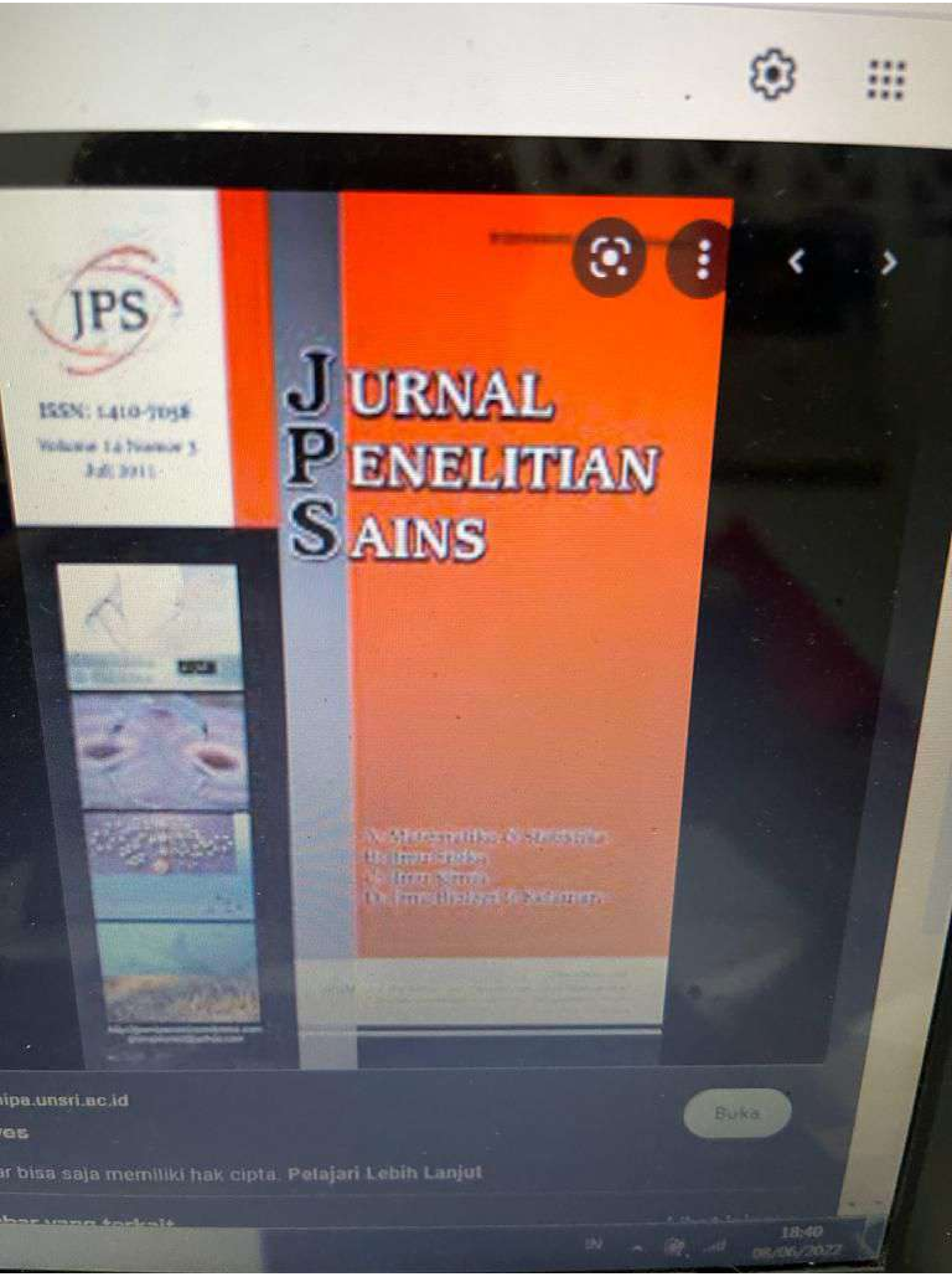
JPS
ISSN: 1410-7058
JURNAL
PENELITIAN
SAINS
Buka
18:40

JPS MIPA UNSRI

Redaksi

Penanggungjawab (*Person in Charge*): Drs. Muhammad Irfan, M.T. (Dekan FMIPA UNSRI)

Ketua (*Chairman*): Dr. Ngudiantoro, M.Si.

Pimpinan Redaksi (*Editorial Director*): Dr. Akhmad Aminuddin Bama, M.Si.

Redaktur Pelaksana (*Executive Editor*): Hadi, S.Si., M.T.

Penyelia (*Supervisors*):

Matematika dan Statistika (*Mathematics and Statistics*): Drs. Endro Setyo Cahyono, M.Si.; Dr. Ngudiantoro, M.Si.; Ir. Herlina Hanum, M.Sc.; Drs. Eddy Roflin, M.Si.; Drs. Robinson Sitepu, M.Si.

