

**KEMAMPUAN PENALARAN MATEMATIS SISWA
KELAS IX PADA PEMBELAJARAN PEMBUKTIAN
KEKONGRUENAN SEGITIGA MENGGUNAKAN
STRATEGI *TWO-COLUMN PROOFS***

SKRIPSI

Oleh

Siti Aisyah

06081281823025

Program Studi Pendidikan Matematika



**FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS SRIWIJAYA
2021**

**KEMAMPUAN PENALARAN MATEMATIS SISWA
KELAS IX PADA PEMBELAJARAN PEMBUKTIAN
KEKONGRUENAN SEGITIGA MENGGUNAKAN
STRATEGI *TWO-COLUMN PROOFS***

SKRIPSI

Oleh

Siti Aisyah

NIM : 06081281823025

Program Studi Pendidikan Matematika

Mengesahkan:

Mengetahui,

Koordinator Program Studi

Pembimbing



Dr. Hapizah, M.T.

NIP 197905302002122002

Scristia, M.Pd.

NIP 198808302020122011

HALAMAN PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Siti Aisyah

NIM : 06081281823025

Program Studi : Pendidikan Matematika

menyatakan dengan sungguh-sungguh bahwa skripsi yang berjudul “Kemampuan Penalaran Matematis Siswa Kelas IX pada Pembelajaran Pembuktian Kekongruenan Segitiga Menggunakan Strategi *Two-Column Proofs*” ini adalah benar-benar karya saya sendiri dan saya tidak melakukan penjiplakan dan pengutipan dengan cara yang tidak sesuai dengan etika keilmuan yang berlaku sesuai dengan Peraturan Menteri Pendidikan Nasional Republik Indonesia Nomor 17 Tahun 2010 Tentang Pencegahan dan Penanggulangan Plagiat di Perguruan Tinggi. Apabila dikemudian hari, ada pelanggaran yang ditemukan dalam skripsi ini dan/atau ada pengaduan dari pihak lain terhadap keaslian karya ini, saya bersedia menanggung sanksi yang dijatuhkan kepada saya.

Demikianlah pernyataan ini dibuat dengan sungguh-sungguh tanpa pemaksaan dari pihak manapun.

Indralaya, Desember 2021

Yang membuat pernyataan,



Siti Aisyah

NIM 06081281823025

PERSEMBAHAN

Puji syukur penulis panjatkan kepada Allah SWT yang telah memberikan rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan baik. Walaupun jauh dari kata sempurna, namun penulis bangga dapat menyelesaikan skripsi ini dengan baik.

Penulis berterima kasih dan mempersembahkan skripsi ini kepada:

- Dua orang terhebat dalam hidupku, yaitu kedua orang tuaku, Bapak Abdullah dan Ibu Dahlia, yang selalu mendoakanku dan selalu berusaha memberikan yang terbaik untukku. Terima kasih atas ridho, kasih, dukungan, dan segala hal yang telah kalian curahkan untukku.
- Ketiga adikku tersayang, Maryam, Ihsan, dan Salwa. Terima kasih telah hadir memberikan semangat dan dukungan untukku.
- Dosen pembimbing skripsiku, Ibu Scristia, M.Pd., yang selalu sabar meluangkan waktu, pikiran, dan tenaganya untuk memberikan bimbingan. Terima kasih atas arahan, dukungan, dan kesempatan dalam penelitian ini. Terima kasih yang sebesar-besarnya karena sudah berkenan memberikan kesempatan untuk berpartisipasi dalam penelitian dosen Hibah Sateks Pendanaan PNBK FKIP 2021.
- Bapak Jeri Araiku, M.Pd. dan Ibu Nurjanah, M.Pd., selaku validator dalam penelitian skripsi ini. Terima kasih telah menyempatkan waktunya untuk memberikan saran dan masukan bagi perbaikan instrumen penelitian ini.
- Seluruh Dosen Pendidikan Matematika FKIP Unsri, yang telah memberikan bimbingan dan ilmunya selama ini.
- Admin Prodi Pendidikan Matematika, yang telah memberikan banyak bantuan dalam urusan administrasi selama perkuliahan ini.
- SMP Negeri 1 Palembang, terutama Ibu Hastia, M.Pd., Ibu Nurjanah, M.Pd., dan Ibu Neti Nazeli, M.Pd., terima kasih atas kesempatan yang diberikan

kepada penulis, serta siswa-siswi Kelas IX.2 yang telah berpartisipasi dalam penelitian ini.

- Sahabat sekaligus partner Amanahku, Osi, yang selalu aku repotkan dari awal perkuliahan. Terima kasih atas segala kebaikannya dari dulu hingga kini yang tidak dapat kusebutkan satu per satu.
- Teman seperjuanganku selama skripsweet, Suci dan Mustika, yang tetap sabar walaupun aku sering resek. Terutama Suci, yang selalu nge-chat 24/7, terima kasih selalu menemaniku kemanapun kapanpun, dan selalu mendengar keluh kesahku.
- Kerajaan No Cawa Cawa, Osi, Suci, Ragil, Erca, Mugi, Farhan, dan Wisnu, yang sudah menemani suka duka perkuliahan offline dan online. Terima kasih atas kerja samanya saat perkuliahan, tugas kelompok, UTS, dan UAS.
- Seluruh teman Pendidikan Matematika FKIP Unsri Angkatan 2018 Indralaya dan Palembang yang telah menjadi bagian dari warna-warni kehidupan perkuliahanku.
- Semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu per satu yang telah terlibat dan membantu dalam menyelesaikan skripsi ini.
- Almamaterku, Universitas Sriwijaya.
- Terakhir, diriku, yang tidak menyerah walaupun banyak mengeluh selama perkuliahan. Terima kasih telah menyelesaikan hingga tahap ini dengan baik dan tepat waktu.

