Maret 2018, <https://hellosehat.com/pusat-kesehatan/batuk-penyakit-pernapasan/informasi-vaksin-tbc-vaksin-bcg/>. Diakses pada tanggal 14 January 2020.

WHO. 2018. “*Sanitation*”. <https://www.who.int/topics/sanitation/en/>. Diakses pada tanggal 28 Januari 2020.

Willy,tjin. TBC (*Tuberculosis*).”ALODOKTER”, 28 February 2019, <https://www.alodokter.com/Tuberculosis>. Diakses pada tanggal 14 Januari 2020.