Ilmu Fisika (*Physics*): Dr. Dedi Setiabudidaya, M.Sc.; Dr. Azhar Kholiq A., M.S.; Dr. Akhmad Aminuddin Bama, M.Si.; Dr. Fitri Suryani Arsyad, M.Si.; Dr. Ishak Iskandar, M.Sc.; Drs. Arsali, M.Sc.; Drs. Moh. Irfan, M.T.; Drs. Octavianus C. S., M.T.

Ilmu Kimia (*Chemistry*): Dr. Muharni, M.Si.; Dr. Hermansyah, M.Si.; Dr. Miksusanti, M.Si.; Drs. Dasril Basir, M.Si.; Drs. Ady Mara, M.Si.; Dra. Setiawati Yusuf, M.S.; Dra. Poedji Loekitowati H., M.Si.; Dra. Fatma, M.Si.

Ilmu Biologi dan Kelautan (*Biology and Marine Science*): Prof. Dr. H. Zulkifli Dahlan, M.Si., DEA; Dr. Hj. Hilda Zulkifli, M.Si., DEA; Dr. Salni, M.Si.; Dr. M. Rasyid Ridlo, M.Si.; Dr. Zazili Hanafiah, M.Sc.; Dr. Fauziah, S.Pi., M.Si.; Dra. Harry Widjayanti, M.Si.; Dra. Sri Pertiwi E., M.Si.

Mitra Bestari (*Supervisor Partners*): Dr. Ida Farida (UNILA); Mustofa, M.A., Ph.D. (UNILA); Dr.rer.nat. Totok E. Suharto, M.S. (Universitas Bengkulu); Dr. Gunawan Handayani, MSCE (ITB); Prof. Dr. Yulinah Trihadiningrum, Mapp.Sc. (ITS); Dr.rer.nat. M. Farchani Rosyid (UGM); Dr. Agus Purwanto, M.Sc. (ITS)

Pelaksana Tata Usaha (*Administrators*): Drs. M. Suhaeri, M.S., Effendi M. Z.; Rahmat

Alamat Redaksi (*Address*): UP2M FMIPA UNSRI, Gedung FMIPA UNSRI Lt. 2, Jalan Raya Palembang-Prabumulih Km 32, Kampus Indralaya, Ogan Ilir, Sumatera Selatan, Telp. +62-711-580268, Faks. +62-711-580056.

Homepage: **https://jpsmipaunsri.wordpress.com (http://www.jpsmipaunsri.wordpress.com/)**

Email: **akhmadbama@yahoo.com (mailto:akhmadbama@yahoo.com);akhmadaminuddinbama@mipa.unsri.ac.id (mailto:akhmadaminuddinbama@mipa.unsri.ac.id)**

JPS JURNAL PENELITIAN SAINS

Home > About the Journal > Editorial Team

Editorial Team

Editor in Chief

Hadi Hidi, Universitas Sriwijaya, Indonesia

Section Editor

Aminuddin Bama, Physics Department, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Sriwijaya University
Rozirwan Rozirwan, Marine Science Department, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Sriwijaya University, Indonesia
Risfidian Mohadi, Chemistry Department, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Sriwijaya University, Indonesia
Arum Setiawan, Biology Department, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Sriwijaya University, Indonesia
Melki Melki, Marine Science Department, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, University of Sriwijaya., Indonesia
Indra Yustian, Biology Department, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Sriwijaya University
Adik Ahmadi, Department of Pharmacy, FMIPA, Sriwijaya University, Indonesia

Internal Editorial Board

Herlina Hanum, Mathematics Department, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Sriwijaya University, Indonesia
Addy Rachmat, Department of Chemistry, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, University of Sriwijaya, Indonesia
Anna Ida Sunaryo Purwiyanto, Marine Science Department Mathematics and Natural Sciences Faculty Sriwijaya University, Indonesia
Muhammad Said, Chemistry Department, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Sriwijaya University, Indonesia
Fitri Maya Puspita, Mathematics Department, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Sriwijaya University, Indonesia
Aldes Lesbani, Chemistry Department, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Sriwijaya University, Indonesia
Tengku Zia Ulqodry, Department of Marine Science, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Sriwijaya University, Indonesia
Fiber Monado, Physics Department, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Sriwijaya University, Indonesia
Fauziyah Fauziyah, Marine Science Department, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, University of Sriwijaya
Iskhaq Iskandar, Physics Department, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Sriwijaya University, Indonesia
Hermansyah Hermansyah, Chemistry Department, FMIPA University of Sriwijaya, South Sumatra, Indonesia
Dedi Setiabudidaya, Physics Department, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Sriwijaya University, Indonesia
Ady Mara, Chemistry Department, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Sriwijaya University, Indonesia
Mardiyanto Mardiyanto, Pharmacy Study Programs, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Sriwijaya University, Indonesia
Hilda Zulkifli, Biology Department, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Sriwijaya University, Indonesia