فَبِأَيِّ آلَاءِ رَبِّكُمَا تُكَذِّبِينَ

"Maka nikmat Tuhan kamu yang manakah yang kamu dustakan?"

(Q.S. Ar Rahman : 13)

PRAKATA

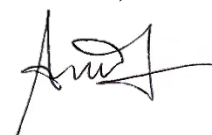
Skripsi dengan judul “Kemampuan Penalaran Matematis Siswa Kelas IX pada Pembelajaran Pembuktian Kekongruenan Segitiga Menggunakan Strategi *Two-Column Proofs*” disusun untuk memenuhi syarat memperoleh gelar Sarjana Pendidikan (S.Pd.) pada Program Studi Pendidikan Matematika, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Sriwijaya. Dalam mewujudkan skripsi ini, penulis telah mendapatkan bantuan dari berbagai pihak.

Oleh sebab itu, penulis mengucapkan terima kasih kepada Ibu Scristia, M.Pd., sebagai pembimbing atas segala bimbingan yang telah diberikan dalam proses penulisan skripsi ini. Penulis juga mengucapkan terima kasih kepada Bapak Dr. Hartono, M.A., Dekan FKIP Unsri, Bapak Dr. Ketang Wiyono, S.Pd., M.Pd., Ketua Jurusan Pendidikan MIPA, dan Ibu Dr. Hapizah, M.T., Koordinator Program Studi Pendidikan Matematika yang telah memberikan kemudahan dalam pengurusan administrasi selama penulisan skripsi ini. Ucapan terima kasih juga ditujukan kepada Ibu Dra. Indaryanti, M.Pd., anggota penguji yang telah memberikan sejumlah saran untuk perbaikan skripsi ini. Lebih lanjut penulis juga mengucapkan terima kasih kepada Bapak Jeri Araiku, M.Pd. dan Ibu Nurjanah, M.Pd., validator yang telah memberikan sejumlah masukan untuk perbaikan instrumen penelitian ini, seluruh dosen Pendidikan Matematika FKIP Unsri, yang telah mencurahkan ilmunya selama penulis mengikuti pendidikan, serta semua pihak yang terlibat dalam penulisan skripsi ini hingga selesai.

Akhir kata, semoga skripsi ini dapat bermanfaat untuk pembelajaran bidang studi pendidikan matematika dan pengembangan ilmu pengetahuan, teknologi, dan seni.

Indralaya, Desember 2021

Penulis,



Siti Aisyah

DAFTAR ISI

HALAMAN PENGESAHAN	ii
HALAMAN PERNYATAAN	iii
PERSEMBAHAN	iv
PRAKATA	vi
DAFTAR ISI	v
DAFTAR TABEL	vii
DAFTAR GAMBAR	viii
DAFTAR LAMPIRAN	xi
ABSTRAK	xii
BAB I	1
PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	5
1.3 Tujuan Penelitian.....	5
1.4 Manfaat Penelitian.....	5
BAB II	6
TINJAUAN PUSTAKA	6
2.1 Kemampuan Penalaran Matematis.....	6
2.2 Pembuktian dalam Matematika.....	10
2.3 Strategi <i>Two-Column Proofs</i>	13
2.4 Kekongruenan Segitiga.....	15
2.5 Penalaran Matematis pada Pembuktian Kekongruenan Segitiga menggunakan Strategi <i>Two-Column Proofs</i>	24
2.6 Kerangka Berpikir.....	27
BAB III	29
METODE PENELITIAN	29
3.1 Jenis Penelitian.....	29
3.2 Fokus Penelitian.....	29
3.3 Subjek Penelitian.....	30

3.4	Tempat dan Waktu Pelaksanaan Penelitian	30
3.5	Prosedur Pelaksanaan Penelitian.....	31
3.6	Teknik Pengumpulan Data.....	33
3.7	Teknik Analisis Data.....	33
BAB IV	35
HASIL DAN PEMBAHASAN	35
4.1	Hasil	35
4.2	Pembahasan.....	78
BAB V	84
KESIMPULAN DAN SARAN	84
5.1	Kesimpulan	84
5.2	Saran	84
DAFTAR PUSTAKA	85
LAMPIRAN	91

DAFTAR TABEL

Tabel 2. 1 Format Two-Column Proofs	14
Tabel 2. 2 Pembuktian Pythagorean Theorem menggunakan strategi two-column proofs	15
Tabel 2. 3 Kompetensi Dasar dan Indikator Pencapaian Kompetensi	15
Tabel 2. 4 Pembuktian Teorema Sudut-Sisi-Sudut Menggunakan Strategi Two-Column Proofs	26
Tabel 3. 1 Indikator dan Deskriptor Kemampuan Penalaran Matematis	29
Tabel 3. 2 Jadwal Kegiatan Penelitian	30
Tabel 3. 3 Pedoman Penskoran	33
Tabel 3. 4 Kategori Kemampuan Penalaran Matematis.....	34
Tabel 4. 1 Waktu dan Kegiatan Penelitian.....	35
Tabel 4. 2 Hasil Validasi Instrumen Penelitian.....	37
Tabel 4. 3 Hasil Pembuktian Teorema Sudut-Sudut-Sisi Bersama Siswa.....	44
Tabel 4. 4 Distribusi Frekuensi Kategori Kemampuan Penalaran Matematis Siswa	57
Tabel 4. 5 Distribusi Jenis Jawaban Siswa.....	58