External Editorial Board

Ala Rizki, Department of Biology, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Syiah Kuala University, Indonesia
Syafrudin Raharjo, Fisheries Department, Faculty of Fisheries and Marine Science, University of Papua, Indonesia
Medy Ompi, Marine Science Department, Faculty of Fisheries and Marine Science, Sam Ratulangi University, Indonesia
Yeti Darmayati, Research Center for Oceanography -Indonesian Institute of Sciences (LIPI), Indonesia
Ofri Johan, Research Institute for Ornamental Fish Culture, Research Center for Fisheries, Research Agency for Marine and Fisheries & Human Resources, Ministry of Marine Affairs and Fisheries (KKP), Indonesia
Jusmaldi Jusmaldi, Biology Department, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Mulawarman University, Indonesia
Supriadi Mashoreng, Department of Marine Science, Faculty of Marine Science, Hasanuddin University, Indonesia
Hanung Agus Mulyadi, Deep Sea Research Center, Indonesian Institute of Sciences (LIPI), Indonesia
Nurhalis Wahidin, Department of Aquatic Resources Management, Faculty of Fisheries and Marine, Khairun University of Ternate, Indonesia
Romie Jhonnerie, Department of Fisheries and Marine Resources Utilization, Faculty of Fisheries and Marine Science, University of Riau, Indonesia
Didik Santoso, Biology Education Study Program MIPA Education Department, Faculty of Teacher Training and Education, University of Mataram, Indonesia
Muhammad Sulaiman, Department of Marine Technology, National Agricultural College of Pangkep, South Sulawesi, Indonesia

Instruction for Authors

- Focus and Scope
- Author Guidelines
- Submission Online
- Publication Ethics

USER

Username
Password
Remember me

INFORMATION

- For Readers
- For Authors
- For Librarians

REFERENCE TOOLS

Journal Template

MENDELEY

EndNote X9

PLAGIARISM DETECTION

Screened by iThenticate

JPS VISITOR

254,190 472
9,818 217
767 171
530 170
487 142
Pageviews: 633,479
FLAG counter
00597722

Yusni Ikhwan Siregar, Marine Science Department, Faculty of Fisheries and Marine Science, University of Riau, Indonesia
Siswanto Siswanto, Center for Applied Climate Information and Services Agency for Meteorology, Climatology, and Geophysics (BMKG), Indonesia
Noverita Dian Takarina, Biology Department, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, University of Indonesia, Indonesia
Chaidir Chaidir, Centre for Pharmaceutical and Medical Technology Agency for the Assessment and Application of Technology (BPPT), Indonesia
Yunianto Setiawan, Departement of Enviromental Engineering Mulawarman University, Indonesia
Yulianto Suteja, Marine Science Department Marine and Fisheries Faculty Udayana University, Indonesia

Jurnal Penelitian Sains (JPS) Published by UP2M, Faculty of Mathematic and Natural Science Sriwijaya University is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International License.

View My Stats

JPS JURNAL PENELITIAN SAINS

Home > Archives > Vol 14, No 3 (2011)

Vol 14, No 3 (2011)

Table of Contents

Articles

Instruction for Authors
- Focus and Scope
- Author Guidelines
- Submission Online
- Publication Ethics

USER
Username
Password
Remember me

INFORMATION
- For Readers
- For Authors
- For Librarians

REFERENCE TOOLS

PLAGIARISM DETECTION

JPS VISITOR
256,974 476
9,844 217
775 172
524 171
489 143
Pageviews: 629,212
FLAG
00603433

JPS MIPA UNSRI

Vol. 14 Nomor 3, Juli 2011

Identifikasi Jenis Konik dan Kuadrik Berdasarkan Bentuk Matriks A dan Elemen Matriks K pada Persamaan Kuadratik $x'Ax + Kx + j = 0$

PUTRA B. J. BANGUN, IRMEILYANA, DAN DERRY ALAMSYAH
Jurusan Matematika, Universitas Sriwijaya, Sumatera Selatan, Indonesia

INTISARI: Konik (irisan kerucut) merupakan persamaan kuadratik dalam dua variabel yaitu x dan y. Sedangkan kuadrik merupakan persamaan kuadratik dalam 3 variabel, yaitu x, y, dan z. Kedua bentuk persamaan kudratik tersebut dapat dinyatakan dalam notasi matriks, berbentuk $x'Ax + Kx + j = 0$. Bentuk konik dan kuadrik dapat dikenali dari bentuk matriks A dan elemen matriks K, yang berhubungan dengan pola perkalian silang dan pasangan dari masing-masing variabel pada persamaan kuasratiknya. Untuk dapat mengidentifikasi bentuk grafik persamaan kuadratik tersebut dilakukan dengan penstandaran berdasarkan Teorema Sumbu Utama pada R^2 dan R^3. Penstandaran bentuk dapat melalui rotasi, translasi, atau gabungan rotasi-translasi menjadi system koordinat baru (dengan perubahan variabel).

KATA KUNCI: *konik, kuadrik, Teorema Sumbu Utama.*

Juli 2011

1 PENDAHULUAN

Bentuk kuadratik Q dalam n variabel

$$x_1, x_2, \ldots, x_n$$

adalah suatu polinomial berpangkat dua dengan bentuk

$$Q = \sum_{i=1}^{n} a_{ii}x_i^2 + 2\sum_{1\le i<j\le n} a_{ij}x_ix_j; a_{ij} \in R$$

atau dalam notasi matriks $Q = x^TAx$ dengan $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$, dan $A = (a_{ij}); i,j = 1,2,\ldots,n$ adalah matriks simetrik. Q Bentuk merupakan suatu fungsi dari R^n ke R. Contoh suatu persamaan yang mengandung bentuk kuadratik ini, adalah $ax^2 + 2bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0$ (dengan paling sedikit satu nilai dari a, b, c tidak nol) yang dikenal sebagai persamaan kuadratik dalam dua variabel (x dan y) atau disebut juga konik (irisan kerucut). Selain itu juga $ax^2+by^2+cz^2+2dxy+2exz+2fyz+gx+hy+iz+j = 0$ (dengan nilai a, b, c tidak semuanya nol) disebut persamaan kuadratik dalam 3 variabel (x, y dan z) atau dikenal dengan permukaan kuadrik. Kedua persamaan kuadratik ini dapat dinyatakan dalam notasi matriks, berbentuk $x^TAx + Kx + j = 0$. Pada konik $A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$, $x = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dan $K = \begin{pmatrix} d & e \end{pmatrix}$. Sedangkan pada kuadrik

$$A = \begin{pmatrix} a & d & e \\ d & b & f \\ e & f & c \end{pmatrix}, x = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \text{ dan } K = \begin{pmatrix} g & h & i \end{pmatrix}$$

.

Konik dan permukaan kuadrik yang paling sederhana terjadi jika konik dan kuadrik berada dalam posisi standar (berpusat pada pusat sumbu koordinat). Jika permukaan kuadrik dipotong oleh suatu bidang, maka bidang hasil irisannya berbentuk kurva disebut trace bidang[1]. Trace bidang ini merupakan bentuk-bentuk konik.

Konik-konik berbentuk elips, lingkaran, hiperbola dan parabola merupakan konik *non degenerate*. Konik selainnya disebut *degenerate*, yang didalamnya termasuk titik, suatu garis, pasangan garis (baik yang berpotongan, maupun yang sejajar) dan himpunan kosong (∅, yang dikenal juga konik imajiner).

Sedangkan jenis kuadrik dapat berbentuk elipsoid, bola, hyperboloid, dan paraboloid. Bentuk-bentuk jenis konik *non degenerate* dan kuadrik ini mempunyai persamaan umum yang tidak melibatkan perkalian silang antar variabel. Adanya satu atau lebih pola perkailan silang, yaitu pola perkalian silang xy pada konik dan pola xy, xz, dan yz pada kuadrik, membuat bentuknya sulit dikenali/diidentifikasi. Dalam hal ini perlu dikaji bentuk matriks A dan elemen matriks K dari persamaan kuadratik, sehingga bentuk konik maupun kuadrik dapat dengan 'mudah' diketahui. Permasalahan yang dibahas adalah bagaimana mengi-

© 2011 FMIPA Universitas Sriwijaya

dentifikasi bentuk konik dan kuadrik dari persamaan kuadratik dalam 2 dan 3 variabel dengan mengidentifikasi bentuk matriks A pada bentuk kuadratik $x^T Ax$ dan elemen matriks K.

2 METODE PENELITIAN

Langkah-langkah dalam mengidentifikasi jenis konik dan kuadrik serta merepresentasikan grafik persamaan $x^T Ax + Kx + j = 0$ adalah:

1. Menuliskan persamaan kuadratik dalam bentuk matriks.
2. Menentukan nilai eigen dari matriks A.
3. Mengidentifikasi bentuk matriks A berdasarkan tanda nilai-nilai eigen-nya.
4. Mengidentifikasi pengaruh elemen matriks K.
5. Mengidentifikasi bentuk konik/kuadrik dengan menghubungkan tanda konstanta dan bentuk matriks A dengan persamaan bentuk kuadrik dalam posisi standar.

3 HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Identifikasi Jenis Konik (Irisan Kerucut) pada $x^T Ax + Kx + f = 0$

Bentuk-bentuk dari persamaan konik $ax^2 + 2bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0$ (dengan paling sedikit satu nilai dari a, b, c tidak nol) *non degenerate* pada posisi standar (berpusat pada $O(0,0)$), tidak mengandung pola perkalian silang (nilai $b = 0$). Bentuk konik *non degenerate* yang berpusat di $(0,0)$ mempunyai persamaan kuadratik dengan A merupakan matriks diagonal (dengan elemen diagonalnya adalah a dan c yang tidak semuanya nol) dan $K = 0$ untuk persamaan ellips dan hiperbola.