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2. 1 Sisi dan sudut bersesuaian pada dua segitiga kongruen	17
Gambar 2. 2 Titik A dan Titik P	18
Gambar 2. 3 Garis AB	18
Gambar 2. 4 Sinar garis AB	18
Gambar 2. 5 Segmen garis AB	18
Gambar 2. 6 Bidang α atau bidang ABC	19
Gambar 2. 7 $\angle BAC$	19
Gambar 2. 8 Dua garis sejajar	19
Gambar 2. 9 Garis saling berpotongan.....	20
Gambar 2. 10 Garis berimpit.....	20
Gambar 2. 11 Sudut berpenyiku.....	20
Gambar 2. 12 Sudut berpelurus.....	21
Gambar 2. 13 Sudut bertolak belakang	21
Gambar 2. 14 Dua garis sejajar yang dipotong oleh sebuah garis lurus	21
Gambar 2. 15 Segitiga sama sisi	22
Gambar 2. 16 Segitiga sama kaki.....	22
Gambar 2. 17 Segitiga sembarang	23
Gambar 2. 18 $\triangle ABC$ dengan garis tinggi CD	23
Gambar 2. 19 $\triangle ABC$ dengan garis bagi CD	23
Gambar 2. 20 $\triangle ABC$ dengan garis berat CD	24
Gambar 2. 21 $\triangle ABC$ dengan garis sumbu CD	24
Gambar 2. 22 Dua segitiga yang menunjukkan Teorema AAS	25
Gambar 4. 1 Pertemuan pertama sesi 1	39
Gambar 4. 2 Pertemuan pertama sesi 2	40
Gambar 4. 3 Pertemuan pertama sesi 3	40
Gambar 4. 4 Slide powerpoint "Mengidentifikasi Kekongruenan Segitiga"	41
Gambar 4. 5 Slide powerpoint "Bagaimana menentukan kekongruenan segitiga".....	42

Gambar 4. 6 Slide powerpoint "Membuktikan Teorema Sudut-Sudut-Sisi"	43
Gambar 4. 7 Jawaban siswa untuk soal 1 LKPD 1	45
Gambar 4. 8 Jawaban siswa untuk soal 2 LKPD 1	46
Gambar 4. 9 Jawaban siswa untuk soal 3 LKPD 1	46
Gambar 4. 10 Jawaban siswa untuk soal 4 LKPD 1	46
Gambar 4. 11 Pertemuan kedua sesi 1	47
Gambar 4. 12 Pertemuan kedua sesi 2	48
Gambar 4. 13 Permasalahan pada LKPD 2.....	48
Gambar 4. 14 Jawaban siswa untuk soal 1 LKPD 2	49
Gambar 4. 15 Jawaban siswa untuk soal 2 LKPD 2	50
Gambar 4. 16 Jawaban siswa untuk soal 3 LKPD 2	50
Gambar 4. 17 Pertemuan ketiga pelaksanaan tes secara daring.....	51
Gambar 4. 18 Soal tes nomor 1	52
Gambar 4. 19 Jawaban tes nomor 1 siswa WK.....	53
Gambar 4. 20 Soal tes nomor 2	54
Gambar 4. 21 Jawaban nomor 2 siswa KR	55
Gambar 4. 22 Soal tes nomor 3	55
Gambar 4. 23 Jawaban nomor 3 siswa AS.....	56
Gambar 4. 24 Jawaban nomor 1 siswa EP	61
Gambar 4. 25 Jawaban nomor 2 siswa AK.....	62
Gambar 4. 26 Jawaban nomor 3 siswa SN.....	63
Gambar 4. 27 Kesalahan dalam menentukan pasangan sisi kongruen	64
Gambar 4. 28 Kesalahan dalam menentukan postulat yang sesuai.....	65
Gambar 4. 29 Jawaban siswa kategori baik yang membuktikan dengan tepat	66
Gambar 4. 31 Kesalahan dalam memberikan alasan yang valid.....	68
Gambar 4. 32 Kesalahan dalam menentukan pasangan sudut kongruen dan postulat yang sesuai.....	69
Gambar 4. 33 Jawaban nomor 2 siswa NP.....	70
Gambar 4. 34 Jawaban nomor 3 siswa RP.....	71
Gambar 4. 35 Kesalahan dalam memberikan alasan yang valid.....	72
Gambar 4. 36 Kesalahan jenis kedua siswa kategori cukup	72

Gambar 4. 37 Jawaban nomor 1 siswa AS.....	73
Gambar 4. 38 Jawaban nomor 2 siswa AS.....	73
Gambar 4. 39 Jawaban nomor 3 siswa AS.....	74
Gambar 4. 40 Jawaban nomor 2 siswa AR kategori sangat kurang.....	75
Gambar 4. 41 Kesalahan dalam memberikan alasan yang valid pada nomor 1....	76
Gambar 4. 42 Kesalahan dalam memberikan alasan yang valid.....	76
Gambar 4. 43 Jawaban nomor 3 siswa RF kategori kurang.....	77

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Usul Judul Skripsi.....	91
Lampiran 2. SK Pembimbing Skripsi	92
Lampiran 3. Surat Izin Penelitian ke Kesbangpol Kota Palembang	94
Lampiran 4. Surat Izin Penelitian ke Dinas Pendidikan Kota Palembang	95
Lampiran 5. Surat Izin Penelitian dari Kesbangpol Kota Palembang.....	96
Lampiran 6. Surat Izin Penelitian dari Dinas Pendidikan Kota Palembang	97
Lampiran 7. Surat Keterangan Selesai Melakukan Penelitian	98
Lampiran 8. Surat Tugas Validator	99
Lampiran 9. Lembar Validasi RPP Validator 1	100
Lampiran 10. Lembar Validasi RPP Validator 2	101
Lampiran 11. Lembar Validasi LKPD Validator 1	102
Lampiran 12. Lembar Validasi LKPD Validator 2	103
Lampiran 13. Lembar Validasi Soal Tes Validator 1	104
Lampiran 14. Lembar Validasi Soal Tes Validator 2	105
Lampiran 15. RPP Pertemuan Ke-1	106
Lampiran 16. RPP Pertemuan Ke-2	111
Lampiran 17. RPP Pertemuan Ke-3	114
Lampiran 18. LKPD Pertemuan Ke-1.....	117
Lampiran 19. LKPD Pertemuan Ke-2.....	122
Lampiran 20. Soal Tes Kemampuan Penalaran Matematis	126
Lampiran 21. Kisi-Kisi Soal Tes Tertulis	130
Lampiran 22. Kartu Bimbingan Skripsi	132
Lampiran 23. Sertifikat Seminar Hasil	137
Lampiran 24. Bukti telah melaksanakan UAP	138
Lampiran 25. Daftar Hadir Dosen Penguji	139
Lampiran 26. Bukti Submit Artikel	140
Lampiran 27. Hasil Pengecekan Plagiarisme.....	141