Untuk $K \neq 0$, untuk persamaan ellips dan hiperbola dilakukan proses translasi. Dalam hal ini nantinya dihasilkan persamaan konik dalam posisi standar dengan sistem koordinat baru.

Sedangkan untuk persamaan parabola yang 'berpusat' di (0,0), satu dari nilai a dan c bernilai nol. Jika $a = 0$, maka $e \neq 0$ dan jika $c = 0$, maka $d \neq 0$. Dalam hal ini $K \neq 0$.

Persamaan kuadratik dalam x dan y yang tidak mempunyai pola perkalian silang ($b = 0$) atau A merupakan matriks diagonal dan dengan $K = 0$ (untuk ellips dan hiperbola) dapat diidentifikasi bentuk koniknya dari jumlah tanda nilai-nilai dari a, c, dan konstanta (yang positif, negatif, dan yang nol), dengan nilai a dan c ini merupakan nilai eigen dari A.

Selanjutnya untuk$K \neq 0$, terjadi perubahan variabel melalui proses translasi, yaitu menjadi $a(x + \frac{d}{2a})^2 + c(y + \frac{e}{2c})^2 + l = 0$ Atau $ax'^2 + cy'^2 + l = 0$; dengan $l = f - \frac{d^2}{4a} - \frac{e^2}{4c}$, $x' = x + \frac{d}{2a}$ dan .$y' = y + \frac{e}{2c}$ Berdasarkan proses translasi ini bentuk konik berada pada posisi 'standar' dengan persamaan konik $ax'^2 + cy'^2 + l = 0$ yang pusatnya berada pada $(-\frac{d}{2a}, -\frac{e}{2c})$.

Sedangkan untuk b yang tidak bernilai nol, perlu memperhatikan nilai-nilai eigen dari A. Berdasarkan Teorema Sumbu UtamaR^2, proses untuk mempresentasikan bentuk konik yang mengandung pola perkalian silang secara grafik dapat melalui proses rotasi yang mungkin juga diikuti dengan proses translasi (untuk $K \neq 0$).

Adapun prosedur untuk mengidentifikasi bentuk konik yang dirotasi dari posisi standar sebagai berikut:

1. Menentukan polinomial karakteristik dari A.
2. Menentukan nilai-nilai eigen (λ_1 dan λ_2) dan vektor-vektor eigen (x_1 dan x_2) padanannya.
3. Ortonormalisasi vektor-vektor eigen dari A. Karena $x_i \in R^2; i = 1, 2$, maka tentukan vektor satuan dari x_i(menjadi u_i)
4. Membentuk matriks $p = \begin{pmatrix} u_1 & u_2 \end{pmatrix}$
5. Menentukan $\det(P)$ dan sudut θ Jika $\det(P) = 1$, maka P mempresentasikan suatu rotasi melalui sudut θ . Jika $\det(P) = -1$, maka lakukan pertukaran terhadap 2 kolom pada matriks P, sehingga $\det(P) = 1$.
6. Pengubahan sistem koordinat, dengan mensubtitusi $X = PX'$, dimana $x' = \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ dan $x = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, sehingga didapat $Q = \lambda_1 x'^2 + \lambda_2 y'^2$
7. Subtitusikan $x = Px'$ ke persamaan kuadratik, sehingga persamaan konik menjadi $Q + KPx' + f = 0$ pada sistem koordinat-$x'y'$ (dan koordinat-$x''y''$, jika dilanjutkan dengan translasi (apabila $K \neq 0$)).

Matriks P mendiagonalisasi $x^T Ax$ secara ortogonal, sehingga menjamin transformasi koordinat yang ortogonal, yang merupakan suatu proses rotasi. Hasil dari rotasi ini adalah persamaan konik yang tidak mengandung pola perkalian silang.

Proses translasi atau rotasi ataupun proses rotasi yang dikuti dengan proses translasi menghasilkan persamaan konik dalam posisi standar pada sistem koordinat yang baru.

Untuk $K \neq 0$ terdapat paling sedikit satu pasangan dari x'^2 dengan x'^2 atau pasangan y'^2 dengan y'

. Proses penentuan persamaan konik dilanjutkan dengan proses translasi, sehingga persamaan kuadratik menjadi:

$$\lambda_1 x^{''2} + \lambda_2 y^{''2} + f = 0$$

atau $\lambda_1 x^{''2} + \lambda_2 y^{''2}$ konstanta.

Akan tetapi untuk konik berupa parabola proses translasi ini tidak terjadi.

3.2 Identifikasi Jenis Kuadrik pada $\boldsymbol{x^T Ax + Kx + j = 0}$

Suatu persamaan kuadratik

$$ax^2+by62+cz^2+2dxy+2exz+2fyz+gx+hy+iz+j = 0$$

dengan nilai a, b, c tidak semuanya nol, atau berbentuk $x^T Ax + Kx + j = 0$.