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan kemampuan penalaran matematis siswa kelas IX pada materi kekongruenan segitiga setelah mendapat pengajaran pembuktian menggunakan strategi *two-column proofs*. Subjek penelitian ini adalah siswa kelas IX.2 SMP Negeri 1 Palembang yang berjumlah 25 siswa. Pada pertemuan pertama dan kedua, siswa diajarkan bagaimana cara melakukan pembuktian kekongruenan segitiga menggunakan strategi *two-column proofs*. Data diperoleh dari tes tertulis yang terdiri dari 3 butir soal uraian yang telah disesuaikan dengan indikator kemampuan penalaran matematis. Hasil penelitian menunjukkan bahwa kemampuan penalaran matematis siswa adalah pada kategori cukup dengan nilai rata-rata 64,33. Siswa dikategorikan cukup karena sebagian siswa sudah memenuhi keempat indikator penalaran. Siswa juga sudah memahami bahwa dalam menyusun bukti, terlebih dahulu mengidentifikasi fakta-fakta yang ada, lalu mengembangkan argumen berdasarkan fakta-fakta tersebut dengan menggunakan alasan yang valid. Lalu, pada saat memberikan argumen untuk menunjukkan bukti, siswa mengalami kendala konseptual dan prinsipal sehingga gagal memberikan argumen yang valid.

Kata kunci: Kemampuan Penalaran Matematis; Kekongruenan Segitiga; Pembuktian; Strategi *two-column proofs*.

ABSTRACT

This study aims to describe the mathematical reasoning ability of grade IX students on the congruence triangle material after taking proof learning using the two-column proofs strategy. The subjects of this study were 25 students of class IX.2 SMP Negeri 1 Palembang. At the first and second meetings, students were taught how to prove the congruence of triangles using the two-column proofs strategy. The data was obtained from a written test consisting of 3 essay questions that have been adjusted to indicators of mathematical reasoning ability. The results showed that the students' mathematical reasoning ability was in the sufficient category with an average score of 64.33. Students are categorized as sufficient because some students have met the four reasoning indicators. Students also understand that in compiling evidence, first identify the existing facts, then develop arguments based on these facts using valid reasons. Then, when giving arguments to show evidence, students experience conceptual and principal problems so that they fail to provide valid arguments.

Keywords: *Mathematical Reasoning Ability; Congruence of Triangle; Proving; Two-column proofs strategy.*

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Sebagaimana dicantumkan dalam Permendikbud Nomor 21 Tahun 2016, pada Kurikulum 2013 siswa dilatih untuk mengembangkan keterampilan menalar, mengolah, dan menyaji melalui pembelajaran matematika. *National Council of Teacher of Mathematics* menyebutkan penalaran (*reasoning*) sebagai salah satu standar proses yang harus dan penting dikuasai siswa agar mampu berpikir kritis, sistematis, dan logis (NCTM, 2000). Penalaran dan matematika adalah dua hal yang saling terikat karena penalaran dibutuhkan untuk menyelesaikan masalah matematika dan belajar matematika bisa melatih kemampuan penalaran (Falbiansyah & Pujiastuti, 2021; Nurkhaeriyah, dkk., 2018). Penalaran matematis dimaknai sebagai suatu kecakapan untuk mengaitkan pernyataan-pernyataan ke dalam suatu ide atau gagasan sehingga dapat menyelesaikan permasalahan matematis (Salmina & Nisa, 2018). Dengan penalaran matematis, siswa bisa belajar lebih bermakna (*meaningfull learning*), bukan hanya mengingat fakta, konsep, dan prosedur, ataupun meniru contoh-contoh, melainkan juga dapat memahami konsep matematis secara terpadu (Maesaroh, dkk., 2020; Santosa, dkk., 2020; Syaripuddin, dkk., 2020). Di samping itu, kemampuan penalaran matematis juga mendapat perhatian lebih dalam Asesmen Nasional yang baru. Komposisi soal-soal yang akan diujikan dalam Asesmen Kompetensi Minimum nanti lebih berfokus pada pengembangan daya nalar siswa dengan mengacu pada standar *Programme for International Student Assesment* (PISA) dan *Trend in International Mathematics and Science Study* (TIMSS) (Kemendikbud, 2020). Laporan *World Economic Forum* juga menunjukkan bahwa kemampuan bernalar menjadi 10 besar kecakapan yang paling dibutuhkan di masa depan (WEF, 2020). Oleh sebab itu, sangat penting bagi siswa untuk menguasai kemampuan penalaran matematis.

Cabang ilmu matematika yang telah lama diyakini sebagai wadah untuk siswa belajar bernalar adalah geometri. Standar geometri mencakup sebuah fokus

yang kuat pada pengembangan penalaran dan bukti yang cermat, menggunakan definisi dan fakta yang tidak bisa dipungkiri (NCTM, 2000). Pembelajaran geometri memiliki tujuan untuk menumbuhkan rasa percaya diri siswa terhadap kemampuan matematikanya, melatih siswa menemukan solusi untuk suatu permasalahan, mengomunikasikan ide secara matematis, serta bernalar secara matematis (Sholihah & Afriansyah, 2017). Salah satu materi geometri yang terdapat dalam Kurikulum 2013 adalah materi kekongruenan dan kesebangunan yang diajarkan di kelas IX SMP (Kemendikbud, 2018). Kekongruenan dan kesebangunan dapat melatih pola pikir siswa menjadi terstruktur dalam mempelajari matematika karena memuat komponen-komponen yang saling berhubungan satu sama lain (Nainggolan & Pasaribu, 2021; Rahayu, 2016). Mempelajari kekongruenan juga dapat mengembangkan kemampuan berpikir matematika tingkat lanjut (Otalora, 2016). Adapun kekongruenan segitiga dianggap sebagai topik inti dalam geometri sekolah karena berguna untuk membuktikan teori-teori geometri (Shahbari & Daher, 2020). Di samping itu, kekongruenan dan kesebangunan juga menjadi topik yang diujikan dalam asesmen internasional seperti PISA (OECD, 2019) dan TIMSS (IEA, 2016).

Namun hasil beberapa studi mengindikasikan bahwa masih banyak siswa sekolah menengah yang memiliki kemampuan penalaran matematis rendah pada topik geometri, termasuk di dalamnya materi kekongruenan dan kesebangunan (Islami, dkk. 2019; OECD, 2019; Kokasih, 2017; IEA, 2016; Rahayu, 2016). Padahal soal kekongruenan dan kesebangunan yang beragam membutuhkan penalaran lebih untuk menyelesaikannya (Hakiim & Hidayati, 2021). Berbagai kesalahan pun dialami siswa saat menyelesaikan soal kekongruenan dan kesebangunan, antara lain kesalahan dalam membaca permasalahan, memahami permasalahan, upaya mentransformasi permasalahan, keahlian memproses, serta kesalahan pada saat penulisan jawaban akhir (Fadilah & Bernard, 2021). Rendahnya penalaran siswa pada geometri ini disebabkan karena siswa masih dibiasakan menghafal (Setiawati, dkk., 2019), tidak dibiasakan mengerjakan soal nonrutin (Andayani & Lathifah, 2019), dan kurang mendapat materi terkait bukti matematika (Lane, 2020). Sehingga siswa mengalami kendala ketika dihadapkan

dengan soal nonrutin yang membutuhkan tingkat pemikiran lebih tinggi seperti soal-soal penalaran (Pratiwi, dkk., 2021).

Salah satu solusi utama untuk mengatasi masalah rendahnya kemampuan penalaran matematis ini adalah dengan cara membiasakan siswa mengonstruksi bukti matematis (Lane, 2020; Prasiska, 2017; Stylianou, dkk., 2009). Dalam buku *We Reason & We Prove for All Mathematics*, penalaran dan pembuktian (*reasoning-and-proving*) didefinisikan secara terpadu sebagai rangkaian aktivitas yang mencakup identifikasi pola, membuat konjektur, dan membuktikan kevalidan argumen (Arbaugh, dkk., 2018). Siswa perlu dibiasakan melakukan pembuktian untuk mengembangkan kapasitas dan disposisi berpikir mereka dalam menarik kesimpulan melalui kemungkinan-kemungkinan yang diberikan dan sebagai alat untuk memecahkan masalah matematika (Stylianou, dkk., 2009). Selain itu, menyelesaikan pembuktian matematika juga berguna bagi siswa untuk (1) memverifikasi kebenaran, (2) menumbuhkan wawasan baru mengenai alasan pernyataan itu benar, dan (3) mengomunikasikan pengetahuan matematika mereka (Hanna, 2000). Scristia, dkk. (2020) menyatakan bahwa membiasakan siswa mengonstruksi bukti harus dimulai sejak tingkat sekolah menengah pertama. Namun saat ini siswa sekolah menengah masih belum mengenali pembuktian dengan benar (Faruq, 2014). Pembuktian di sekolah menengah seringkali masih berupa konjektur, belum membuktikan secara formal (Setiawan; 2020). Hasil penelitian Pritasari, dkk. (2016) menunjukkan bahwa hanya terdapat 15,66% siswa yang mampu menyusun bukti. Hal serupa juga ditunjukkan oleh penelitian Sumarni, dkk (2020) yang meneliti kemampuan konstruksi bukti siswa dalam pembuktian kekongruenan segitiga menggunakan strategi *flow proofs*, hasilnya diperoleh kemampuan konstruksi bukti siswa masih belum memuaskan, hanya ada 20% subjek yang dapat mengonstruksi bukti dengan baik. Dengan demikian, pertanyaan selanjutnya adalah bagaimana seorang guru dapat berhasil mengimplementasikan penggunaan bukti untuk mengembangkan kemampuan penalaran di antara siswa sekolah menengah.

Mengacu pada beberapa penelitian, salah satu cara yang berpotensi untuk memberi hasil positif terhadap perkembangan kemampuan penalaran siswa adalah

melalui penerapan strategi *two-column proofs* dalam pembelajaran di kelas. Penelitian oleh Adeliza & Ramli (2018), yang menguji siswa melakukan pemecahan masalah pada geometri melalui empat strategi pembuktian (*two-column proofs*, *flow proof*, *paragraph proof*, dan *proof tree*), menunjukkan hasil bahwa *two-column proofs* lebih dipahami oleh siswa. Ada juga observasi yang dilakukan oleh Sears (2018), seorang guru bernama Mrs. Bethel memodifikasi strategi pembelajaran dengan meminta siswa meninjau bukti menggunakan *two-column proofs* terlebih dahulu sebelum mengembangkannya ke *flow proofs*, hasilnya positif terhadap proses belajar siswa, siswa menjadi lebih nyaman belajar dan mengembangkan pemahaman baru. Di sisi lain, ada Suweleh & Ihsan (2018) yang mengembangkan bahan ajar dengan pendekatan penalaran berupa modul *two-column proofs* pada perkuliahan geometri ruang, hasilnya menunjukkan efektivitas yang tinggi, yaitu tingkat ketuntasan belajar sebesar 78,8% dan tingkat keidealan respon sebesar 79,55%.