Persamaan kuadrik berada pada R^3, dan pusat kuadrik berhubungan dengan bidang-xy, bidang-yz, bidang-xz atau bidang-bidang yang sejajar dengan salah satu bidang tersebut. Bentuk persamaan kuadrik dalam posisi standar tidak mengandung pola perkalian silang (nilai $b = 0$). Bentuk kuadrik ellipsoid, hiperboloid dan kerucut elliptik yang berpusat di (0,0,0), mempunyai persamaan kuadratik dengan A merupakan matriks diagonal (dengan elemen diagonalnya adalah a, b, dan c yang tidak nol) dan $K = 0$.

Untuk $K \neq 0$, untuk ellipsoid, hiperboloid dan kerucut elliptik dilakukan proses translasi. Dalam hal ini nantinya dihasilkan persamaan kuadrik dalam posisi standar dengan sistem koordinat baru

Sedangkan untuk bentuk paraboloid eliptik dan praboloid hiperbolik yang 'berpusat' di (0,0,0), satu dari nilai a, b, dan c bernilai nol dan dua dari nilai g, h, dan i bernilai nol. Nilai elemen K yang tak nol bersesuaian dengan satu dari nilai a, b, c yang nol (variabel sama).

Persamaan kuadratik dalam x, y dan z yang tidak mempunyai pola perkalian silang ($d = e = f = 0$) atau A merupakan matriks diagonal dan dengan $K = 0$ (untuk ellipsoid, hiperboloid dan kerucut elliptik), dapat diidentifikasi bentuk kuadriknya dari jumlah tanda nilai-nilai dari a, b, c, dan konstanta (yang positif, negatif, dan yang nol), dengan nilai a, b dan c ini merupakan nilai eigen dari A.

Untuk $K \neq 0$ terjadi perubahan variabel melalui proses translasi menjadi $ax^{'2} + by^{'2} + cz^{'2} + l = 0$; dengan $x^{'} = x + \frac{g}{2a}, y^{'} = y + \frac{h}{2b}$ dan $z^{'} = z + \frac{i}{2c}$, sehingga bentuk kuadrik pada posisi 'standar' pada sistem koordinat baru dengan pusat kuadrik pada $(-\frac{g}{2a}, -\frac{h}{2b}, -\frac{i}{2c})$.

Sedangkan untuk b yang tidak bernilai nol, maka perlu memperhatikan nilai-nilai eigen dari A. Berdasarkan Teorema Sumbu Utama R^3, proses untuk mempresentasikan bentuk konik yang mengandung pola perkalian silang secara grafik dapat melalui proses rotasi yang mungkin juga diikuti dengan proses translasi (untuk $K \neq 0$).

Prosedur untuk mengidentifikasi kuadrik yang dirotasi dari posisi standar:

1. Menentukan polinomial karakteristik dari A.
2. Menentukan nilai-nilai eigen (λ_1, λ_2dan λ_3) dan vektor-vektor eigen (x_1, x_2dan x_3) padanannya.
3. Ortonormalisasi vektor-vektor eigen dari A. Karena $x_i \in R^2; i = 1, 2, 3$, maka tentukan vektor satuan dari x_i(menjadi u_i)
4. Membentuk matriks $P = \begin{pmatrix} U_1 & u_2 & u_3 \end{pmatrix}$
5. Pengubahan sistem koordinat, dengan mensubtitusi $x = Px^{'}$, dimana $x^{'} = \begin{pmatrix} x^{'} \\ y^{'} \\ z^{'} \end{pmatrix}$ dan $x = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$, sehingga didapat $Q = \lambda_1 x^{'2} + \lambda_2 y^{'2} + \lambda_3 z^{'2}$.
6. Menentukan $\det(P)$ dan sudut θ Jika $\det(P) = 1$, maka P mempresentasikan suatu rotasi melalui sudut θ. Jika $\det(P) = -1$, maka lakukan pertukaran terhadap 2 kolom pada matriks P, sehingga $\det(P) = 1$.
7. Subtitusikan $x = Px^{'}$ ke persamaan kuadratik, sehingga persamaan kuadrik menjadi $Q + KPx^{'} + j = 0$ pada sistem koordinat- $x^{'}y^{'}z^{'}$ (dan koordinat- $x^{''}y^{''}z^{''}$, jika dilanjutkan dengan translasi($K \neq 0$)). Matriks P mendiagonalisasi $x^T Ax$ secara ortogonal, sehingga menjamin transformasi koordinat yang ortogonal, yang merupakan suatu proses rotasi.

Hasil dari rotasi ini adalah persamaan kuadrik yang tidak mengandung pola perkalian silang.

Proses translasi atau rotasi ataupun proses rotasi yang dikuti dengan proses translasi menghasilkan persamaan kuadrik dalam posisi standar pada sistem koordinat yang baru.