Strategi *Two-column proofs* adalah cara untuk melatih menulis bukti dan memberi pembenaran terhadap suatu pernyataan matematika, khususnya dalam kelas geometri (Arbaugh, dkk., 2018; Weber, 2003, Herbst, 1999). Penggunaan strategi *two-column proofs* membantu membangun ide-ide dan bukti sekaligus mengakomodir proses pembelajaran sehingga para guru dapat menunjukkan dan memperhatikan kesalahan proses pembuktian yang dilakukan siswa (Herbst, 2002). Dibandingkan dengan strategi lain, strategi *two-column proofs* memiliki kualitas yang memungkinkan untuk memfasilitasi fleksibilitas yang lebih besar dalam penalaran dan pembuktian (Verzosa, dkk., 2018).

Telah ada beberapa penelitian terkait strategi *two-column proofs* pada materi kekongruenan segitiga, namun dengan fokus yang berbeda-beda. Seperti penelitian Adeliza & Ramli (2018) yang menguji siswa melakukan pembuktian kekongruenan segitiga melalui empat strategi pembuktian, tapi fokus penelitian ini adalah untuk melihat bagaimana kemampuan pemahaman siswa. Sejauh ini belum ada penelitian pada materi pembuktian kekongruenan segitiga menggunakan strategi *two-column proof* yang fokusnya adalah melihat bagaimana kemampuan penalaran matematis siswa. Berdasarkan uraian permasalahan di atas, peneliti

tertarik untuk melakukan penelitian dengan judul “Kemampuan Penalaran Matematis Siswa Kelas IX pada Pembelajaran Pembuktian Kekongruenan Segitiga Menggunakan Strategi *Two-Column Proofs*”.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian latar belakang di atas, maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah bagaimana kemampuan penalaran matematis siswa kelas IX pada pembelajaran pembuktian kekongruenan segitiga menggunakan strategi *two-column proofs*?

1.3 Tujuan Penelitian

Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan kemampuan penalaran matematis siswa kelas IX pada pembelajaran pembuktian kekongruenan segitiga menggunakan strategi *two-column proofs*.

1.4 Manfaat Penelitian

Hasil penelitian ini diharapkan dapat bermanfaat bagi:

1. Bagi guru, menjadi referensi untuk meningkatkan kualitas kegiatan pembelajaran.
2. Bagi peneliti lain, sebagai referensi untuk penelitian lanjutan tentang topik kemampuan penalaran matematis, materi kekongruenan segitiga, dan strategi pembuktian.

DAFTAR PUSTAKA

- Adamura, F., & Susanti, V. D. (2018). Penalaran matematis mahasiswa dalam memecahkan masalah analisis real berdasarkan kemampuan berpikir intuitif. *JMME*. 8(2): 156–172.
- Adeliza, S., & Ramli, M. (2018). Dynamic models increase understanding of geometry through proof. In *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 300(1): 012046.
- Agustyaningrum, N., Hanggara, Y., Husna, A., Abadi, A. M., & Mahmudii, A. (2019). An analysis of students' mathematical reasoning ability on abstract Algebra Course. *International Journal of Scientific and Technology Research*. 8(12): 2800–2805.
- Akuba, S. F., Purnamasari, D., & Firdaus, R. (2020). Pengaruh kemampuan penalaran, efikasi diri dan kemampuan memecahkan masalah terhadap penguasaan konsep matematika. *JNPM*. 4(1): 44–60.
- Andayani, F., & Lathifah, A. N. (2019). Analisis kemampuan pemecahan masalah siswa smp dalam menyelesaikan soal pada materi aritmatika sosial. *Jurnal Cendekia: Jurnal Pendidikan Matematika*. 3(1): 1–10.
- Arbaugh, F., Boyle, J., Stylianides, G. J., & Steele, M. (2018). *We Reason & We Prove for All Mathematics: Building Students' Critical Thinking, Grades 6-12*. Corwin Press.
- Arikunto, S. (2011). *Dasar-dasar Evaluasi Pendidikan*. Jakarta: Rineka Cipta.
- Brodie, K. 2010. *Teaching Mathematical Reasoning in Secondary School Classroom*. New York: Springer.
- Fadilah, R., & Bernard, M. (2021). Analisis kesalahan siswa dalam menyelesaikan masalah matematika kontekstual materi kekongruenan dan kesebangunan. *JPMI (Jurnal Pembelajaran Matematika Inovatif)*. 4(4): 817-826.
- Falbiansyah, F., & Pujiastuti, H. (2021). Analisis penalaran matematis mahasiswa pada materi geometri ditinjau berdasarkan teori van hiele. *Wahana Didaktika: Jurnal Ilmu Kependidikan*. 19(1): 53–67.
- Faruq, A. (2014). *Analisis Struktur Argumentasi dan Kemampuan Mengkonstruksi Bukti Matematika Siswa Sekolah Menengah* (Doctoral dissertation, UIN Sunan Ampel Surabaya).
- Hakiim, S., & Hidayati, F. H. (2021). Problematika Pembelajaran Daring Materi Kesebangunan Dan Kekongruenan Ditinjau Dari Siswa. *Polynom: Journal in Mathematics Education*. 1(1): 44-52.
- Hanna, G. (2000). Proof, explanation and exploration: an overview. *Educational Studies in Mathematics*. 5(23).

- Harel, G. and Sowder, L. (1998). Students' proof schemes. *CBMS Issues in Mathematics Education: Research in Collegiate Mathematics Education III*: 234–283.
- Helma, K. (2019). Penggunaan flow proof pada perkuliahan analisis real untuk meningkatkan kemampuan mahasiswa dalam menganalisis pembuktian. *Jurnal Eksakta Pendidikan (JEP)*. 3(1): 55–60.
- Herbst, P. G. (2002). Engaging students in proving: A double bind on the teacher. *Journal for Research in Mathematics Education*. 33(3): 176–203.
- Herbst, P. (1999). On proof, the logic of practice of geometry teaching and the two-column proof format. *The Proof Newsletter*.
- IEA. (2016). The TIMSS 2015 international results in mathematics. In TIMSS & PIRLS international study center.
- Islami, A. N., Rahmawati, N. K., & Kusuma, A. P. (2019). Analisis kesulitan siswa dalam menyelesaikan soal matematika pada materi kekongruenan dan kesebangunan. In *Simposium Nasional Ilmiah & Call for Paper Unindra (Simponi)*.
- Jeannotte, D., & Kieran, C. (2017). A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. *Educational Studies in Mathematics*. 96(1): 1–16.
- Kemendikbud. (2020). Penyelenggaraan Asesmen Nasional Tahun 2021. Jakarta: Balitbang dan Perbukuan.
- Kemendikbud. (2018). Buku Guru Matematika SMP/MTs Kelas IX Edisi Revisi. Jakarta: Kemendikbud.
- Kemendikbud. (2014). Kerangka Dasar dan Struktur Kurikulum 2013. Jakarta: Kemendikbud.
- Knuth, E.J. and Elliot, R.L. (1998). Characterizing students' understandings of mathematical proof. *Mathematics Teacher*. 91: 14–17.
- Kosasih, U. (2017). Analisis terhadap mistake dan miskonsepsi peserta didik dalam memahami kekongruenan, kesebangunan, dan bangun ruang sisi lengkung melalui pembelajaran berbasis masalah. *Disertasi*. Bandung: Universitas Pendidikan Indonesia.
- Lane, K. (2020). Improving abstract reasoning skills using the integration of proof within a historical context. *Tesis*. New York: State University of New York.
- Linares, L. (2008). *The Effects of a Proof Mapping Instructional Technique on High School Geometry Students and Their Ability to Write Geometric Proofs*. Thesis: University of California.
- Maesaroh, S., Sumarmo, U., & Hidayat, W. (2020). Mathematical reasoning ability and resilience (experiment with senior high students using inductive and deductive approach and based on student's cognitive stage). *JIML*. 3(3): 87–101.

- Mahfudy, S. (2017). Strategi pembuktian matematis mahasiswa pada soal geometri. *JTAM*. 1(1): 31–40.
- Martin, G.W. & Harel, G. (1989). Proof frames of preservice elementary teachers. *Journal for Research in Mathematics Education*. 20: 41–51.
- Math is Fun. (2021). Geometry [Halaman web]. Diakses dari <https://www.mathsisfun.com/geometry/index.html>.
- Math Open Reference. (2011). Plane Geometry [Halaman web]. Diakses dari <https://www.mathopenref.com/>.
- Mirlanda, E. P., dkk., (2020). Pengaruh flipped classroom terhadap kemampuan penalaran matematis ditinjau dari gaya kognitif siswa. *Prima: Jurnal Pendidikan Matematika*. 4(1): 11–21.
- Monks, K. (2021). Introduction to mathematical proof. Lecturer notes. Scranton University. Diakses pada 18 Desember 2021 melalui [math-299-lecture.pdf \(scranton.edu\)](http://math-299-lecture.pdf(scranton.edu)).
- Moore, R.C. (1994) Making the transition to formal proof. *Educational Studies in Mathematics*. 27: 249–266.
- Mulyana, A. & Sumarmo, U. (2015). Meningkatkan kemampuan penalaran matematik dan kemandirian belajar siswa SMP melalui pembelajaran berbasis masalah. *DIDAKTIK*. 9(1): 40–51.
- Nainggolan, J., & Pasaribu, H. B. (2021). Efektivitas pembelajaran peta konsep dalam meningkatkan hasil belajar matematika materi kesebangunan dan kekongruenan ditinjau dari kreativitas. *Jurnal Ilmu Pendidikan Indonesia*. 9(1): 34C43.
- NCTM. (2000). *Principles and Standar for School Mathematics*. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- Noor, F. S. (2020). Pengaruh pembelajaran kooperatif tipe student teams achievement divisions (STAD) terhadap kemampuan siswa dalam mengerjakan bukti dalam matematika pada siswa SMA. *Pasundan Journal of Mathematics Education Jurnal Pendidikan Matematika*. 1(1).
- Nurkhaeriyah, T. S., Rohaeti, E. E., & Yuliani, A. (2018). Analisis kemampuan penalaran matematis siswa mts di kabupaten cianjur pada materi teorema pythagoras. *JPMI*. 1(5): 827–836.
- OECD. (2019). *PISA Results from PISA 2018*. Paris: OECD Publishing.
- Otalora, Y. (2016). Young Children Understanding Congruence of Triangles within a Dynamic Multi-Touch Geometry Environment. *Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 251-258). University of Arizona.
- Prasiska, Y. A. (2017). Analisis penalaran matematis mahasiswa dalam melakukan pembuktian menggunakan induksi matematika ditinjau dari gaya berpikir model Gregorc. *Skripsi*. Surabaya: UIN Sunan Ampel.