Matriks P merupakan himpunan vektor-vektor ortonormal yang bersesuaian dengan nilai-nilai eigen tersebut sehingga didapat $\lambda_1 x^{'2} + \lambda_2 y^{'2} + \lambda_3 Z^{'2} + g^{'} + h^{'}y^{'} + i^{'}z^{'} + j = 0$ atau $x^{'T} Ax^{'} + KPx^{'} + j = 0$ Untuk $K = 0$ hanya terjadi proses rotasi yang menghasilkan persamaan berikut: $x^{'T} Ax^{'} + j = 0$ atau $\lambda_1 x^{'2} + \lambda_2 y^{'2} + \lambda_3 z^{'2} + j = 0$, yang dapat ditulis $\lambda_1 x^{'2} + \lambda_2 y^{'2} + \lambda_3 z^{'2}$ =konstanta

Namun untuk $K \neq O$ maka terdapat paling sedikit satu pasangan dari $x^{'2}$ dengan $x^{'2}$ atau pasangan $y^{'2}$ dengan $y^{'}$ atau $z^{'2}$ dengan $z^{'2}$n . Proses penentuan persamaan kuadrik dilanjutkan dengan proses translasi, sehingga persamaan kuadratik menjadi:

$$\lambda_1 x^{''2} + \lambda_2 y^{''2} + \lambda_3 z^{''2} \text{ kostanta}$$

Akan tetapi untuk kuadrik berupa paraboloid eliptik dan praboloid hiperbolik proses translasi ini tidak terjadi.

4 KESIMPULAN

Berdasarkan pembahasan sebelumnya dapat disimpulkan sebagai berikut:

1. Jika ada pola perkalian silang, maka matriks A didiagonalisasi, yang merupakan proses rotasi terhadap sumbu utama.

2. Jika terdapat minimal satu pasangan variabel dari suatu persamaan kuadratik, maka proses yang dilakukan adalah translasi.

3. Bentuk standar (tidak mengandung pola perkalian silang dan tidak terdapat satu pasangan pun dari masing-masing variabel) dapat diidentifikasi bentuk konik ataupun kuadriknya berdasarkan tanda (positif/negatif) dari nilai-nilai eigen matriks A.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Anton, H. & C. Rorres, 2005, *Aljabar Linier Elementer*, Erlangga, Bandung

TABEL 1: Hubungan Bentuk Konik dengan Tanda Nilai Eigen dan Konstanta dari Persamaan Kuadratik pada Posisi Standar

No	Jumlah Tanda Nilai Eigen A			Tanda Konstanta	Persamaan Kuadratik	Bentuk Konik
	+	–	Nol			
1	2	0	0	Positif	$ax^2 + cy^2 = konst$	Ellips(termasuk lingkaran jika $a = c = r$)
2	2	0	0	Negatif	$ax^2 + cy^2 = konst$	Konik imajiner Tidak memiliki grafik
3	2	0	0	Nol	$ax^2 + cy^2 = konst$	Konik *degenerate* Berupa titik
4	1	1	0	Positif/Negatif	$ax^2 - cy^2 = konst$	Hiperbola
5	1	1	0	Nol	$ax^2 - cy^2 = konst$	Konik *degenerate* Berupa perpotongan 2 garis yang tegak lurus
6	1	0	1	Positif/Negatif/Nol	$ax^2 - ey = konst$ atau $cy^2 - dx = konst$	Parabola
7	1	0	1	Positif	$ax^2 = konst$ atau $cy^2 = konst$	Konik *degenerate* Berupa sepasang garis
8	1	0	1	Negatif	$ax^2 = konst$ atau $cy^2 = konst$	Konik imajiner Tidak memiliki grafik
9	1	0	1	Nol	$ax^2 = konst$ atau $cy^2 = konst$	Konik *degenerate* Berupa sebuah garis

TABEL 2: Hubungan Bentuk Konik dengan Tanda Nilai Eigen dan Konstata dari Persamaan Kuadratik Baru pada Posisi 'Standar'

No	Jumlah Tanda Nilai Eigen A			Tanda Konstanta	Persamaan Kuadratik	Bentuk Konik
	+	–	Nol			
1	2	0	0	Positif	$\lambda_1 x''^2 + \lambda_2 y''^2 = konst$	Ellips (termasuk lingkaran jika $\lambda_1 = \lambda_2 = r$)
2	2	0	0	Negatif	$\lambda_1 x''^2 + \lambda_2 y''^2 = konst$	Konik imajiner, Tidak memiliki grafik
3	2	0	0	Nol	$\lambda_1 x''^2 + \lambda_2 y''^2 = konst$	Konik *degenerate*, Berupa titik
4	1	1	0	Positif/Negatif	$\lambda_1 x''^2 + \lambda_2 y''^2 = konst$	Hiperbola
5	1	1	0	Nol		Konik *degenerate*, Berupa perpotongan 2 garis yang tegak lurus
6	1	0	1	Positif/Negatif atau Nol	$\lambda_1 x''^2 - e'' y'' = konst$ atau $\lambda_1 y''^2 - d'' x'' = konst$	Parabola
7	1	0	1	Positif	$\lambda_1 x''^2 = konst$ atau $\lambda_1 y''^2 = konst$	Konik *degenerate*, Berupa sepasang garis
8	1	0	1	Negatif	$\lambda_1 x''^2 = konst$ atau $\lambda_1 y''^2 = konst$	Konik imajiner, Tidak memiliki grafik
9	1	0	1	Nol	$\lambda_1 x''^2 = konst$ atau $\lambda_1 y''^2 = konst$	Konik degenerate, Berupa sebuah garis