- Pratiwi, N., Aisyah, N., Susanti, E., & Pratiwi, W. D. (2021). Analysis of junior high school student's mathematical reasoning ability in solving non-routine problems on material of two-variable linear equation systems. In *1st International Conference on Mathematics and Mathematics Education (ICMMEd 2020)*. 550: 318–326. Atlantis Press.
- Pritasari, A. C., Dwiastuti, S., & Probosari, R. M. (2016). Peningkatan kemampuan argumentasi melalui penerapan model problem based learning pada siswa kelas X MIA 1 SMA batik Surakarta tahun pelajaran 2014/2015. *Jurnal Pendidikan Biologi*. 8(10): 2.
- Rahayu, S. (2016). Analisis kesalahan siswa dalam menyelesaikan soal-soal kesebangunan. *JURNAL e-DuMath*. 2(1): 1–9.
- Rocha, H. (2019). Mathematical proof: from mathematics to school mathematics. *Philosophical Transactions of the Royal Society A*. 377(2140): 20180045.
- Salmina, M., & Nisa, S. K. (2018). Kemampuan penalaran matematis siswa berdasarkan gender pada materi geometri. *Numeracy*. 5(1): 41–48.
- Santosa, F. H., Negara, H. R. P., & Bahri, S. (2020). Efektivitas pembelajaran google classroom terhadap kemampuan penalaran matematis siswa. *JP3M*. 3(1): 62–70.
- Scristia., Hapizah., Sumarni., & Araiku, J. (2020). Flow-proof strategy in proof construction on geometry instruction. In *Journal of Physics: Conference Series*. 1581(1): p. 012037. IOP Publishing.
- Sears, R. (2018). The implications of a pacing guide on the development of students ability to prove in geometry. *International Electronic Journal of Mathematics Education*. 13(3): 171.
- Selden, A. & Selden, J. (1987). Errors and misconceptions in college level theorem proving. *Proceedings of the Second International Seminar on Misconceptions and Educational Strategies in Science and Mathematics*. Cornell University.
- Senk, S. L. (1985). How well do students write geometry proofs?. *Mathematics Teacher* 78: 448–456.
- Setiawan, Y. E. (2020). Analisis kemampuan siswa dalam pembuktian kesebangunan dua segitiga. *Al-Khwarizmi: Jurnal Pendidikan Matematika Dan Ilmu Pengetahuan Alam*. 8(1): 23–38.
- Setiawati, T., Muhtadi, D., & Rosaliana, D. (2019). Kemampuan penalaran matematis siswa pada soal aplikasi. In *Prosiding Seminar Nasional & Call for Papers* (hal. 748–753). Tasikmalaya: Universitas Siliwangi.
- Shahbari, J. A., & Daher, W. (2020). Learning congruent triangles through ethnomathematics: the case of students with difficulties in mathematics. *Applied Sciences*: 10(14): 4950.

- Sholihah, S. Z., & Afriansyah, E. A. (2017). Analisis kesulitan siswa dalam proses pemecahan masalah geometri berdasarkan tahapan berpikir Van Hiele. *Mosharafa: Jurnal Pendidikan Matematika*. 6(2): 287–298.
- Solfitri, T., & Roza, Y. (2015). Analisis kesalahan dalam menyelesaikan soal-soal geometri siswa kelas IX SMPN se-kecamatan tampan pekanbaru. *SEMIRATA 2015*, 1(1).
- Stylianou, D. A., Blanton, M. L., & Knuth, E. J. (2009). *Teaching and Learning Proof Across the Grades: A K-16 Perspective*. 1 edition. New York: Routledge.
- Suandito, B. (2017). Bukti Informal dalam Pembelajaran Matematika. *Al-Jabar: Jurnal Pendidikan Matematika*, 8(1), 13-24.
- Sumarmo, U. (2006). Pembelajaran keterampilan membaca matematika pada sekolah menengah. *Makalah pada Seminar Pendidikan Matematika Se-Jawa Barat*. Tadris Matematika Fakultas Tarbiyah UIN Sunan Gunung Djati: Bandung.
- Sumarni., Hapizah., & Scristia. (2020). Student's triangles congruence proving through flow proof strategy. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 1480, No. 1).
- Sumartini, T. S. (2015). Peningkatan kemampuan penalaran matematis siswa melalui pembelajaran berbasis masalah. *Moshrafa: Jurnal Pendidikan Matematika*. 5(1): 1–10.
- Suweleh, W., & Ihsan, P. (2018). Modul *Two-Column Proofs* untuk Pembelajaran Matematika pada Mahasiswa PG PAUD Universitas Muhammadiyah Surabaya. *MUST: Journal of Mathematics Education, Science and Technology*. 3(3): 212–222.
- Syaripuddin, S., Fauzi, A., & Ariswoyo, S. (2020). Peningkatan kemampuan penalaran matematis siswa MTs melalui pendekatan metakognitif. *Jurnal MathEducation Nusantara*. 3(2): 55–64.
- Termini, M. (2019). Proving the point: connections between legal and mathematical reasoning. *Suffolk UL Rev*. 52: 5.
- Thompson, J. (2006). Assessing Mathematical Reasoning: An Action Research Project. www.tp.edu.sg/files/..assessing.reasoning.pdf.
- Verzosa, D. M. B., De Las Peñas, M. L. A. N., Aberin, M. A. Q., & Garces, L. P. D. M. (2018). App-based scaffolds for writing two-column proofs. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. 50(5): 766–778.
- Weber, K. (2003). Students' difficulties with proof. MAA Online: Research Sampler.
- WEF. (2020). The Future of Jobs Report 2020. WEF. (Tersedia online).

- Weisstein, E. W. (Tanpa tahun). "Two-Column Proof." From *MathWorld*--A Wolfram Web Resource. <https://mathworld.wolfram.com/Two-ColumnProof.html>
- Yazidah, N. I. (2017). Analisis kesalahan menyelesaikan soal pembuktian geometri Euclid ditinjau dari gender pada mahasiswa IKIP Budi Utomo Malang. *Kalamatika: Jurnal Pendidikan Matematika*. 2(1): 71-80.
- Yusdiana, B. I., & Hidayat, W. (2018). Analisis kemampuan penalaran matematis siswa SMA pada materi limit fungsi. *JPMI*. 1(3): 409–414.