Catatan:

i. Matriks A pada bentuk (1) sampai (3) merupakan matriks definit positif (semua nilai eigennya bernilai positif), yang bentuk koniknya adalah ellips (termasuk lingkaran), konik imajiner dan titik, tergantung pada tanda konstantanya.

ii. Matriks A pada bentuk (4) dan (5) merupakan matriks indefinit, yang bentuk koniknya berupa hiperbola dan perpotongan dua garis yang tegak lurus, tergantung pada tanda konstantanya.

iii. Matriks A pada bentuk (6) sampai (9) merupakan matriks semi definit positif (juga merupakan matriks singular), yang bentuk koniknya berupa parabola, sebuah garis, konik imajiner dan sepasang garis ,
tergantung pada tanda konstantanya.

Tabel 3: Hubungan Bentuk Kuadratik dengan Tanda Nilai Eigen dan Konstata dari Persamaan Kuadratik pada Posisi Standar

No	Jumlah Tanda Nilai Eigen A			Tanda Konstanta	Persamaan Kuadratik	Bentuk Konik
	+	–	**Nol**			
1	3	0	0	Positif	$ax^2 + by^2 + cz^2 = konst$	Ellipsoid (termasuk bola jika $a = b = r$)
2	2	1	0	Positif	$ax^2 + by^2 - cz^2 = konst$	Hiperboloid 1 potong
3	2	1	0	Negatif	$ax^2 + by^2 - cz^2 = konst$	Hiperboloid 2 potong
4	2	1	0	Nol	$ax^2 + by^2 - cz^2 = konst$	Kerucut eliptik
5	2	0	1	Positif/Negatif/Nol	$ax^2 + by^2 + iz = 0$ (jika $c = 0$, maka $i \neq 0$)	Paraboloid eliptik
6	1	1	1	Positif/Negatif/Nol	$ax^2 + by^2 + iz = 0$ (jika $c = 0$, maka $i \neq 0$)	Paraboloid hiperbolik

Tabel 4: Hubungan Bentuk Kuadratik dengan Tanda Nilai Eigen dan Konstata dari Persamaan Kuadratik Baru pada Posisi 'Standar'

No	Jumlah Tanda Nilai Eigen A			Tanda Konstanta	Persamaan Kuadratik	Bentuk Konik
	+	–	**Nol**			
1	3	0	0	Positif	$\lambda_1 x''^2 + \lambda_2 y''^2 + \lambda_3 z''^2 = konst$	Ellipsoid (termasuk bola jika $a = b = r$)
2	2	1	0	Positif	$\lambda_1 x''^2 + \lambda_2 y''^2 + \lambda_3 z''^2 = konst$	Hiperboloid 1 potong
3	2	1	0	Negatif	$\lambda_1 x''^2 + \lambda_2 y''^2 + \lambda_3 z''^2 = konst$	Hiperboloid 2 potong
4	2	1	0	Nol	$\lambda_1 x''^2 + \lambda_2 y''^2 + \lambda_3 z''^2 = 0$	Kerucut eliptik
5	2	0	1	Positif/NegatifNol	$\lambda_1 x''^2 + \lambda_2 y''^2 + i' z'' = 0$	Paraboloid eliptik
6	1	1	1	Positif/Negatif/Nol	$\lambda_1 x''^2 + \lambda_2 y''^2 + i' z'' = 0$	Paraboloid hiperbolik

Catatan:

i. Matriks A pada bentuk (1) merupakan matriks definit positif (semua nilai eigennya bernilai positif), yang bentuk kuadriknya adalah ellipsoid (termasuk bola)

ii. Matriks A pada bentuk (2) sampai (4) merupakan matriks indefinit, yang bentuk kuadriknya berupa hiperboloid 1 potong, hiperboloid 2 potong dan kerucut eliptik, tergantung pada tanda konstantanya

iii. Matriks A pada bentuk (5) merupakan matriks semi definit positif (juga merupakan matriks singular), yang bentuk kuadriknya berupa paraboloid eliptik.

iv. Matriks A pada bentuk (6) yang termasuk dalam matriks singular dan bukan merupakan matriks indefinit bentuk kuadriknya berupa paraboloid hiperbolik.